1 Questions Flash

Diaporama

15 diapositives pour acquérir ses automatismes

lienmini.fr/10445-35

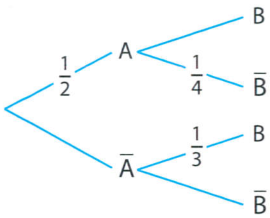
Calculer une probabilité conditionnelle

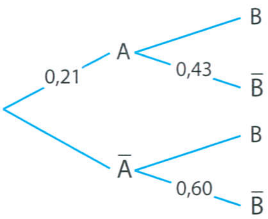
2 A et B sont deux événements tels que $P(A \cap B) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}8$.
Calculer $P_B(A)$.

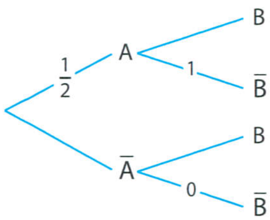
3 A et B sont deux événements tels que $P(A \cap B) = 0{,}3$.
Quelle valeur doit prendre $P(B)$ afin que $P_B(A) = 0{,}5$?

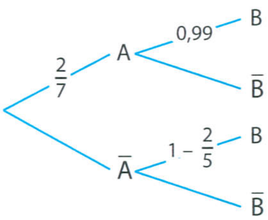
Compléter un arbre de probabilités

4 Reproduire et compléter les arbres de probabilités suivants :



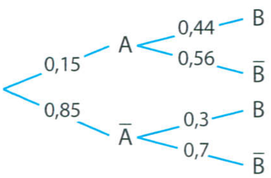






Lire des probabilités à partir d'un arbre

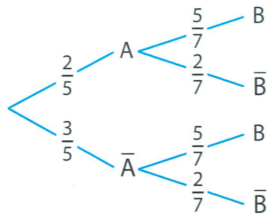
5 **1.** À partir de l'arbre ci-dessous, lire les probabilités :



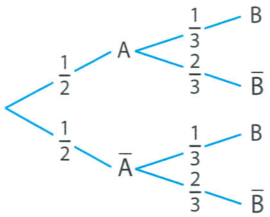
a. $P(A)$
b. $P_A(\overline{B})$
c. $P_{\overline{A}}(B)$
2. Peut-on lire $P_B(A)$ sur l'arbre ?

Calculer des probabilités à partir d'un arbre

6 **1.** À partir de l'arbre ci-contre, calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.
2. En déduire $P(B)$.



7 **1.** À partir de l'arbre ci-contre, calculer $P(A) \times P_A(B)$ et $P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$.
2. En déduire $P(B)$.



Construire un arbre de probabilités

8 A et B sont deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}4$, $P_A(\overline{B}) = 0{,}2$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}7$.
1. Construire un arbre de probabilités à partir des données précédentes.
2. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.
3. En déduire $P(B)$.

9 Dans une entreprise, 35 % des employés sont des femmes et le reste des hommes. Chez les femmes, 90 % sont ingénieures. Chez les hommes, 60 % sont techniciens. Construire un arbre de probabilités à partir des données précédentes.

Appliquer la formule des probabilités totales

10 A et B sont deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}5$, $P(\overline{A}) = 0{,}5$, $P_A(B) = 0{,}2$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}6$.
Calculer $P(B)$.

11 A et B sont deux événements tels que :
$P(A \cap B) = 0{,}35$ et $P(A \cap \overline{B}) = 0{,}45$.
Calculer $P(A)$.

12 Dans un club de football, 80 % des licenciés sont des garçons, le reste des filles. Chez les hommes, 75 % sont majeurs. Chez les filles, 25 % sont majeures. On choisit un licencié au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit majeur ?

Manipuler l'indépendance de deux événements

13 A et B sont deux événements tels que :
$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$. Sont-ils indépendants ?

14 A et B sont deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}3$, $P_B(A) = 0{,}7$ et $P_A(B) = 0{,}3$. Sont-ils indépendants ?

15 Soit A et B deux événements indépendants tels que :
$P(A) = 0{,}6$ et $P(B) = 0{,}5$. Calculer $P(A \cap B)$.

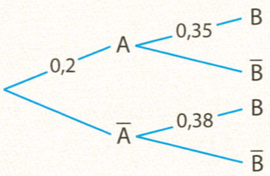
PASTILLE BLANCHE *L'exercice est corrigé en fin de manuel*

Probabilités conditionnelles et arbres de probabilités

→ Aide Cours 1 p. 122

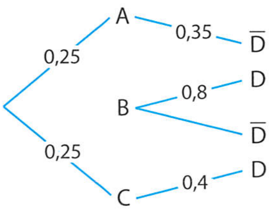
Question de cours

16 On considère l'arbre de probabilités ci-dessous.



1. Reproduire et compléter cet arbre.
2. Lire $P_{\overline{A}}(B)$.
3. Calculer $P(A \cap B)$.
4. Déterminer $P(\overline{A})$, puis en déduire $P(B)$.

17 On considère l'arbre ci-dessous.

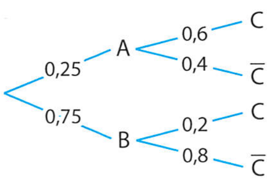


1. Rajouter toutes les branches manquantes de l'arbre ainsi que leur probabilité associée afin d'obtenir un arbre de probabilités.
2. Calculer $P(A \cap D)$.
3. Calculer $P(D)$.
4. Calculer $P_D(A)$.

