7 Variables aléatoires discrètes

CAPACITÉS

- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire discrète dans des cas simples et l'interpréter.
- Calculer des coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ à l'aide du triangle de Pascal pour $n \leqslant 10$.
- Reconnaître une situation relevant de la loi binomiale et en identifier le couple de paramètres.
- Lorsque la variable aléatoire X suit une loi binomiale :

– interpréter l'événement $\{X = k\}$ sur un arbre de probabilités ;
– calculer les probabilités des événements $\{X = 0\}$, $\{X = 1\}$, $\{X = n - 1\}$, $\{X = n\}$ et de ceux qui s'en déduisent par réunion ;
– calculer la probabilité de l'événement $\{X = k\}$ à l'aide des coefficients binomiaux.

3:07

Découvrons la robotique

lienmini.fr/10445-45

Les variables aléatoires discrètes interviennent dans de nombreux phénomènes de la vie courante comportant une part de hasard : le gain d'un jeu, le résultat d'un sondage, la qualité d'un produit issu d'une ligne de production comme ici lors du contrôle d'un robot.

Si on contrôle 20 robots pris au hasard sur une ligne de production, sachant que le taux moyen de conformité est de 80 %, quelle sera la probabilité que k robots soient conformes ?

→ Pour le découvrir **Activité 4** p. 143

Pour retrouver les automatismes

Revoir les acquis de Première

Questions Flash
Diaporama
15 diapositives pour retrouver ses automatismes
lienmini.fr/10445-46

1 Espérance d'une variable aléatoire

Ce tableau résume la loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète X prenant les valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$. On a : $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$.

Valeurs prises par X (x_i)	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
Probabilités $P(X = x_i)$	p_1	p_2		p_k

L'espérance de X est : $E(X) = \boldsymbol{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_i p_i + \ldots + x_k p_k}$. Elle représente la moyenne des résultats si on réalisait un grand nombre de fois cette expérience.

2 Épreuves aléatoires de Bernoulli de paramètre p

Une **épreuve de Bernoulli** de paramètre p est une expérience aléatoire comportant deux issues : **succès** (avec la probabilité p) et **échec** (avec la probabilité $1 - p$).
Dans le cas d'une **répétition de plusieurs épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes**, on peut modéliser l'expérience par un arbre de probabilités.
La probabilité d'une issue représentée par un chemin dans l'arbre de probabilités est alors égale au **produit des probabilités** inscrites sur les branches de ce chemin.

Vérifier les acquis de Première et du chapitre 6

QCM Pour chacune des questions posées, indiquer la bonne réponse puis justifier.

Un lycée comporte 900 élèves, dont 270 sont en Terminale. On choisit trois élèves au hasard. Étant donné le grand nombre d'élèves, on assimile cet échantillon à un tirage avec remise.

	a	b	c	d	Aide
1. La probabilité que les trois élèves choisis soient en Terminale est :	0,027	0,3	0,343	0,9	1
2. La probabilité qu'au plus deux des trois élèves soient en Terminale est d'environ :	0,26	0,4	0,6	0,97	1
3. La probabilité que k de ces trois élèves soient en Terminale est d'environ 0,441. Alors la valeur de k est :	0	1	2	4	1
4. La probabilité qu'un de ces trois élèves ne soit pas en Terminale est d'environ :	0,19	0,41	0,7	0,9	1
5. Sachant qu'un des élèves est en Terminale, la probabilité qu'au moins un des deux autres soit aussi en Terminale est d'environ :	0,49	0,51	0,6	0,91	1
6. On répète cette expérience un grand nombre de fois. En moyenne, le nombre d'élèves de Terminale parmi les trois élèves est :	0,9	1,2	1,5	1,8	2

