1 Questions Flash

Diaporama

17 diapositives
pour acquérir
ses automatismes

lienmini.fr/10445-47

Calculer l'espérance d'une variable aléatoire

2 Calculer l'espérance de la variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité :

x_i	2	6	9
$P(X = x_i)$	0,2	0,7	0,1

3 Une variable aléatoire Y suit la loi de probabilité donnée dans le tableau suivant :

y_i	-13	-7	12
$P(Y = y_i)$	0,6	…….	0,15

Déterminer la valeur manquante et calculer $E(Y)$.

4 Un joueur tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes. La variable aléatoire X est définie en associant à la carte tirée des points selon les règles suivantes : une carte numérotée de 2 à 9 rapporte 1 point ; une carte portant le nombre 10 rapporte 5 points ; un valet, une dame ou un roi rapportent 10 points ; un as rapporte 20 points.
Déterminer la loi de probabilité de X puis calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

5 On lance deux dés équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note X la somme des deux chiffres obtenus.
Déterminer la loi de probabilité de X puis calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

Calculer des coefficients binomiaux

6 Interpréter les coefficients binomiaux suivants en termes de nombre de chemins d'un arbre de probabilités : $\binom{3}{1}$; $\binom{4}{2}$ et $\binom{6}{0}$.

7 Construire le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n = 7$.

8 Donner les valeurs de : $\binom{13}{0}$, $\binom{314}{314}$, $\binom{2021}{2020}$ et $\binom{11111}{1}$.

9 Sachant que $\binom{11}{3} = 165$, $\binom{11}{4} = 330$ et $\binom{11}{5} = 462$, déterminer les valeurs de : $\binom{12}{4}$, $\binom{12}{5}$ et $\binom{13}{5}$.

10 Voici la ligne $n = 6$ du triangle de Pascal :

1	6	15	20	15	6	1

En déduire la ligne $n = 7$.

Calculer des probabilités suivant une loi binomiale

11 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(3\,;0{,}3)$. Calculer (à 10^{-2} près) :
a. $P(X = 1)$ **b.** $P(X = 3)$

12 La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}4$. Calculer (à 10^{-2} près) :
a. $P(X = 3)$ **b.** $P(X < 3)$

13 La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0{,}75$. Calculer (à 10^{-2} près) :
a. $P(X = 5)$ **b.** $P(X \geqslant 6)$

14 La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 73$ et $p = 0{,}95$. Calculer (à 10^{-3} près) :
a. $P(X = 72)$ **b.** $P(X \geqslant 72)$

15 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(15\,;0{,}8)$. À l'aide de la calculatrice, déterminer (à 10^{-3} près) :
a. $P(X = 9)$
b. $P(X = 12)$
c. $P(X \leqslant 7)$

Espérance d'une loi binomiale

16 La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0{,}2$.
Quelle est son espérance ?

17 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(30\,;0{,}75)$. Calculer $E(X)$.

18 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(52\,;0{,}19)$. Calculer $E(X)$.

19 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(45\,;0{,}2)$ et la variable aléatoire Y suit la loi binomiale $\mathcal{B}(30\,;0{,}3)$. Laquelle de ces deux variables aléatoires a l'espérance la plus élevée ?

20 La variable aléatoire X suit une loi binomiale. Est-il possible que $E(X) = 0{,}2$?

Espérance d'une variable aléatoire

→ Aide **Cours 1** p. 144

Question de cours

21 Une variable aléatoire admet la loi de probabilité suivante, où $a \in R$:

x_i	0	2	3	5	6,5
$P(X = x_i)$	a	$3a$	0,3	$2a$	a

1. Calculer la valeur de a.
2. En déduire l'espérance de X.

22 Dans une production de pièces industrielles, on considère la variable aléatoire X qui associe à chaque pièce son coût de fabrication. Soit la loi de probabilité de X :

x_i	73	112	155	185
$P(X = x_i)$	0,19	0,32	0,15	0,34

1. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.
2. Interpréter l'espérance de la variable aléatoire X.

→ Voir **Exercice résolu 1** p. 145

23 Dans un devoir, un enseignant propose trois questions indépendantes de type « Vrai ou Faux » :

- chaque réponse fausse ou absence de réponse fait perdre un point à l'élève ;
- chaque bonne réponse fait gagner deux points à l'élève.

Mehdi a bien préparé ce devoir et, pendant ses révisions, il répondait correctement à 90 % des questions de ce type. On estimera donc que la probabilité qu'il réponde correctement à une question est de 0,90.
Yvan, quant à lui, n'a pas révisé du tout et a décidé de répondre au hasard à toutes les questions.
On note M et Y les variables aléatoires associées aux nombres de points obtenus par Mehdi et Yvan.
1. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Quelles sont les valeurs possibles prises par M et Y ?
3. Déterminer les lois de probabilités de M et de Y.
4. Déterminer les espérances de M et de Y et interpréter les résultats.

Vrai ou faux

24 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
1. Une variable aléatoire peut avoir une espérance nulle.
2. Si les valeurs prises par une variable aléatoire sont négatives, alors son espérance est également négative.
3. L'espérance d'une variable aléatoire X ne peut pas être égale à une des valeurs x_i prises par X.

25 Un dé à six faces est truqué de sorte que la probabilité d'obtenir un nombre est proportionnelle à ce nombre.
1. On lance ce dé et on note X la variable aléatoire associée au résultat.
a. Déterminer la loi de probabilité de X.
b. Déterminer l'espérance de X.
2. On lance ce dé deux fois d'affilée et on note Y la variable aléatoire associée au plus petit des deux résultats.
a. Déterminer la loi de probabilité de Y.
b. Déterminer l'espérance de Y.

Coefficients binomiaux

→ Aide **Cours 2** p. 144

Question de cours

26 **1.** Construire le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n = 5$.
2. Lire les valeurs de $\binom{3}{2}$, $\binom{2}{0}$, $\binom{4}{2}$ et $\binom{1}{1}$ dans ce triangle.
3. En déduire la valeur de $\binom{6}{2}$.