→ Voir Exercice résolu 1 p. 123

Vrai ou faux

18 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
On considère l'arbre de probabilités ci-dessous.



1. On peut lire que $P_{\overline{B}}(\overline{C}) = 0,8$.
2. $P(A \cap C) = 0,15$.
3. $P(C) = 0,3$.
4. $P_C(A) = 0,5$.
5. $P_C(\overline{A}) = 0,5$.

→ Voir Exercice résolu 1 p. 123

QCM

19 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*
On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. On note D l'événement « la carte tirée est une dame » et C l'événement « la carte tirée est un cœur ».

1. L'événement « la carte tirée est la dame de cœur » est :
a. $D \cap C$ **b.** $D \cup C$ **c.** $D \cap \overline{C}$

2. L'événement « la carte tirée est une dame ou un cœur » est :
a. $D \cap C$ **b.** $D \cup C$ **c.** $D \cap \overline{C}$

3. La probabilité de tirer une dame et un cœur est :
a. $\dfrac{1}{32}$ **b.** $\dfrac{1}{4}$ **c.** $\dfrac{4}{32}$

4. La probabilité de tirer une dame sachant que c'est un cœur est :
a. $\dfrac{1}{8}$ **b.** $\dfrac{1}{4}$ **c.** $\dfrac{1}{12}$

20 Reproduire et compléter le tableau ci-dessous (on arrondira les résultats au millième si nécessaire, et on laissera les résultats sous forme de fractions lorsqu'on en utilise).

$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P_B(A)$	$P_A(B)$
0,22	0,56		0,35	
	0,80	0,02		0,60
$\dfrac{3}{10}$			$\dfrac{4}{7}$	$\dfrac{5}{12}$
	$\dfrac{2}{5}$		$\dfrac{5}{7}$	$\dfrac{6}{7}$

21 Soit A et B deux événements tels que $P(A) = \dfrac{3}{5}$ et $P(A \cap B) = \dfrac{7}{15}$.
1. Calculer $P_A(B)$.
2. Décrire la situation pour un arbre de probabilités.
3. On suppose de plus que $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{2}{7}$. Que vaut $P_{\overline{A}}(B)$?
4. En déduire $P(B)$.

22 Un potager est composé de 70 % de légumes et de 30 % de fruits. Parmi les légumes, 90 % poussent à l'air libre, contre 10 % sous serre. Parmi les fruits, la moitié pousse à l'air libre. On note F l'événement « l'article choisi est un fruit », L l'événement « l'article choisi est un légume » et A l'événement « l'article choisi pousse à l'air libre ».
On choisit un article du potager au hasard.
1. Définir par une phrase les événements $F \cap A$ et $L \cap A$, et calculer leur probabilité.
2. Calculer $P(A)$, la probabilité qu'un article pousse à l'air libre.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 125

Indépendance de deux événements

→ Aide Cours 2 p. 124

Question de cours

23 Soit A et B deux événements tels que $P_B(A) = 0{,}5$.
Quelle valeur doit prendre $P(A)$ pour que A et B soient indépendants ?

24 Soit A et B deux événements tels que $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ et $P(A) = \frac{2}{3}$.
Quelle valeur doit prendre $P(B)$ pour que A et B soient indépendants ?

QCM

25 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*
Lors d'un entraînement, un tennisman amateur réalise deux services de suite. La probabilité qu'il réussisse son premier service est de $\frac{3}{5}$ et la probabilité qu'il réussisse le second est de $\frac{4}{5}$. L'issue du premier service n'influence pas celle du second. On note S l'événement « le service est réussi » et $\overline{S}$ son événement contraire.

1. La probabilité qu'il réussisse ses deux services est :

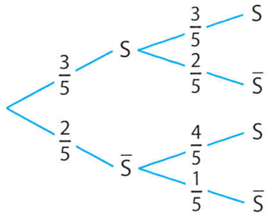
a. $\frac{12}{25}$ **b.** $\frac{9}{25}$ **c.** $\frac{3}{25}$

2. La probabilité qu'il échoue au premier service et réussisse le second est :

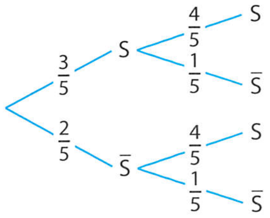
a. $\frac{7}{25}$ **b.** $\frac{12}{25}$ **c.** $\frac{8}{25}$

3. L'arbre de probabilités correspondant à cette situation est :

a.



b.



4. La probabilité qu'il réussisse au moins un service est :

a. $\frac{23}{25}$ **b.** $\frac{11}{25}$ **c.** $\frac{21}{25}$

Vrai ou faux

26 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*

1. Si A et B sont deux événements tels que $P(A \cap B) = 0{,}6$, alors $P(B)$ est nécessairement égale à 0,3.

2. Si A et B sont deux événements indépendants tels que $P(A) = 0{,}2$ et $P(A \cap B) = 0{,}6$, alors $P_B(A) = 0{,}12$.

3. Si A et B sont deux événements indépendants tels que $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cap B) = 0{,}3$, alors $P(A) = \frac{3}{4}$.