→ Voir Corrigé p. 324

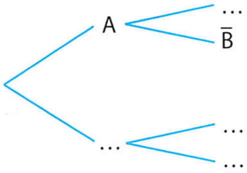
Activités

1 Espérance d'une variable aléatoire et interprétation

OBJECTIF Réactiver la notion d'espérance d'une variable aléatoire et l'interpréter → Cours 1 p. 144

200 billets de loterie valant 2 euros chacun sont vendus. Seulement deux billets permettent de gagner un lot : l'un permet de gagner 100 euros, l'autre permet de gagner 50 euros, les autres ne rapportent rien du tout.
On a acheté deux billets. On considère les événements suivants :
- A : « l'un de nos billets est celui permettant de gagner 100 euros » ;
- B : « l'un de nos billets est celui permettant de gagner 50 euros ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.



2. On note X le gain (ou la perte selon les cas) associé(e) aux billets de loterie achetés.
Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?
Indication : il est important de prendre en compte l'argent dépensé pour acheter les billets.

3. Recopier et compléter le tableau suivant.

Valeurs de X	$X = -4$	$X = 46$	$X = 96$	$X = 146$
Issues correspondantes				
Probabilités correspondantes				

4. Calculer l'espérance de X.

5. Interpréter le résultat.

2 Tableur et espérance → Mémento Tableur p. 322

OBJECTIF Exploiter avec le tableur la notion d'espérance d'une variable aléatoire → Cours 1 p. 144

Alice propose un jeu à Elias dont le principe est simple. Elias doit lancer un dé et, selon le résultat, il gagne ou perd de l'argent :
– si le résultat est 1, 2 ou 3 alors Alice lui donne 2 euros ;
– si le résultat est 4 ou 5 alors aucune somme d'argent n'est gagnée ou perdue ;
– si le résultat est 6 alors Elias donne 10 euros à Alice.

Elias est tenté de jouer : les gains semblent plus faibles que les pertes, mais ils ont l'air beaucoup plus fréquents. Avant de se décider, il souhaite simuler 1 000 parties sur un tableur et calculer la moyenne des gains.

1. Dans la cellule A1 d'un tableur, taper la formule `=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)`. Que renvoie-t-elle ?

2. Utiliser cette formule pour simuler 1 000 lancers de dé dans la colonne A du tableur.

3. Pour compter les effectifs du chiffre 1 dans la colonne A, taper `=NB.SI(A1:A1000;1)` dans la cellule B1.
Adapter la formule pour calculer les effectifs du chiffre 2, puis du 3, …, jusqu'à 6.

4. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Lancé de dé	Effectifs	Fréquences	Gain associé
1			
2			
3			
4			
5			
6			

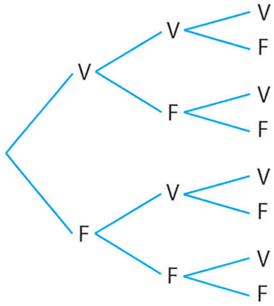
5. En déduire la moyenne des gains. Elias a-t-il raison d'accepter de jouer ?

3 Coefficient binomial et triangle de Pascal

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

OBJECTIF Découvrir les coefficients binomiaux → Cours 2 p. 144

Partie A

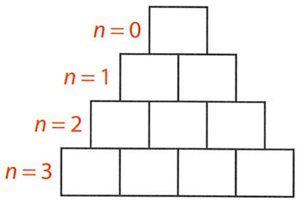


1. a. Sur l'arbre de probabilités ci-contre, combien de branches partent de chaque nœud ?
b. Combien de branches y a-t-il entre le nœud de départ et l'extrémité d'une des dernières branches ?

Pour tout nombre entier k compris entre 0 et 3, on note $\binom{3}{k}$ le nombre de chemins comportant k fois l'issue V. Autrement dit, on note $\binom{n}{k}$ le nombre de chemins réalisant k succès en n épreuves de Bernoulli. $\binom{n}{k}$ est appelé un **coefficient binomial** et se lit « k parmi n ».