27 TABLEUR À l'aide du tableur, calculer $\binom{12}{3}$ avec un triangle de Pascal.

→ Voir **Exercice résolu 2** p. 145

28 Donner, en justifiant, les valeurs de :
a. $\binom{3}{2}$, $\binom{24}{1}$ et $\binom{14}{13}$. **b.** $\binom{17}{0}$, $\binom{32}{31}$ et $\binom{4}{3}$.

29 On donne les valeurs $\binom{11}{5} = 462$ et $\binom{11}{4} = 330$.
En déduire la valeur de $\binom{12}{5}$.

30 La ligne $n = 8$ du triangle de Pascal est :

1	8	28	56	70	56	28	8	1

En déduire la ligne $n = 9$ du triangle de Pascal.

31 Dans un arbre de probabilités modélisant un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 6$, combien de branches comportent exactement 5 succès ? Exactement 3 succès ?

32 Reproduire le triangle de Pascal suivant puis compléter les cases vides.

$n = 0$	1				
$n = 1$		1			
$n = 2$	1				
$n = 3$	1	3		1	
$n = 4$	1			4	1

Loi binomiale

→ Aide Cours 3 p. 146

Question de cours

33 La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0{,}3$.

1. Dresser l'arbre de probabilités associé à cette expérience aléatoire.

2. Dresser et compléter le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n = 4$.

3. En déduire les expressions de $P(X = k)$ pour k de 0 à 4.

4. Calculer $P(X \geqslant 2)$. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

34 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(5\,;0{,}3)$.

1. Calculer les coefficients binomiaux $\binom{5}{k}$ pour k allant de 0 à 5 avec un triangle de Pascal.

2. Donner les valeurs de $P(X = k)$ pour k allant de 0 à 5.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 147

35 La variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{B}(9\,;0{,}3)$.

1. Sachant que $\binom{9}{2} = 36$, calculer $P(X = 2)$ à 10^{-3} près.

2. Sachant que $\binom{9}{4} = 126$, calculer $P(X = 4)$ à 10^{-3} près.

36 La variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{B}(28\,;0{,}01)$.
Calculer $P(X = 1)$ à 10^{-2} près.

37 La variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{B}(14\,;0{,}9)$.
Calculer $P(X \geqslant 13)$ à 10^{-2} près.

38 Soit X une variable aléatoire suivant la loi $\mathscr{B}(12\,;0{,}4)$.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

1. Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ et $P(X = 2)$.

2. En déduire $P(X \geqslant 3)$.

3. Calculer $P_{X \leqslant 8}(X \geqslant 2)$.

4. Calculer $P_{X > 5}(X \leqslant 10)$.

39 Sofia dispose de 10 paires de chaussettes, dont 8 paires n'ont aucun trou. Elle décide qu'elle fera une lessive dans une semaine. En attendant, chaque matin de la semaine, elle prend une nouvelle paire de chaussettes au hasard dans son placard pour les porter ce jour-là.

On note X le nombre de paires de chaussettes sans trou qu'elle portera cette semaine.
La variable aléatoire X suit-elle une loi binomiale ? Si oui, préciser ses paramètres.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 147

40 Il arrive qu'un œuf de poule contienne deux jaunes. D'après un producteur d'œufs, 5 % des œufs que ses poules pondent contiennent deux jaunes. On achète une boîte de six œufs à ce producteur et on note X le nombre d'œufs contenant deux jaunes dans cette boîte.
La variable aléatoire X suit-elle une loi binomiale ? Si oui, préciser ses paramètres.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 147

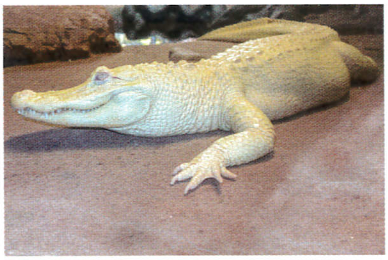
41 Le gingko biloba est un arbre fréquemment planté en milieu urbain car il est très résistant aux pollutions et facile à entretenir. Cependant, certains des arbres de cette espèce produisent des fruits très malodorants. La municipalité d'une ville qui souhaite planter 30 gingkos dans une rue, prend commande auprès d'un pépiniériste. D'après celui-ci, seulement 10 % des gingkos qu'il fournit produisent des fruits malodorants.

1. Quelle hypothèse faut-il formuler pour que la situation suive une loi binomiale (dont on précisera les paramètres) ?

2. a. Quelle est alors la probabilité, à 10^{-2} près, qu'aucun des 30 arbres plantés ne produisent de fruits malodorants ?

b. Si cette expérience est répétée un grand nombre de fois, en moyenne combien d'arbres parmi les 30 gingkos plantés produiront des fruits malodorants ?

42 Un alligator sur un million est albinos. Pour qu'un alligator soit albinos, il faut que ses deux parents soient porteurs des gènes responsables de l'albinisme.
Une femelle alligator ayant pondu 43 œufs, on note X le nombre d'alligators albinos issus de cette ponte.
La variable aléatoire X suit-elle une loi binomiale ? Si oui, préciser ses paramètres.



Exercices

Pour commencer

43 On considère une pièce de monnaie truquée : la probabilité d'obtenir « pile » est 0,7.
On lance cette pièce 6 fois d'affilée et on note X le nombre total de « pile » obtenus. Dans cet exercice les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

1. Quelle loi suit X ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 « pile » ? Au moins 4 « pile » ?
3. Sachant qu'on a obtenu au moins deux « pile », quelle est la probabilité qu'on en obtienne au plus 4 ?

44 En moyenne, 10 % des élèves ont une calculatrice dont les piles (ou la batterie) sont vides.
On considère une classe de 35 élèves, dont tous les élèves ont une calculatrice.
On note X la variable aléatoire associée au nombre de calculatrices aux piles déchargées dans cette classe. Le nombre de calculatrices en circulation étant élevé, on considère cet échantillon de 35 calculatrices comme un tirage avec remise.