4. Si A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}2$, alors les événements $\overline{A}$ et B sont indépendants.

27 On lance deux fois successives une pièce de monnaie équilibrée. On note A l'événement « les deux faces obtenues sont identiques », B l'événement « on obtient exactement une fois pile » et C l'événement « on obtient au moins une fois pile ».

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2. Les événements A et C sont-ils indépendants ?

28 Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On note A l'événement « le numéro de la boule est pair » et B l'événement « le numéro de la boule est un multiple de 3 ». On tire une boule au hasard.

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2. Reprendre la question en considérant une urne contenant 13 boules.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 125

29 ST2S Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 élèves de Terminale d'un lycée, sportifs ou non sportifs, en fonction de leur régime scolaire (externe, interne ou demi-pensionnaire).

	Externe	Demi-P	Interne
Sportif	22	12	6
Non sportif	30	18	12

On choisit un élève au hasard.

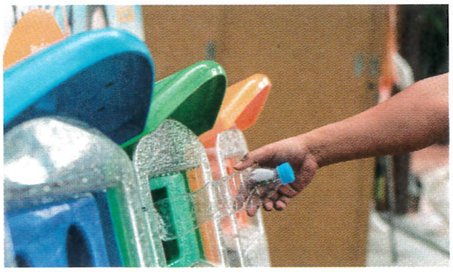
1. Les événements « l'élève est sportif » et « l'élève est externe » sont-ils indépendants ?

2. Les événements « l'élève est non sportif » et « l'élève est demi-pensionnaire » sont-ils indépendants ?

30 Deux joueurs de basket-ball font un concours de lancers francs à trois points, chacun sur l'un des paniers du terrain. Chaque joueur lance une seule fois le ballon sur chaque panier du terrain, indépendamment de l'autre joueur.
Le joueur 1 (qui joue en 1er) et le joueur 2 ont pour probabilités respectives $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{5}$ de marquer un panier à trois points.
On note les événements suivants :
J_1 : « le joueur 1 réussit son panier à trois points ».
J_2 : « le joueur 2 réussit son panier à trois points ».

1. Construire un arbre de probabilités modélisant la situation des deux joueurs.
2. Quelle est la probabilité que les deux joueurs réussissent un panier à trois points ?
3. En déduire la probabilité qu'aucun des joueurs ne réussissent un panier à trois points.

31 Une enquête a été menée sur différentes tranches d'âges concernant leurs habitudes écologiques. Parmi les personnes interrogées, 75 % ont moins de 35 ans, 25 % ont 35 ans ou plus, 60 % font le tri sélectif, 45 % sont des personnes de moins de 35 ans qui font le tri sélectif et 80 % sont des personnes de 35 ans ou plus qui font le tri sélectif.



On note T l'événement « la personne fait le tri sélectif », J l'événement « la personne a moins de 35 ans » et M l'événement « la personne a 35 ans ou plus ».
1. Les événements J et T sont-ils indépendants ?
2. Les événements M et T sont-ils indépendants ?

→ Voir Exercice résolu 4 p. 125

32 On considère un dé non pipé à six faces numérotées de 1 à 6.
1. Donner un exemple de deux événements indépendants.
2. Donner un exemple de deux événements non indépendants.

33 On lance deux pièces de monnaie successivement. La première pièce est équilibrée. La deuxième ne l'est pas et vérifie les conditions suivantes : si la première pièce donne pile, la deuxième pièce donne pile trois fois sur quatre. Si la première pièce donne face, la deuxième pièce donne face cinq fois sur six.
1. Donner la probabilité d'avoir pile au 1er lancer.
2. Calculer les probabilités d'avoir pile au 2e lancer.
3. Calculer la probabilité d'avoir deux fois pile, et en déduire que les événements « obtenir pile au 1er lancer » et « obtenir pile au 2e lancer » ne sont pas indépendants.

34 Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 adhérents d'un club de football, filles ou garçons, en fonction de leur âge (minime, cadet ou junior).

	Minime	Cadet	Junior
Filles	6	12	22
Garçons	18	30	12

On choisit un adhérent du club au hasard.

Partie A

1. Les événements « l'adhérent est une fille » et « l'adhérent est minime » sont-ils indépendants ?
2. Les événements « l'adhérent est un garçon » et « l'adhérent est cadet » sont-ils indépendants ?
3. Les événements « l'adhérent est une fille et cadet » et « l'adhérent est une fille et minime » sont-ils indépendants ?

Partie B

On considère les événements suivants :
– S : « l'adhérent est une fille » ;
– E : « l'adhérent est minime » ;
– D : « l'adhérent est cadet » ;
– I : « l'adhérent est junior ».
1. En complétant le tableau avec des effectifs totaux, construire un arbre de probabilités modélisant la situation.
2. À l'aide de cet arbre, déterminer la probabilité que l'adhérent choisi soit minime, puis vérifier ce résultat à l'aide d'un calcul de probabilités en utilisant le tableau.
3. En déduire la probabilité qu'un adhérent soit une fille sachant qu'elle est junior, puis vérifier ce résultat à l'aide d'un calcul de probabilités en utilisant le tableau.

Probabilités conditionnelles et arbres de probabilités

35 Soit A et B deux événements tels que $P(A \cap B) = 0,5$. Peut-on donner n'importe quelle valeur comprise entre 0 et 1 à $P(B)$ pour définir $P_B(A)$?