2. Donner les valeurs de $\binom{3}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{3}{2}$, et $\binom{3}{3}$.

Partie B



Le triangle de Pascal a été rendu célèbre par Blaise Pascal (1623-1662) dans son ouvrage *Traité du triangle arithmétique* en 1654.

3. La figure ci-contre est un **triangle de Pascal** : les éléments de la ligne n sont les coefficients binomiaux $\binom{n}{0}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, …, $\binom{n}{n-1}$, $\binom{n}{n}$, dans cet ordre.

Reproduire et compléter les cases de la ligne $n=3$ à l'aide de la question **2.** de la Partie A.

4. On admet que $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$ pour tout nombre entier k entre 1 et $n-1$.

Déduire de ce qui précède les valeurs de $\binom{4}{1}$ et $\binom{4}{2}$.

4 Loi binomiale

→ Mémento TABLEUR p. 322

STI2D ROBOTIQUE

OBJECTIF Représenter avec le tableur la distribution d'une loi binomiale → Cours 3 p. 146

Une entreprise fabrique des robots destinés à l'industrie. En moyenne, 80 % des pièces sortant de la ligne de production sont conformes au cahier des charges.
On choisit une pièce au hasard à la sortie de la ligne de production et on note C l'événement : « la pièce est conforme ».
Un client commande 15 pièces à l'entreprise. Pour préparer cette commande, on prélève 20 pièces à la sortie de la ligne de production. L'entreprise produisant un très grand nombre de pièces, on considère cet échantillon de 20 pièces comme un tirage aléatoire avec remise.

1. Justifier que cette expérience aléatoire est un schéma de Bernoulli comportant 20 épreuves.

2. Soit k un nombre entier compris entre 0 et 20. Puisque le coefficient binomial $\binom{20}{k}$ est le nombre de chemins comportant k fois l'issue C dans l'arbre de probabilités associé à l'expérience, justifier que la probabilité que k pièces parmi les 20 soient conformes est : $\binom{20}{k}\times 0{,}8^k \times 0{,}2^{20-k}$.

3. À l'aide de la formule $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$, générer le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n=20$ dans un tableur.

4. Reproduire et compléter le tableau suivant jusqu'à $k=20$ (arrondir les valeurs à 10^{-2}).

k	Probabilité de k pièces conformes
0	
1	
2	
3	
…	
20	

5. Présenter ces résultats dans un diagramme en bâtons.

1 Espérance d'une variable aléatoire discrète (rappel)

Définition Soit X une variable aléatoire et $x_1, x_2, \ldots, x_k$ valeurs prises par X. Alors **l'espérance de X** est le nombre noté $E(X)$ et défini par :
$$E(X)=x_1\times P(X=x_1)+x_2\times P(X=x_2)+\ldots+x_kP(X=x_k)=\sum_{i=1}^{k}x_i\times P(X=x_i).$$

Remarque • On peut interpréter l'espérance comme la valeur moyenne que l'on pourrait obtenir en répétant l'expérience aléatoire un grand nombre de fois.

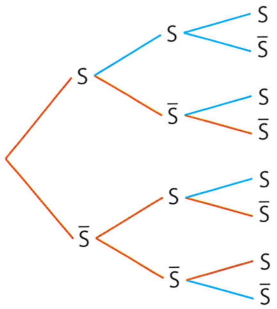
→ Voir Exercice résolu 1

2 Coefficients binomiaux

A Coefficients binomiaux

Définition Un **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p est la répétition de n épreuves de Bernoulli de paramètre p identiques et indépendantes. On note X la variable aléatoire qui, à chaque issue d'un schéma de Bernoulli, associe le nombre de succès. Pour tout entier k tel que $0 \leqslant k \leqslant n$, on appelle **coefficient binomial** le nombre de chemins associés à l'événement $\{X=k\}$ sur l'arbre représentant le schéma de Bernoulli. Ce coefficient binomial est noté $\binom{n}{k}$, ce qui se lit « ***k* parmi *n*** ».