1. Quelle loi suit X ?
2. Calculer $P(X=0)$ (arrondir à 10^{-3}) et interpréter le résultat.
3. Quelle est la probabilité que 5 élèves ou moins aient une calculatrice dont les piles sont déchargées (arrondir à 10^{-3}) ?
4. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

45 La variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{B}\left(3\,;\frac{1}{2}\right)$.
Donner les expressions de :
a. $P(X=1)$ **b.** $P(X=3)$
c. $P(X<3)$ **d.** $E(X)$

Vrai ou faux

46 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
La variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;p)$.
1. Si $n=15$ et $E(X)=5$ alors $p=0{,}3$.
2. On peut avoir $E(X)=0$.
3. L'espérance de X est un nombre entier.

47 Un examen oral est organisé de la sorte : la liste des 100 sujets possibles est publiée 6 mois avant le concours, pour laisser aux candidats le temps de se préparer.
Le jour de l'examen, chaque candidat tire au hasard 3 sujets parmi les 100 sujets proposés et décide lequel des trois il présentera au jury.
Le nombre de sujets étant élevé, on assimile ce tirage à un tirage avec remise.
Un candidat a préparé 70 sujets. Soit X la variable aléatoire qui associe à son tirage le nombre de sujets qu'il a préparés parmi les 3 sujets tirés.
1. Quelle loi suit X ?
2. Quelle est la probabilité qu'il n'ait préparé aucun des 3 sujets tirés (arrondir le résultat à 10^{-3}) ?
3. Quelle est la probabilité qu'il ait préparé au moins un des trois sujets tirés (arrondir le résultat à 10^{-3}) ?
4. Déterminer l'espérance de X et interpréter le résultat.

48 Un test pour le permis côtier est un QCM comportant 30 questions indépendantes, pour chacune desquelles 3 réponses sont proposées dont une seule est correcte. Pour réussir le test, il faut répondre correctement à au moins 25 questions.

1. Un candidat décide de répondre au hasard. On note X le nombre de bonnes réponses obtenues.
a. Quelle loi suit X ?
b. Quelle est la probabilité, à 10^{-4} près, qu'il réponde correctement à au moins la moitié des questions ?
c. Quelle est la probabilité, à 10^{-4} près, qu'il réussisse le test ?
d. Si le candidat répondait à un grand nombre de QCM de la même façon, combien de bonnes réponses obtiendrait-il en moyenne à chaque QCM ?
2. On considère maintenant que le candidat est bien préparé et répond correctement à 80 % des questions.
a. Recommencer la question **1.** avec cette nouvelle donnée.
b. Le candidat a-t-il raison de s'être préparé ?

Espérance d'une variable aléatoire

49 On lance deux dés. On note X l'écart entre la plus grande et la plus petite des deux valeurs obtenues.

1. Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?

2. Déterminer la loi de probabilité de X.

3. Déterminer l'espérance de X.

50 Clément et Flora vont régulièrement à la pêche. En se basant sur leurs précédentes parties de pêche, on a établi les fréquences des quantités de poissons attrapés par partie de pêche pour chacun d'eux :

Nbre de poissons	0	1	2	3	4
Clément (fréq.)	0,32	0,14	0,13	0,1	0,09
Flora (fréq.)	0,21	0,22	0,19	0,15	0,12

Suite du tableau :

Nbre de poissons	5	6	7	8	9	10
Clément (fréq.)	0,06	0,05	0,04	0,06	0,01	0
Flora (fréq.)	0,02	0,04	0,01	0,01	0,02	0,01

Ils retournent à la pêche ce week-end. On note C et F le nombre de poissons qui seront attrapés par Clément et par Flora. On assimile les statistiques ci-dessus aux lois de probabilités de C et F.

1. a. Quelle est la probabilité que Clément n'attrape aucun poisson ?

b. Quelle est la probabilité que Flora attrape 4 poissons ?

2. a. Quelle est la probabilité que Flora attrape plus de 5 poissons ?

b. Quelle est la probabilité que Clément attrape moins de 4 poissons ?

3. Flora déclare : « Je suis une meilleure pêcheuse que Clément, car $P(C=0) > P(F=0)$ et $P(C \geqslant 9) < P(F \geqslant 9)$ ».

a. A-t-elle raison ?

b. Quel critère devrait-elle également prendre en compte ?

51 Tableur On considère le jeu suivant : chaque partie coûte 2 euros et on lance alors un dé.

- Si le résultat est 1 ou 2, alors le joueur perd 3 euros.
- Si le résultat est 3, 4 ou 5, alors le joueur gagne 1 euro.
- Si le résultat est 6, alors le joueur gagne 15 euros.

Un joueur décide de jouer deux parties. Soit X la variable aléatoire qui associe à ces deux parties le gain total du joueur.

Partie A : Simulation

1. À l'aide d'un tableur, simuler deux lancers de dé dans les cellules A1 et B1.

2. Étendre ces cellules pour simuler 100 fois cette expérience.

3. a. Recopier et compléter le tableau suivant (sans oublier de prendre en compte la mise de départ pour calculer le gain total) :

	Résultats	**Gain associé**
Nbre de 1		
Nbre de 2		
Nbre de 3		
Nbre de 4		
Nbre de 5		
Nbre de 6		

b. Quelle est la moyenne des gains ?

4. Quelle notion mathématique est approchée par ce résultat ?

Partie B : Théorie

5. À l'aide d'un arbre de probabilités, déterminer toutes les valeurs possibles prises par X.

6. Déterminer la loi de probabilité de X.

7. Calculer l'espérance de X.

8. Ce résultat confirme-t-il celui de la Partie A ?

Coefficients binomiaux, loi binomiale

52 Dans la pièce de théâtre *Rosencrantz and Guildenstern sont morts* de Tom Stoppard (1966), le personnage de Rosencrantz lance une pièce 92 fois d'affilée et obtient toujours face. Quelle est la probabilité que cela se produise ?

53 Algo Python **Écrire un programme**

Le but de cet exercice est d'écrire une fonction en Python qui calcule et affiche n'importe quelle ligne du triangle de Pascal. Pour cela, la fonction devra calculer successivement chaque ligne du triangle sous forme d'une liste de valeurs.