36 STHR Dans un restaurant, 65 % des clients viennent déjeuner le midi, le reste vient le soir. Parmi les clients du midi, 55 % commandent une formule entrée-plat-dessert, contre 30 % pour les clients du soir. On note les événements F « le client commande une formule entrée-plat-dessert », M « le client vient le midi » et S « le client vient le soir ».

1. Construire un arbre de probabilités avec les données.

2. Traduire par une phrase l'événement $M \cap F$ et calculer sa probabilité.

3. Montrer que la probabilité de F est 0,462 5.

4. Un client a commandé une formule entrée-plat-dessert. Quelle est la probabilité, arrondie au millième, qu'il soit un client du midi ?

QCM

37 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*

Un commerçant possédant un rayon « journaux » et un rayon « souvenirs » trie les pièces de monnaie contenues dans les caisses de chaque rayon. Il constate que la caisse du rayon « journaux » contient 3 fois plus de pièces de 1 € que celle du rayon « souvenirs ». Les pièces ont toutes le côté pile identique, mais le côté face diffère selon le pays d'origine. Ainsi, 40 % des pièces de 1 € dans la caisse du rayon « souvenirs » et 8 % de celle du rayon « journaux » portent une face symbolisant autre chose que l'arbre de vie pour la France (on dira « face européenne »). Les pièces de 1 € issues des deux caisses sont rassemblées dans un sac. On prélève une pièce au hasard dans ce sac. On note S l'événement « la pièce provient de la caisse souvenirs » et E l'événement « la pièce porte une face européenne ».

1. La probabilité de S est égale à :

a. $\frac{3}{4}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{40}{100}$

2. La probabilité de $S \cap E$ est égale à :

a. 0,1 **b.** 0,3 **c.** 0,16

3. La probabilité que la pièce porte une face européenne est égale à :

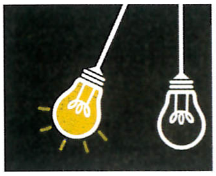
a. 0,76 **b.** 0,36 **c.** 0,16

4. Sachant que cette pièce porte une face européenne, la probabilité qu'elle provienne de la caisse « souvenirs » est :

a. $\frac{5}{18}$ **b.** 0,625 **c.** 0,08

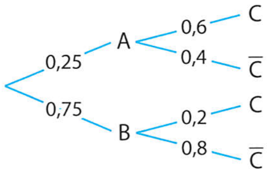
Vrai ou faux

38 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*



Un magasin vend des ampoules lumineuses provenant de deux usines A et B.
45 % des ampoules proviennent de l'usine A et le reste de l'usine B.
4 % des ampoules provenant de l'usine A sont défectueuses et 5 % des ampoules de l'usine B sont défectueuses.
On choisit au hasard une ampoule dans le stock du magasin. On note A l'événement « l'ampoule provient de l'usine A », B l'événement « l'ampoule provient de l'usine B » et D l'événement « l'ampoule est défectueuse ».

1. La situation peut être modélisée par l'arbre de probabilités ci-contre :



2. La probabilité que la pièce provienne de l'usine A et qu'elle soit défectueuse est 0,432.

3. La probabilité que la pièce ne soit pas défectueuse est 0,540 5.

4. La pièce est défectueuse. La probabilité qu'elle provienne de l'usine B est supérieure à 95 %.

39 Un employé se rend à son travail en bus. S'il est à l'heure, il prend le bus de ramassage gratuit mis à disposition par l'entreprise. S'il est en retard, il prend le bus de la ville, au tarif de 1,50 €.

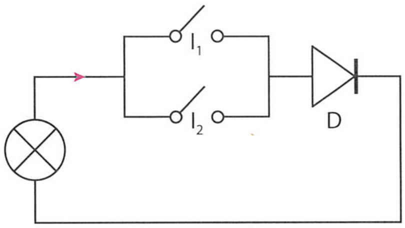
Si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{5}$. S'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{20}$.
On note R_k l'événement « l'employé arrive en retard au jour k ». On suppose que $P(R_1) = 0$.

1. Déterminer les probabilités conditionnelles $P_{R_2}(R_3)$ et $P_{\overline{R_2}}(R_3)$.

2. Déterminer $P(R_2 \cap R_3)$ et $P(\overline{R_2} \cap R_3)$.

3. En déduire $P(R_3)$ puis $P_{\overline{R_3}}(R_4)$.

40 STI2D Dans un laboratoire du lycée, un élève réalise un test sur un circuit électrique qui comporte deux interrupteurs I_1 et I_2 montés en parallèle. Ces deux interrupteurs conduisent ensuite à une diode électroluminescente D.



On suppose que l'interrupteur I_1 laisse passer le courant une fois sur trois, que l'interrupteur I_2 laisse passer le courant deux fois plus que I_1 et que les deux interrupteurs I_1 et I_2 ne peuvent être fermés simultanément.
Si I_1 est fermé, la diode D émet de la lumière dans 90 % des cas. Si I_2 est fermé, la diode n'en produit que dans 80 % des cas.
1. Quelle est la probabilité que la diode émette de la lumière ?
2. La diode n'émet pas de lumière. Est-il plus probable que ce soit l'interrupteur I_1 ou l'interrupteur I_2 qui ait laissé passer le courant ?