Exemple • L'arbre ci-contre modélise un schéma de Bernoulli pour $n=3$. On constate qu'il existe trois chemins comprenant exactement *une fois* l'issue S, ainsi $\binom{3}{1}=3$. De même $\binom{3}{0}=1$; $\binom{3}{2}=3$ et $\binom{3}{3}=1$.



Propriété Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a :
$$\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1 \quad \text{et} \quad \binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$$

Propriété Soit $n \geqslant 2$ un nombre entier. Alors pour tout entier k tel que $1 \leqslant k \leqslant n-1$, on a : $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$

B Le triangle de Pascal

Le triangle de Pascal permet de calculer les coefficients binomiaux. Il s'agit d'un tableau triangulaire tel que les éléments de la ligne n sont les coefficients binomiaux $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \ldots, \binom{n}{n}$ dans cet ordre. On lit ainsi : $\binom{5}{2}=10$ ou $\binom{6}{4}=20$. Un coefficient binomial est égal à la somme des deux coefficients placés au-dessus de lui.

$$\boxed{\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}}$$
$$=$$
$$\boxed{\binom{n}{k}}$$

$n=0$	1					
$n=1$	1	1				
$n=2$	1	2	1			
$n=3$	1	3	3	1		
$n=4$	1	4	6	4	1	
$n=5$	1	5	10	10	5	1

→ Voir Exercice résolu 2

Exercice résolu 1 — Calculer et interpréter l'espérance d'une variable aléatoire

Une entreprise fabrique et vend des ordinateurs portables. On considère la variable aléatoire X qui associe à chaque ordinateur son coût total (coût de fabrication et coût de réparation éventuel après non-conformité au sortir de la chaîne de production).
Le tableau suivant donne la loi de probabilité de X :

x_i	130	175	190	235
$P(X=x_i)$	0,893	0,067	0,037	0,003

1. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.
2. Interpréter l'espérance de la variable aléatoire X.

Méthode — Pour calculer et interpréter l'espérance d'une variable aléatoire

❶ On **calcule** le nombre :
$$E(X)=x_1\times P(X=x_1)+x_2\times P(X=x_2)+\ldots+x_kP(X=x_k).$$

❷ On **interprète** l'espérance comme la valeur moyenne que l'on pourrait obtenir en répétant l'expérience aléatoire un grand nombre de fois.

Solution

1. $E(X)=130\times 0{,}893+175\times 0{,}067+190\times 0{,}037+235\times 0{,}003=135{,}55$.
2. L'espérance de X est 135,55 euros, ce qui signifie que si un grand nombre d'ordinateurs sont produits alors, en moyenne, le coût total d'un ordinateur sera de 135,55 euros.

→ Voir Exercices 21 à 25 p. 150

Exercice résolu 2 — Calculer des coefficients binomiaux à l'aide du triangle de Pascal

TABLEUR

1. Calculer $\binom{7}{3}$ avec un triangle de Pascal.
2. À l'aide d'un tableur, calculer le coefficient binomial $\binom{9}{5}$.

Méthode — Pour calculer des coefficients binomiaux à l'aide du triangle de Pascal

❶ On **dessine** un triangle de Pascal vide avec $n+1$ lignes.
❷ On **complète** les premières et dernières cases de chaque ligne avec des 1.
❸ On **complète** les autres cases à l'aide d'une propriété du cours : chaque coefficient est la somme des deux coefficients au-dessus de lui.

Solution

1. Voir ci-contre. Ainsi $\binom{7}{3}=35$.
2. Après avoir placé les 1 aux extrémités des 10 lignes ($n=9$ et on compte la ligne de rang 0), on écrit la formule $\boxed{=A2+B2}$ dans la cellule B3 puis on l'étend au reste du tableau. Ainsi $\binom{9}{5}=126$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1									
2	1	1								
3	1	2	1							
4	1	3	3	1						
5	1	4	6	4	1					
6	1	5	10	10	5	1				
7	1	6	15	20	15	6	1			
8	1	7	21	35	35	21	7	1		
9	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
10	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

→ Voir Exercices 26, 27, 30, 32 p. 150

3 Loi binomiale

Définition Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de succès obtenus dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p. La loi de probabilité de X est appelée **loi binomiale de paramètres n et p.** On la note : $\mathcal{B}(n\,;p)$.