1. Supposons qu'une liste *L1* contienne les valeurs d'une ligne du triangle de Pascal. On note *L2* la liste qui contiendra les valeurs de la liste suivante.

a. Quelles sont les premières et dernières valeurs de *L2* ?
b. Expliquer comment seront calculées les autres valeurs de *L2* à partir des valeurs de *L1*.
c. Écrire une fonction « *suivante* » qui prenne en argument une ligne du triangle de Pascal (sous forme d'une liste) et renvoie la ligne suivante.
2. a. Donner la première ligne du triangle de Pascal.
b. À l'aide de la question **1.**, écrire une fonction « *triangle* » qui prenne en argument un nombre entier n et renvoie la ligne correspondante du triangle de Pascal.
3. Vérifier le bon fonctionnement de cette fonction en lui faisant écrire toutes les lignes du triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n = 10$.

54 Ariane 5 est un lanceur de l'Agence spatiale européenne conçu pour placer des satellites en orbite. Exactement 100 vols ont été réalisés entre 1996 et 2019, dont seulement cinq échecs ou échecs partiels. Quatre vols sont prévus en 2020 et 2021. On note X le nombre de vols réussis parmi ces quatre projets de lancements.
1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. Quelle est la probabilité que seulement trois des quatre vols prévus soient réussis (à 10^{-3} près) ?
3. Quelle est la probabilité que les quatre vols soient réussis (à 10^{-3} près) ?
4. Quelle est l'espérance de X ? Interpréter le résultat.

55 STMG D'après les statistiques d'une compagnie aérienne, en moyenne seulement 88 % des clients ayant acheté un billet embarquent dans l'avion. Afin d'augmenter les profits, la compagnie décide de vendre 211 billets pour un vol Paris-New York en Airbus A320, alors que ce modèle d'avion ne peut accueillir que 186 passagers.
On considère que tous les billets sont vendus et on note X la variable aléatoire associée au nombre de passagers qui embarquent sur ce vol.

1. Quelle loi de probabilité suit X ?
2. Quelle est la probabilité que la totalité des sièges soient occupés lors de ce vol (arrondir le résultat à 10^{-2}) ?
3. a. Déterminer $E(X)$.
b. La compagnie a-t-elle raison de vendre plus de billets qu'il n'y a de places à bord de l'avion ?
4. Chaque billet vendu rapporte 150 euros à la compagnie aérienne. Cependant, si plus de 186 clients souhaitent embarquer dans l'avion, alors la compagnie a obligation de fournir gratuitement un billet sur un autre vol aux passagers ne pouvant pas embarquer, ce qui lui coûte en moyenne 500 euros pour chacun de ces passagers.
a. Quel sera le bénéfice pour la compagnie si $X = 200$ passagers embarquent ?
b. Quel sera le bénéfice si tous les clients ayant acheté un billet souhaitent embarquer ?
c. La compagnie a-t-elle raison de vendre autant de billets ?

56 Rozenn va au lycée en vélo. Sur sa route, il y a 6 feux de circulation. Ces feux sont totalement indépendants les uns des autres, sans aucune synchronisation. Chaque feu reste rouge pendant 30 secondes, puis vert pendant une minute.
Soit X la variable aléatoire qui associe au prochain trajet de Rozenn le nombre de feux rouges qu'elle rencontrera.
Les résultats seront arrondis à 10^{-3}.
1. Quelle loi de probabilité suit X ?
2. Quelle est la probabilité que tous les feux soient rouges ?
3. Si tous les feux sont au vert, alors la totalité du trajet lui prend 22 minutes. Un feu rouge lui fait perdre 17 secondes en moyenne. Quelle est la probabilité qu'elle arrive à l'heure en classe si elle ne part que 23 minutes avant la fermeture du portail du lycée ?
4. Si Rozenn effectue un grand nombre de trajets, combien de feux rouges rencontrera-t-elle en moyenne durant chaque trajet ?

57 ST2S En France, au 1er janvier 2018, 0,025 % de la population était centenaire, dont 83 % de femmes.
Les résultats seront arrondis à 10^{-5}.
1. a. Quelle était la probabilité que dans un groupe de 500 personnes choisies au hasard il y ait eu au moins une personne centenaire ?
b. Et dans un groupe de 500 femmes ?
2. Au Japon, la proportion de centenaires était de 0,037 en 2011. Quelle était la probabilité qu'il n'y ait pas eu de centenaire dans un groupe de 500 personnes choisies au hasard à cette époque ?

58 Pour s'assurer que les usagers achètent un billet, une compagnie de transports contrôle chaque jour 10 % des lignes, choisies aléatoirement.

Un usager utilise ces transports en commun 30 fois par mois. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque mois le nombre de fois que cette personne est contrôlée.

Les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

1. Quelle loi de probabilité suit X ?

2. Quelle est la probabilité que cette personne soit contrôlée 5 fois ce mois-ci ?

3. Quelle est la probabilité que cette personne ne soit pas contrôlée ce mois-ci ?

4. Sachant que cette personne sera contrôlée au moins deux fois ce mois-ci, quelle est la probabilité qu'elle soit contrôlée moins de 5 fois ?

5. Un billet coûte 1 euro, et en cas de contrôle, l'amende pour défaut de présentation de billet est de 35 euros. En moyenne, ne pas prendre de billet est-il rentable ?

59 Le biathlon est un sport où les athlètes alternent plusieurs fois entre un circuit en ski de fond et des séances de tir à la carabine. À chaque séance de tir, ils doivent tirer sur 5 cibles. Martin Fourcade est le biathlète le plus titré de l'histoire : il a remporté cinq médailles d'or aux Jeux olympiques et a treize titres de champion du monde à son actif. Au début de la saison 2017-2018, 90 % de ses tirs atteignaient la cible. Arrivé aux Jeux olympiques en février 2018, à PyeongChang, quelle était la probabilité pour lui d'atteindre les cinq cibles lors d'une séance de tir ?

60 De 1987 à 1993, le *Tapis vert* était un jeu de la Française des Jeux (à l'époque appelée France Loto). Le principe était le suivant : pour jouer, il fallait miser entre 2 et 100 francs, puis, pour chaque couleur (cœur, carreau, trèfle, pique), choisir une carte entre le 7 et l'as.

Un tirage était ensuite effectué sous contrôle d'huissier et diffusé à la télévision.