41 STMG Une enquête de marché a été réalisée sur les préférences des clients d'une agence de voyages. Sur 300 clients, 219 partent pendant les vacances scolaires, le reste hors période de vacances scolaires.
72 % des clients qui partent pendant les vacances scolaires choisissent une destination en Europe. 31 % des clients qui partent hors période de vacances scolaires choisissent une destination hors d'Europe.

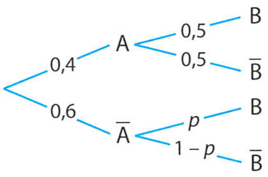
1. Résumer toutes ces informations dans un tableau à double entrée, puis construire un arbre de probabilités à partir de ce tableau.
On interroge un client au hasard. On note V l'événement « le client part en vacances pendant les vacances scolaires » et E l'événement « le client part en vacances en Europe ».
2. Calculer la probabilité que ce client soit parti en vacances hors d'Europe.
3. Le client interrogé est parti en vacances en Europe. Quelle est la probabilité qu'il soit parti hors vacances scolaires ?

Indépendance de deux événements

QCM

42 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*
Soit A et B deux événements.
1. Si $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{5}{6}$ et $P(A\cap B)=\frac{5}{9}$, alors A et B sont :
a. indépendants.
b. non indépendants.
c. On ne peut pas savoir.
2. Si $P(A)=\frac{2}{3}$ et $P_A(B)=\frac{1}{4}$, alors A et B sont :
a. indépendants.
b. non indépendants.
c. On ne peut pas savoir.
3. Si A et B sont indépendants et tels que $P(A)=\frac{2}{3}$ et $P(A\cap B)=\frac{5}{12}$, alors :
a. $P(B)=\frac{20}{36}$ **b.** $P(B)=\frac{5}{8}$ **c.** $P(B)=0,4$
4. Si $P(\overline{A})=0,25$ et $P(B)=0,4$, alors A et B sont indépendants si et seulement si :
a. $P_B(A)=0,75$ **b.** $P(A\cap B)=0,1$ **c.** $P_A(B)=0,25$

43 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire représentés par l'arbre de probabilités ci-dessous.



Quelle valeur doit-on donner à p pour que A et B soient indépendants ?

44 Soit A et B deux événements indépendants tels que $P(A)=0,35$ et $P(B)=0,48$.
Déterminer les probabilités suivantes :
1. $P(A\cap B)$ **2.** $P(A\cup B)$ **3.** $P(A\cap\overline{B})$ **4.** $P(A\cup\overline{B})$

Coup de pouce
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- A et B indépendants $\Rightarrow$ A et $\overline{B}$ indépendants.

45 On lance deux fois et successivement un dé équilibré.
1. On note A l'événement « le 1er dé donne un chiffre pair » et S l'événement « la somme des chiffres des deux dés vaut 5 ». Les événements A et S sont-ils indépendants ?
2. On note B l'événement « le 1er dé donne le chiffre 6 » et M l'événement « la multiplication des chiffres des deux dés vaut 12 ». Les événements B et M sont-ils indépendants ?

Vrai ou faux

46 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
Un apprenti conducteur réalise différentes manœuvres avant l'examen du permis de conduire. Les manœuvres qu'il pratique sont le créneau, le rangement en bataille et la marche arrière.

On suppose que les manœuvres différentes sont indépendantes les unes des autres.
On note A l'événement « la marche arrière est réussie », B l'événement « le rangement en bataille est réussi », C l'événement « le créneau est réussi » et C_k l'événement : « le créneau est réussi au k^e essai ».

1. Sa probabilité de réussir son créneau au 1[er] essai est $\frac{2}{5}$ et celle de le réussir au 2[e] essai est de $\frac{3}{5}$. Alors les événements C_1 et C_2 sont indépendants.

2. Sa probabilité de réussir sa marche arrière est $\frac{1}{3}$ et celle de réussir son rangement en bataille est $\frac{4}{7}$. Alors la probabilité qu'il réussisse les deux à la suite est $\frac{4}{21}$.

3. Sa probabilité de réussir son rangement en bataille est $\frac{4}{7}$ et sa probabilité de rater son créneau est $\frac{5}{6}$. Alors sa probabilité de réussir son rangement en bataille puis de rater son créneau juste après est $\frac{10}{21}$.

4. Sa probabilité de réussir son rangement en bataille sachant qu'il a réussi son créneau est la même que sa probabilité de réussir son deuxième créneau sachant qu'il a réussi le premier créneau.

47 Pour obtenir son diplôme, un stagiaire doit passer trois épreuves successives. La probabilité qu'il réussisse l'épreuve 1 est de 0,97, celle de l'épreuve 2 est de 0,95, et celle de l'épreuve 3 est de 0,9.
On suppose que les réussites aux épreuves sont indépendantes les unes des autres.

1. Quelle est la probabilité que le stagiaire réussisse les trois épreuves ?

2. Quelle est la probabilité qu'il rate les trois ?

3. Quelle est la probabilité qu'il n'en réussisse qu'une seule sur les trois ?

48 Un pratiquant de tir à l'arc réalise trois tirs. La probabilité qu'il tire dans la cible au premier tir est $\frac{1}{3}$. La probabilité de chacun de ses tirs suivants est deux fois plus petite que celle du tir précédent. On suppose que les issues de chaque tir (atteindre ou manquer la cible) sont indépendantes les unes des autres.