Propriété Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$. Pour tout nombre entier k tel que $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité que X soit égale à k est : $\boldsymbol{P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\times(1-p)^{n-k}}$.

Démonstration • Dans l'arbre associé à cette expérience aléatoire, un des chemins comportant exactement k succès comporte alors également $n-k$ échecs. La probabilité de l'issue associée à ce chemin est donc $p^k\times(1-p)^{n-k}$.
Par définition, il existe $\binom{n}{k}$ chemins identiques.

Ainsi $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\times(1-p)^{n-k}$.

Exemple • En France, 45 % de la population est du groupe sanguin A. On choisit 5 personnes au hasard dans une grande ville française et on note X le nombre de personnes étant du groupe sanguin A dans cet échantillon.
Le nombre d'habitants étant élevé, on considère que le groupe sanguin d'une des personnes est indépendant de celui des autres. Ainsi, X suit la loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0{,}45$.
La probabilité que 3 de ces personnes soient du groupe A est donc, à 10^{-2} près :
$P(X=3)=\binom{5}{3}0{,}45^3\times(1-0{,}45)^{5-3}=10\times0{,}45^3\times0{,}55^2\approx0{,}28$.

Propriété Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$. Alors son espérance est : $\boldsymbol{E(X)=n\times p}$.

Exemple • Environ 28 % des 14-20 ans portent des lunettes de vue (ou des lentilles). On assimile le fait de choisir au hasard 10 personnes de cette tranche d'âge à un tirage aléatoire avec remise.
Soit X la variable aléatoire associant à chaque groupe de 10 personnes le nombre d'entre elles portant des lunettes. Alors X suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0{,}28$.
La probabilité que, dans un groupe de 10 personnes de cette tranche d'âge, quatre d'entre elles portent des lunettes est (à 10^{-2} près) :
$P(X=4)=\binom{10}{4}0{,}28^4\times(1-0{,}28)^{10-4}=210\times0{,}28^4\times0{,}72^6\simeq0{,}18$.

Par ailleurs, l'espérance de X est $E(X)=10\times0{,}28=2{,}8$. Ainsi, si on formait aléatoirement un grand nombre de groupes de 10 personnes de la tranche d'âge 14-20 ans, il y aurait en moyenne environ 2,8 personnes portant des lunettes par groupe.

→ Voir Exercices résolus 3 et 4

Exercice résolu 3 — Calculer des probabilités à l'aide des coefficients binomiaux

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(4\,;0{,}6)$.
Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs seront arrondies à 10^{-2} près) :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$					

Méthode — Pour calculer des probabilités à l'aide des coefficients binomiaux

1. On **calcule** les coefficients binomiaux $\binom{4}{k}$ avec un triangle de Pascal.
2. On **calcule** les probabilités en utilisant la formule $P(X=k)=\binom{4}{k}p^k\times(1-p)^{4-k}$.

Solution

Le triangle de Pascal jusqu'à la ligne $n=4$ est donné ci-contre. On en déduit que :

- $P(X=0)=\binom{4}{0}0{,}6^0\times0{,}4^4\simeq0{,}03$
- $P(X=1)=\binom{4}{1}0{,}6^1\times0{,}4^3\simeq0{,}14$
- $P(X=2)=\binom{4}{2}0{,}6^2\times0{,}4^2\simeq0{,}35$
- $P(X=3)=\binom{4}{3}0{,}6^3\times0{,}4^1\simeq0{,}35$
- $P(X=4)=\binom{4}{4}0{,}6^4\times0{,}4^0\simeq0{,}13$