Si le joueur avait choisi deux des cartes tirées, il gagnait deux fois sa mise, s'il avait choisi trois des cartes tirées, il gagnait trente fois sa mise, et s'il avait choisi les quatre cartes tirées alors il gagnait mille fois sa mise.

Un joueur a choisi ses quatre cartes. On note X le nombre de ses cartes qui seront tirées.

Les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. Quelle est la probabilité qu'il gagne de l'argent ?

3. Déterminer l'espérance de X et interpréter ce résultat.

4. Ce joueur a misé 10 francs pour un tirage. On note Y ses gains.

a. Quelles sont les valeurs prises par Y ?

b. Donner la loi de probabilité de Y.

c. Calculer $E(Y)$ et interpréter le résultat.

5. Le 29 mars 1988 eut lieu un tirage particulier : les quatre as ont été tirés. Beaucoup de gens ayant parié sur cette combinaison, les gains distribués ont été très supérieurs aux mises !

Quelle était la probabilité qu'un tel tirage se produise ?

61 Les scolytes sont de petits coléoptères xylophages : ils se nourrissent de bois. À cause du réchauffement climatique, leur population est en forte augmentation et cause beaucoup de dégâts, notamment dans les forêts de pins.

Afin de suivre leur évolution dans une forêt, un garde forestier réalise des prélèvements sur 20 arbres et note X le nombre d'arbres atteints par les scolytes parmi cet échantillon.

Lors d'études précédentes, il a été établi que 12 % des arbres de cette forêt sont atteints par les scolytes.

1. Quelle hypothèse est-il nécessaire de formuler pour que X suive une loi binomiale ? Cette hypothèse est-elle réaliste ?

2. Quelle est la probabilité qu'au moins cinq de ces arbres soient atteints par les scolytes ? Arrondir le résultat à 10^{-3}.

3. Quelle est la probabilité qu'aucun de ces arbres ne soit atteint par les scolytes ? Arrondir le résultat à 10^{-3}.

4. Si le garde forestier réalisait un grand nombre de tests similaires, combien d'arbres atteints par les scolytes devrait-il trouver en moyenne ?

62 STHR Depuis le 1^er^ novembre 2019, les cantines scolaires ont obligation de proposer un menu végétarien au moins une fois par semaine pour des raisons environnementales et de santé. Deux des cinq menus hebdomadaires de la cantine d'un lycée sont des menus végétariens, mais pas toujours les mêmes jours de la semaine. Hugo ne mange à la cantine que les lundi et les jeudi.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Montrer que la probabilité que Hugo mange un menu végétarien au moins une fois en une semaine est $\frac{7}{10}$.

2. Un trimestre comporte 11 semaines de cours. On note X le nombre de semaines pendant lesquelles Hugo mangera au moins une fois un menu végétarien durant ce trimestre.

a. Quelle loi suit X ?

b. Calculer $P(X = 2)$, $P(X = 5)$ et $P(X \geqslant 6)$ à 10^{-2} près. Interpréter les résultats.

c. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

Pour faire le point

Tests

S'entraîner en ligne

lienmini.fr/10445-48

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.

<table>
<tr><th></th><th>V</th><th>F</th></tr>
<tr><td>63 Une variable aléatoire Y dont l'espérance est $E(Y) = 3$ a pour loi de probabilité :
Alors $p = 0{,}1$.
<table>
<tr><td>y_i</td><td>-8</td><td>0</td><td>5</td><td>8</td><td>15</td></tr>
<tr><td>$P(Y = y_i)$</td><td>$2p$</td><td>$4p$</td><td>$3p$</td><td>$2p$</td><td>p</td></tr>
</table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>64 $\binom{17}{16}$ est égal à 16.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>65 $\binom{8}{3}$ est le seul coefficient binomial à être égal à 56.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>66 $\binom{10}{5}$ est le seul coefficient binomial à être égal à 252.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>67 Aucun coefficient binomial n'est égal à 314.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>68 Une variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{B}(8\,;0{,}3)$. Alors $P(X = 2) \approx 0{,}30$ à 10^{-2} près.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>69 Une variable aléatoire Y suit la loi $\mathscr{B}(5\,;0{,}75)$. Alors $P(Y \geqslant 4) \approx 0{,}37$ à 10^{-2} près.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>70 Une variable aléatoire Z suit la loi $\mathscr{B}(13\,;0{,}6)$. Alors $P(Z > 8) \approx 0{,}35$ à 10^{-2} près.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>71 L'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale peut être égale à 22,5.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

→ Vérifier les résultats p. 324

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

72 X a pour loi de probabilité :

x_i	-4	-2	0	2	4
$P(X = x_i)$	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

1. Alors $P(X \leqslant 2)$ est égale à :

a. 0 **b.** 0,2 **c.** 0,4 **d.** 0,7

2. Alors l'espérance $E(X)$ est égale à :

a. 0 **b.** 0,2 **c.** 0,4 **d.** 0,7

73 Le coefficient binomial $\binom{28}{29}$:

a. est égal à 1. **b.** est égal à 27. **c.** est égal à 28. **d.** n'existe pas.

74 Une variable aléatoire X suit la loi $\mathscr{B}(15\,;0{,}5)$.

1. $P(X = 6)$ est égale à (à 10^{-2} près) :

a. 0,15 **b.** 0,35 **c.** 0,5 **d.** 0,75

2. $P(X \geqslant 8)$ est égale à (à 10^{-2} près) :

a. 0,15 **b.** 0,35 **c.** 0,5 **d.** 0,75

3. L'espérance de X est égale à :

a. 0,075 **b.** 0,75 **c.** 7,5 **d.** 75

→ Vérifier les résultats p. 324

75 In English

The game of "Crown and Anchor" is a dice game, traditionally played by sailors in the Royal Navy. It is played using special dice: the six faces are marked with the symbols: crown, anchor, diamond, spade, club, and heart. The game is played between a player and a banker. The player bets 1£ on one of the symbols and throws three dice.

- If none of the dice shows the symbol the player bet on, then the player loses his bet and the banker keeps the stake.
- If one or more of the dice shows the symbol the player bet on, then, in addition to returning the stake the banker pays the player the amount of his stake for each die showing that symbol.