1. Quelle est la probabilité que le tireur atteigne la cible à chacun de ses tirs ?

2. Quelle est la probabilité que le tireur atteigne la cible seulement à ses deux premiers tirs ?

3. Quelle est la probabilité que le tireur atteigne la cible uniquement à son dernier tir ?

49 Une urne contient dix boules indiscernables au toucher et numérotées : sept boules rouges numérotées de 1 à 7 et trois boules noires numérotées de 1 à 3.
On tire deux boules au hasard, successivement et sans remise.
On note les événements suivants :
I : « tirer deux boules de numéro impair », R : « tirer deux boules rouges » et D : « tirer deux boules de couleurs différentes ».

1. Les événements I et R sont-ils indépendants ?

2. Même question pour les événements I et D.

50 Soit A, B et C trois événements. On dit que les événements A, B et C sont mutuellement indépendants si l'on a toutes les égalités suivantes :
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$; $P(A \cap C) = P(A) \times P(C)$;
$P(B \cap C) = P(B) \times P(C)$ et $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$.

1. Si A, B et C sont mutuellement indépendants, est-il vrai que A, B et C sont deux à deux indépendants, c'est-à-dire que A et B, A et C et B et C sont indépendants ?

2. On s'intéresse maintenant à la question suivante : si A, B et C sont deux à deux indépendants, est-il vrai que A, B et C sont mutuellement indépendants ?
On examine la situation suivante : on lance deux fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note A l'événement « obtenir pile au 1[er] lancer », B l'événement « obtenir face au 2[e] lancer » et C l'événement « obtenir la même chose aux 2 lancers ».

a. Calculer les probabilités $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cap C)$, $P(B \cap C)$, $P(A \cap B \cap C)$.

b. Les événements A, B et C sont-ils deux à deux indépendants ?

c. Les événements A, B et C sont-ils mutuellement indépendants ?

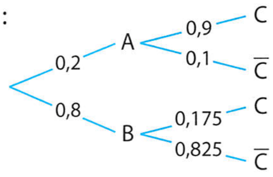
d. Que peut-on en déduire quant à la question que l'on se posait ?

Pour faire le point

Tests
S'entraîner en ligne
lienmini.fr/10445-36

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.

	V	F
51 Si A et B sont deux événements tels que $P(A)=0{,}8$ et $P(A\cap B)=0{,}2$, alors $P_A(B)=0{,}16$.		
52 Si A et B sont deux événements tels que $P(A)=0{,}2$ et $P_A(B)=0{,}2$, alors A et B sont indépendants.		
53 On considère l'arbre de probabilités suivant :  **1.** $P(A\cap\overline{C})=0{,}54$. **2.** $P(C)=0{,}32$. **3.** A et C sont indépendants. **4.** $P_C(A)=\dfrac{9}{16}$.		
54 Si A et B sont deux événements tels que $P(A\cap B)=0{,}23$ et $P(A\cap\overline{B})=0{,}19$, alors $P(\overline{A})=0{,}58$.		

→ Vérifier les résultats p. 324

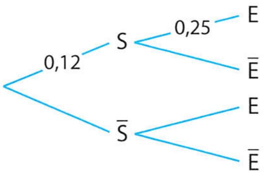
QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

Les périodes hivernales sont propices au développement de deux maladies : la gastro-entérite et la grippe saisonnière. Dans un lycée, 12 % des élèves ont contracté la grippe saisonnière. Parmi ces élèves, 25 % ont aussi contracté une gastro-entérite. Parmi les élèves n'ayant pas contracté la grippe saisonnière, 17 % ont néanmoins contracté une gastro-entérite.

On choisit un élève du lycée au hasard. On note S l'événement « l'élève a contracté la grippe saisonnière » et E l'événement « l'élève a contracté la gastro-entérite ».

On donne l'arbre de probabilité ci-contre :



55 L'événement $S\cap E$ correspond à :

a. « L'élève a contracté une gastro-entérite, sachant qu'il avait eu une grippe saisonnière. »
b. « L'élève a contracté une grippe saisonnière et une gastro-entérite. »
c. « L'élève a contracté une gastro-entérite ou une grippe saisonnière. »

56 La probabilité de l'événement $S\cap E$ est :

a. 25 % **b.** 3 % **c.** 37 %

57 La probabilité que l'élève ait eu une gastro-entérite durant l'hiver est :

a. 42 % **b.** 3 % **c.** 17,96 %

58 Sachant que l'élève a eu une gastro-entérite au cours de l'hiver, la probabilité qu'il ait eu la grippe saisonnière est :

a. environ 16,7 %. **b.** environ 66,8 %. **c.** 3 %.

59 Les événements S et E sont :

a. indépendants. **b.** incompatibles. **c.** Aucun des deux.

→ Vérifier les résultats p. 324

60 **In English**

A car is composed of two headlights, one on the left (L) and one on the right (R), working independently of each other. Each one has a probability of 0,05 to burn out after one year. What is the probability that both headlights burn out the first year?