$n=0$	1				
$n=1$	1	1			
$n=2$	1	2	1		
$n=3$	1	3	3	1	
$n=4$	1	4	6	4	1

Ainsi :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,03	0,14	0,35	0,35	0,13

→ Voir **Exercices 33 à 38** p. 151

Exercice résolu 4 — Reconnaître si une situation relève de la loi binomiale

La situation suivante suit-elle une loi binomiale ?
« On lance 10 fois un dé cubique équilibré. On gagne si on obtient au moins sept fois un nombre supérieur ou égal à 5. Quelle est la probabilité de gagner (à 10^{-2} près) ? »

Méthode — Pour reconnaître si une situation relève de la loi binomiale

1. On **identifie** une épreuve de Bernoulli et son paramètre p.
2. On **vérifie** que l'épreuve est répétée de manière identique et indépendante.
3. On **définit** une variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

(Si une de ces trois conditions n'est pas remplie, la situation ne suit pas une loi binomiale.)

Solution

Pour chaque lancer de dé, deux issues sont possibles : succès (« obtenir au moins 5 », avec une probabilité $p=\frac{1}{3}$) et échec (« obtenir au plus 4 », avec une probabilité $1-p=\frac{2}{3}$). Un lancer de dé est donc une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=\frac{1}{3}$. Cette épreuve est répétée 10 fois de manière identique et indépendante car le résultat d'un lancer ne dépend pas des autres. La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès durant ces 10 lancers suit donc la loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=\frac{1}{3}$.

→ Voir **Exercices 39 à 42** p. 151

L'essentiel

1 Espérance d'une variable aléatoire

- L'**espérance** d'une variable aléatoire X est la moyenne des valeurs qu'elle prend si on réalise un grand nombre de fois l'expérience aléatoire. Elle se calcule avec la formule :

$$E(X)=x_1\times P(X=x_1)+x_2\times P(X=x_2)+...+x_k\times P(X=x_k)=\sum_{i=1}^{k}x_i\times P(X=x_i)$$

où $x_1, x_2, \ldots, x_k$ sont les valeurs prises par X.

2 Coefficients binomiaux

- Le **coefficient binomial** $\binom{n}{k}$ est le nombre de chemins associés à l'événement $\{X=k\}$ dans l'arbre décrivant un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, et où X est la variable aléatoire associée au nombre de succès.
- $\binom{n}{k}$ se lit « k parmi n ».
- En particulier, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ on a :

$$\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1 \quad \text{et} \quad \binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$$

- Pour tout entier naturel $n \geqslant 2$ et tout entier k tel que $1 \leqslant k \leqslant n-1$, on a :

$$\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$$

- Ces formules permettent de définir le **triangle de Pascal** : il s'agit d'un tableau en forme de triangle tel que les éléments de la ligne n sont les coefficients binomiaux $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \ldots, \binom{n}{n-1}, \binom{n}{n}$ dans cet ordre.

La première et la dernière case de chaque ligne sont complétées avec des 1, d'après la propriété $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$.

Les autres cases sont complétées grâce à la formule $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$.

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

Jusqu'à $n=4$ on obtient ainsi :

$n=0$	1				
$n=1$	1	1			
$n=2$	1	2	1		
$n=3$	1	3	3	1	
$n=4$	1	4	6	4	1

3 Loi binomiale

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre total de succès obtenus dans un schéma de Bernoulli de n épreuves, pour lequel la probabilité de succès dans chaque épreuve de Bernoulli est p.

- La loi de probabilité de X est appelée **loi binomiale de paramètres n et p** et notée $\mathscr{B}(n\,;p)$.
- Pour tout nombre entier k tel que $0 \leqslant k \leqslant n$, on a :

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\times(1-p)^{n-k}$$

- L'espérance de X est :

$$E(X)=n\times p.$$