A player plays one round of this game. Let X denote his total profit.

1. What are the possible values for X?

2. Modelise the situation using a probability tree diagram.

3. Find the probability distribution of X.

4. The results will be rounded to 10^{-3}.

a. What is the value of $P(X = 1)$?

b. What is the value of $P(X \geqslant 1)$?

5. a. What is the expected value of X (round the value to 10^{-3})?

b. Does this game favor the banker or the player?

76 COMPÉTENCE Modéliser, Calculer

Une loterie comporte 200 billets (à 5 euros pièce) dont 2 sont gagnants : l'un pour un lot de 100 euros et l'autre pour un lot de 60 euros. On a acheté 3 billets. On note X la variable aléatoire associant à ces 3 billets le gain total.

1. Modéliser la situation par un arbre de probabilités.

2. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

3. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

77 COMPÉTENCE Modéliser

Les groupes sanguins se distinguent par la présence ou non d'antigènes A ou B à la surface des globules rouges. En France, la distribution des groupes sanguins est la suivante :

- 42 % des Français sont du groupe sanguin O ;
- 45 % sont du groupe A ;
- 9 % sont du groupe B ;
- 3 % sont du groupe AB.

Par ailleurs, le système Rhésus permet de classer les groupes sanguins selon la présence ou non d'antigène D à la surface des globules rouges :

- dans le groupe O, 86 % des individus ont un rhésus positif ;
- dans le groupe A, 84 % des individus ont un rhésus positif ;
- dans le groupe B, 89 % des individus ont un rhésus positif ;
- dans le groupe AB, 75 % des individus ont un rhésus positif.

Seuls les individus du groupe O ayant un rhésus négatif sont considérés comme « donneurs universels » : leur sang peut être transfusé à n'importe qui.

1. On choisit une personne au hasard dans la population française. Quelle est la probabilité que cette personne soit du groupe O et de rhésus négatif ?

2. a. Un blessé grave arrive au service des urgences d'un hôpital. Il a perdu beaucoup de sang et a besoin d'une transfusion. Deux dons de sang sont nécessaires. Ne connaissant pas son groupe sanguin, les médecins doivent lui transfuser du sang du groupe O et de rhésus négatif, mais ils n'en ont plus en réserve. 53 personnes sont présentes dans l'hôpital. Quelle est la probabilité (à 10^{-4} près) qu'au moins une de ces personnes puisse donner le sang nécessaire à la transfusion ?

b. Quelle serait cette probabilité chez le peuple Inuit dont 12 % de la population est du groupe O et de rhésus négatif ?

78 COMPÉTENCE Modéliser

Une crue centennale est une crue qui a une chance sur cent de se produire chaque année. La dernière crue centennale de la Seine à Paris a eu lieu en 1910. On note X le nombre de crues centennales qui auront lieu à Paris dans le siècle à venir.

1. a. Quelle loi de probabilité suit X ?

b. Quelle est la probabilité (à 10^{-2} près) qu'au moins deux crues centennales aient lieu durant le prochain siècle ?

c. Quelle est l'espérance de X ? Interpréter le résultat.

2. Florian déclare « Ça fait plus de cent ans que la dernière crue centennale a eu lieu, il est de plus en plus probable que la prochaine arrive ! ». A-t-il raison ?

79 COMPÉTENCE Calculer

Les corvidés, comme les corbeaux et les corneilles, sont des oiseaux capables de réaliser des tâches complexes et de comprendre des raisonnements. Des chercheurs veulent tester la persévérance d'un corbeau. Pour cela, ils présentent au corbeau une boîte transparente contenant une récompense (une friandise) et dont le couvercle présente quatre boutons. Pour ouvrir la boîte, le corbeau doit appuyer sur chacun des quatre boutons dans un ordre précis.

1. Combien de combinaisons sont possibles ?

2. Le corbeau essaye des combinaisons au hasard, sans se souvenir lesquelles il a déjà testées.

a. Quelle est la probabilité (à 10^{-2} près) qu'il trouve la bonne combinaison en essayant 5 fois d'affilée ? 10 fois d'affilée ?

b. Combien d'essais le corbeau doit-il faire pour que la probabilité qu'il trouve la bonne combinaison soit supérieure à 0,95 ?

3. Les chercheurs recommencent cette expérience avec un grand nombre de corbeaux, en les laissant faire 30 essais chacun. En moyenne, combien de fois chaque corbeau trouve-t-il la bonne combinaison ?

TP

La méthode de Monte-Carlo

CAPACITÉ Approcher l'espérance d'une loi binomiale avec une simulation.

Le nom de cette méthode, qui fait allusion aux jeux de hasard pratiqués au casino de Monte-Carlo, a été inventé en 1947 par le physicien gréco-américain Nicholas Metropolis.

Dans un repère orthonormé, on considère le carré de côté de longueur 1 dont les sommets ont pour coordonnées (0 ; 0), (0 ; 1), (1 ; 1) et (0 ; 1).

On considère également le quart de cercle de rayon 1 de centre O (0 ; 0), et d'extrémités (1 ; 0) et (0 ; 1).

1. a. Déterminer les aires du carré et du quart de cercle.

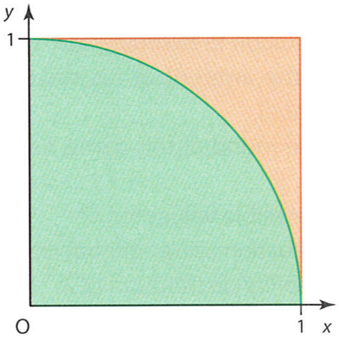
b. En déduire la probabilité qu'un point choisi au hasard dans le carré soit également dans le quart de cercle.

2. On choisit 100 points au hasard dans le carré.

Soit X la variable aléatoire associant à ce prélèvement le nombre de ces points se trouvant à l'intérieur du quart de cercle.

a. Quelle loi suit X ?

b. Quelle est l'espérance de X ?



En salle informatique

lienmini.fr/10445-49

1. Reproduire la figure ci-dessus à l'aide du logiciel GeoGebra.

2. Ouvrir la fenêtre du tableur de GeoGebra.

a. La commande `=random()` permet de générer aléatoirement un nombre entre 0 et 1.