61 COMPÉTENCE **Raisonner**

Un sac contient deux jetons bleus et trois jetons rouges. On tire au hasard deux jetons successivement et avec remise. On note B_1 l'événement « le premier jeton tiré est bleu », B_2 l'événement « le deuxième jeton tiré est bleu », R_1 l'événement « le premier jeton tiré est rouge » et R_2 l'événement « le deuxième jeton tiré est rouge ».

1. Construire un arbre de probabilités modélisant la situation.
2. Déterminer la probabilité que les deux jetons tirés soient bleus.
3. Déterminer la probabilité que les deux jetons tirés soient de même couleur.
4. Calculer $P(B_2)$ et $P(R_2)$.
5. Reprendre toutes les questions précédentes en considérant que les tirages s'effectuent sans remise.

62 COMPÉTENCE **Modéliser, Chercher**

Dans une région, 1 % de la population est contaminée par un virus. On propose un test de dépistage dont les caractéristiques sont les suivantes :
• 99,5 % des personnes porteuses du virus ont un test positif ;
• 98,5 % des personnes non porteuses du virus ont un test négatif.

On choisit une personne de cette population au hasard et on lui fait passer le test. On note V l'événement « la personne choisie est porteuse du virus » et T l'événement « la personne choisie a un test positif ».
Tous les résultats suivants seront arrondis à 10^{-4} près.

1. À l'aide des données de l'énoncé, modéliser la situation par un arbre de probabilités.
2. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est de 0,024 8.
3. Que peut-on dire de l'affirmation suivante : « on estime qu'une personne ayant un test positif a environ 40 % de chances d'être porteuse du virus » ? Interpréter ce résultat.
4. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas porteuse du virus sachant que son test est négatif. Interpréter ce résultat.

63 COMPÉTENCE **Chercher**

Dans une entreprise, 35 % des employés sont des femmes, le reste sont des hommes.
Chez les femmes, 90 % sont ingénieures. Chez les hommes, 60 % sont techniciens.
Quel est le pourcentage d'ingénieurs dans l'entreprise ?

64 COMPÉTENCE **Calculer**

Le service marketing d'un concessionnaire automobile a relevé les informations suivantes : 65 % des clients sont des hommes, 38 % des clients hommes achètent une voiture et 46 % des clients femmes achètent une voiture.
On note H l'événement « le client est un homme », F l'événement « le client est une femme » et V l'événement « le client achète une voiture ».

1. On interroge au hasard un client de ce concessionnaire.
a. Modéliser la situation par un arbre de probabilités.
b. Calculer la probabilité que le client soit un homme qui achète une voiture.
c. Calculer la probabilité qu'un client achète une voiture.
d. Parmi les clients ayant acheté une voiture, a-t-on plus de la moitié qui sont des hommes ?
2. On interroge cette fois-ci deux clients successivement. On fait l'hypothèse que la probabilité qu'un client achète une voiture chez ce concessionnaire est 0,408.
On note V_n l'événement « le nième client a acheté une voiture ».
On donnera les résultats qui suivent sous forme de fraction.
a. Construire un arbre de probabilités modélisant cette nouvelle situation.
b. Calculer la probabilité que les deux clients aient acheté une voiture.
c. Calculer la probabilité qu'au moins un des clients ait acheté une voiture.

65 COMPÉTENCE **Raisonner, Modéliser**

On lance simultanément un dé jaune et un dé bleu, tous les deux à six faces.
Le dé jaune possède des faces numérotées 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 5 ; 6.
Le dé bleu possède des faces numérotées de 1 à 6.
On note :
D l'événement « la face obtenue par le dé jaune est le nombre 2 »,
E l'événement « la face obtenue par le dé jaune est un nombre pair »,
$S = k$ l'événement « la somme des faces obtenues par les deux dés est égale à k »,
$S \geqslant k$ l'événement « la somme des faces obtenues par les deux dés est supérieure ou égale à k ».

1. Les événements D et $S = 7$ sont-ils indépendants ?
2. Les événements E et $S \geqslant 8$ sont-ils indépendants ?

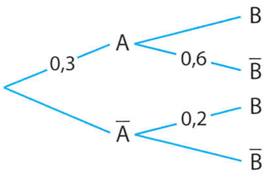
Tirs au but !

CAPACITÉ Comprendre, modifier et compléter un algorithme. Utiliser un tableur.

Une étude montre qu'un joueur ou une joueuse professionnel(le) de football réussit un pénalty dans 70 % des cas. Parmi les pénaltys réussis, 80 % sont ceux tirés à ras du sol. Parmi les pénaltys manqués, 65 % sont ceux tirés à mi-hauteur ou en l'air. On souhaite représenter la situation de deux façons différentes.

Partie 1 Lire un algorithme

Soit A et B deux événements. On considère trois nombres réels a, b et c tous compris entre 0 et 1. On cherche à faire le lien entre l'arbre de probabilités ci-contre et l'algorithme rédigé ci-dessous :



Entrée : Saisir a, b, c
Traitement : p prend la valeur $a \times b + (1 - a) \times c$
Sortie : afficher p

1. Quel est le rôle de cet algorithme ?
2. Interpréter mathématiquement la valeur de p affichée en sortie de l'algorithme.
3. Quelle modification effectuer à la ligne 2 pour que cet algorithme affiche $P(\overline{B})$?
4. Quelle ligne devrait-on ajouter à la partie traitement, à l'aide d'une nouvelle variable q à afficher également en sortie, pour permettre d'afficher en sortie la probabilité $P_A(B)$?