Utiliser cette commande pour générer aléatoirement les coordonnées d'un point du carré dans les cellules A1 et B1.

b. Dans la cellule C1, la commande `=(A1,B1)` permet de créer le point C_1 du carré dont les coordonnées sont données dans les cellules A1 et B1.

c. Dans la cellule D1, calculer la distance OC_1 où O est l'origine du repère.

3. Le point C_1 appartient-il au quart de cercle ?

Comment peut-on utiliser le résultat de la cellule D1 pour le confirmer ?

4. Sélectionner et étirer la plage A1 : D1 pour simuler le tirage aléatoire de 100 points du carré.

5. a. La commande `=NbSi(x<d, plage)` permet de déterminer combien de nombres d'une plage donnée sont inférieurs à une valeur *d*.

Utiliser cette commande pour déterminer combien des 100 points générés aléatoirement sont dans le quart de cercle.

b. Ce nombre est une approximation d'un résultat des questions ci-dessus. Lequel ?

c. En déduire une approximation de π.

6. a. Est-ce une bonne approximation ?

b. Augmenter le nombre de tirages pour améliorer cette approximation.

Combien de décimales peut-on obtenir ?

7. a. Sélectionner la colonne C et, à l'aide d'un clic droit, décocher « Afficher l'objet ». De même, effacer le carré et l'arc de cercle.

Dans la cellule E_1, taper la commande :

`=NbSi(x<1, D$1:D1)/Ligne(D1)`

puis étendre cette formule aux lignes suivantes.

b. À quoi sert le symbole « $ » dans cette formule ?

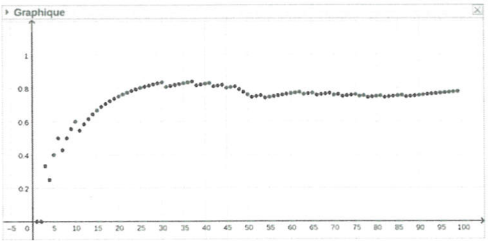
c. Que permet de calculer cette formule ?

d. Comment évoluent les résultats affichés dans la colonne E ? Est-ce normal ?

e. Dans la cellule F_1, taper la commande :

`=(Ligne(E1), E1)`

puis étendre cette formule aux lignes suivantes. Élargir la fenêtre d'affichage pour observer les points créés.



f. Les valeurs semblent se stabiliser autour d'une valeur. Est-ce le cas ? Pour quelle valeur ?

Pour l'épreuve du BAC

SUJET RÉSOLU BAC

Énoncé	Automatisme à utiliser	Réponse
80 Donner la valeur de $\binom{18}{1}$.	$\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$	$\binom{18}{1}=18$
81 On sait que $\binom{8}{3}=56$ et $\binom{8}{4}=70$. En déduire la valeur de $\binom{9}{4}$.	$\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$	$\binom{8}{3}+\binom{8}{4}=\binom{9}{4}=126$
82 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(7\,;0{,}3)$. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité $P(X=3)$.	$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\times(1-p)^{n-k}$	$P(X=3)=\binom{7}{3}0{,}3^3\times 0{,}7^4\approx 0{,}23$
83 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(12\,;0{,}6)$. Calculer $E(X)$.	$E(x)=n\times p$	$E(X)=12\times 0{,}6=7{,}2$
84 En France, 36,7 % des voitures en circulation sont grises. On note X le nombre de voitures grises parmi les 20 prochaines voitures qui passent dans une rue lyonnaise. La variable aléatoire X suit-elle une loi binomiale ?	Il faut : – identifier l'épreuve de Bernoulli ; – vérifier que les répétitions sont identiques et indépendantes.	– observer la couleur d'une voiture est une épreuve de Bernoulli : elle est grise (succès) ou non (échec) ; – le nombre de voitures à Lyon étant élevé, la couleur de l'une des 20 voitures ne dépend aucunement de celles des autres, les tirages sont donc identiques et indépendants. X suit la loi $\mathcal{B}(20\,;0{,}367)$.

85 La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(8\,;0{,}45)$.

1. Déterminer $\binom{8}{3}$.
2. En déduire, à 10^{-2} près, la valeur de $P(X=3)$.
3. Calculer $E(X)$.

<table>
<tr><th>Méthode à appliquer</th><th>Solution rédigée</th></tr>
<tr><td>1. On détermine la valeur de $\binom{8}{3}$ en complétant le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n=8$:
– la première et dernière valeur de chaque ligne est 1 ;
– une valeur est la somme des deux valeurs situées au-dessus d'elle.
→ Voir Exercice résolu 2 p. 145</td><td>1. La ligne $n=8$ du triangle de Pascal est :<table><tr><td>1</td><td>8</td><td>28</td><td>56</td><td>70</td><td>56</td><td>28</td><td>8</td><td>1</td></tr></table>Ainsi $\binom{8}{3}=56$.</td></tr>
<tr><td>2. On utilise la formule du cours :
$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\times(1-p)^{n-k}$
→ Voir Exercice résolu 3 p. 147</td><td>2. $P(X=3)=\binom{8}{3}0{,}45^3\times(1-45)^{8-3}$
$P(X=3)=56\times 0{,}45^3\times 0{,}55^5\approx 0{,}26.$</td></tr>
<tr><td>3. On utilise la formule du cours : $E(X)=n\times p$.</td><td>3. $E(X)=8\times 0{,}45=3{,}6.$</td></tr>
</table>

SUJET GUIDÉ BAC

86 **CAPACITÉS**

- Identifier les paramètres d'une loi binomiale.
- Calculer une probabilité du type $P(X = 0)$ où X suit une loi binomiale.

Partie A

Deux ateliers A et B fabriquent des stylos pour une entreprise. L'atelier A fabrique 60 % des stylos, et parmi ceux-là, 5 % possèdent un défaut de fabrication. De plus, 1 % de tous les stylos sortant de l'atelier B possèdent un défaut de fabrication. Un stylo est prélevé au hasard dans le stock de l'entreprise. On considère les événements suivants :

- A : « le stylo a été fabriqué par l'atelier A ».
- B : « le stylo a été fabriqué par l'atelier B ».
- D : « le stylo possède un défaut de fabrication ».

1. Donner les probabilités $P(\mathrm{A})$, $P(\mathrm{B})$, $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{D})$ et $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{D})$.

Méthode $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{D})$ est une probabilité conditionnelle. Elle se calcule avec la formule $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{D}) = \dfrac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{D})}{P(\mathrm{A})}$.

2. a. Calculer la probabilité qu'un stylo provienne de l'atelier A et possède un défaut de fabrication.

b. En déduire que la probabilité qu'un stylo possède un défaut de fabrication est de 0,04.

3. On prélève un stylo au hasard dans l'atelier B. Quelle est la probabilité qu'il possède un défaut ?

Partie B

Dans cette partie, on suppose que 4 % des stylos possèdent un défaut de fabrication. L'entreprise confectionne des paquets contenant chacun 25 stylos. Le fait qu'un stylo possède ou non un défaut de fabrication est indépendant des autres stylos.

On appelle X la variable aléatoire donnant pour un paquet le nombre de stylos qui possèdent un défaut de fabrication. On admet que X suit une loi binomiale.

1. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

Méthode Les paramètres d'une loi binomiale sont n et p où n est le nombre de répétitions de l'épreuve de Bernoulli et p est la probabilité de succès à chaque épreuve de Bernoulli.

2. Le directeur de l'entreprise affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'un paquet ne comporte aucun stylo défectueux. A-t-il raison ?

87 **CAPACITÉS**

- Identifier les paramètres d'une loi binomiale.
- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale.

Tous les résultats seront arrondis au millième.

Tous les 5 ans, l'Institut national de veille sanitaire réalise une enquête sur les infections nosocomiales (infections contractées au cours d'une hospitalisation). Lors d'une enquête, on a obtenu les résultats suivants :

- 53 % des personnes hospitalisées étaient âgées de 66 ans ou plus, dont 6,4 % ont été atteints par une infection nosocomiale ;
- 6 % des personnes hospitalisées étaient âgées de 14 ans ou moins, dont 2,4 % ont été atteints par une infection nosocomiale ;
- Parmi les autres patients, 3,7 % ont été atteints par une infection nosocomiale.

On choisit au hasard une personne ayant participé à cette enquête. On considère les événements suivants :

- E : « la personne est âgée de 0 à 14 ans ».
- F : « la personne est âgée de 15 à 65 ans ».
- G : « la personne est âgée de plus de 65 ans ».
- N : « la personne est atteinte par une infection nosocomiale ».

1. Montrer qu'une valeur approchée au millième de la probabilité de contracter une infection nosocomiale est 0,051 (on pourra s'aider d'un arbre de probabilités).

Méthode La probabilité de l'événement N est la somme des probabilités des branches de l'arbre comportant l'issue N.

2. Quelqu'un affirme qu'un patient victime d'une infection nosocomiale a plus de 3 chances sur 4 d'être âgé de plus de 65 ans. Est-ce vrai ? Justifier.

3. On choisit au hasard 50 patients ayant participé à l'enquête. Ce tirage est assimilé à 50 tirages indépendants avec remise. On note X le nombre de patients infectés parmi les 50 personnes choisies.

a. On admet que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres et son espérance.

Méthode L'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi $\mathcal{B}(n\,;p)$ est : $E(X) = n \times p$.

b. Quelle est la probabilité que, parmi les 50 personnes interrogées, trois soient atteintes par une infection nosocomiale ?

SUJET BAC

88 L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).

On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.

L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'événement : « l'angine du malade est bactérienne ».
- T l'événement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux événements, $P(\mathrm{E})$ désigne la probabilité de E et $P_{\mathrm{F}}(\mathrm{E})$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note $\overline{\mathrm{E}}$ l'événement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

2. a. Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif ?

b. Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.

c. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité que son angine soit bactérienne ?

3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine. On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

b. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

89 Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Une agence de voyages propose des itinéraires touristiques pour lesquels chaque client effectue un aller et retour en utilisant soit un bateau, soit un train touristique. Le choix du mode de transport peut changer entre l'aller et le retour.

À l'aller, le bateau est choisi dans 65 % des cas. Lorsque le bateau est choisi à l'aller, il l'est également pour le retour 9 fois sur 10.

Lorsque le train a été choisi à l'aller, le bateau est préféré pour le retour dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un client.

On considère les événements suivants :

- A : « le client choisit de faire l'aller en bateau ».
- R : « le client choisit de faire le retour en bateau ».

On rappelle que si E est un événement, $P(\mathrm{E})$ désigne la probabilité de E et on note $\overline{\mathrm{E}}$ l'événement contraire de E.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.

2. On choisit au hasard un client de l'agence.

a. Calculer la probabilité que le client fasse l'aller-retour en bateau.

b. Montrer que la probabilité que le client utilise les deux moyens de transport est égale à 0,31.

3. On choisit au hasard 20 clients de cette agence.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients qui utilisent les deux moyens de transport.

On admet que le nombre de clients est assez grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.

a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

b. Déterminer la probabilité qu'exactement 12 clients utilisent les deux moyens de transport différents.

c. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 2 clients qui utilisent les deux moyens de transport différents.

4. Le coût d'un trajet aller ou d'un trajet retour est de 1 560 euros en bateau ; il est de 1 200 euros en train.

On note Y la variable aléatoire qui associe, à un client pris au hasard, le coût en euro de son trajet aller-retour.

a. Déterminer la loi de probabilité de Y.

b. Calculer l'espérance mathématique de Y.

Interpréter le résultat.

90 Une loterie, à laquelle les 845 élèves du lycée participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du lycée. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves du lycée est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise. On sait que 20 % de l'ensemble des élèves sont inscrits à l'association sportive. Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, en justifiant.

1. La probabilité qu'au moins la moitié des gagnants de la loterie soient inscrits à l'association sportive est environ 0,181.

2. La probabilité que l'association sportive ne compte aucun gagnant est 0,5904 (à 10^{-4} près).

3. Si on organisait un grand nombre de loteries similaires, le nombre moyen de gagnants inscrits à l'association sportive serait environ 1,2.