Partie 2 Lire une feuille de tableur

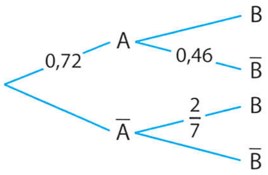
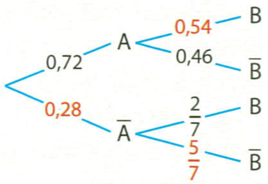
	A	B	C	D
1		Réussi (R)	Manqué (M)	**Total**
2	Ras du sol (S)	0,56	0,105	0,665
3	Mi-hauteur (H)	0,14	0,195	0,335
4	**Total**	0,7	0,3	1
5				
6		$P_R(S) = 0{,}8$		
7		$P(H) = 0{,}335$		

1. À l'aide de la première information de l'énoncé en italiques ci-dessus, quelle cellule a-t-on remplie en premier ?
2. À l'aide de la deuxième information de l'énoncé, quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 en fonction de la cellule précédemment remplie pour obtenir le pourcentage ?
3. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule D2 et qui, par recopie vers le bas en cellule D3, permet d'obtenir le pourcentage de pénaltys tirés à ras du sol et le pourcentage de pénaltys tirés à mi-hauteur ? À quelle formule du cours fait-on référence ?
4. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B6 pour retrouver le résultat de l'énoncé ? À quelle formule du cours fait-on référence ?

Python Python En salle informatique lienmini.fr/10445-37

1. Écrire un programme Python ou un algorithme sur votre calculatrice correspondant à celui de la **Partie 1** ci-dessus. On rajoutera également la ligne de code correspondant à la question **4.** de cette partie.
2. En affectant à a, b, c les valeurs correspondant à l'énoncé, vérifier les probabilités suivantes : $P(H) = 0{,}335$ et $P_R(S) = 0{,}8$.
3. En rajoutant une ligne de code après celle rajoutée à la question **1.**, vérifier que l'on a bien $P_R(S) + P_R(H) = 1$.

Sujet résolu BAC

Énoncé	Automatisme à utiliser	Réponse
66 $P(\mathrm{B})=0{,}7$, $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0{,}4$, donc $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})=?$	$P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})=\dfrac{P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{P(\mathrm{B})}$.	$P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})=\dfrac{4}{7}$
67 Reproduire et compléter l'arbre ci-contre : 	La somme des branches issues d'un même nœud est égale à 1.	
68 Si $P(\mathrm{A})=\dfrac{2}{5}$, $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})=\dfrac{3}{8}$ et $P_{\bar{\mathrm{A}}}(\mathrm{B})=\dfrac{4}{7}$, calculer $P(\mathrm{B})$.	Appliquer la formule des probabilités totales.	$P(\mathrm{B})=\dfrac{69}{140}$
69 A et B sont deux événements tels que $P(\mathrm{A})=0{,}35$, $P(\mathrm{B})=0{,}56$ et $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\dfrac{49}{250}$. Sont-ils indépendants ?	Vérifier que : $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=P(\mathrm{A})\times P(\mathrm{B})$.	Oui car $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=P(\mathrm{A})\times P(\mathrm{B})$.
70 Si A et B sont deux événements indépendants tels que $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})=0{,}75$, que vaut $P(\mathrm{A})$?	L'indépendance entraîne $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})=P(\mathrm{A})$.	$P(\mathrm{A})=0{,}75$

71 On étudie la fiabilité d'un test de dépistage dans une population où la proportion de personnes malades est de 85 %. Parmi les personnes malades, 95 % ont un test positif. Parmi les personnes saines, 75 % ont un test négatif. On choisit au hasard une personne de cette population. On note M l'événement « la personne est malade » et T l'événement « le test est positif ».

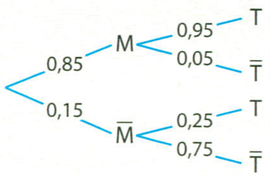
1. À l'aide des données de l'énoncé, déterminer les probabilités $P(\mathrm{M})$, $P_{\mathrm{M}}(\mathrm{T})$ et $P_{\bar{\mathrm{M}}}(\bar{\mathrm{T}})$.

2. Traduire la situation par un arbre pondéré de probabilités.

3. Calculer la probabilité $P(\mathrm{M}\cap\mathrm{T})$. En donner la valeur exacte.

4. Montrer que $P(\mathrm{T})=0{,}845$.

5. Le test de dépistage est considéré comme fiable si la probabilité qu'une personne soit malade sachant que son test est positif est supérieure ou égale à 0,95. Le test est-il fiable ?

Méthode à appliquer	Solution rédigée
1. Retraduire les données en probabilités.	**1.** $P(\mathrm{M})=0{,}85$, $P_{\mathrm{M}}(\mathrm{T})=0{,}95$ et $P_{\bar{\mathrm{M}}}(\bar{\mathrm{T}})=0{,}75$.
2. Une probabilité conditionnelle donnée permet de remplir le premier niveau de l'arbre.	**2.** Voir ci-contre. 
3. Utiliser les règles de calculs d'un arbre. → Voir Exercice résolu 2 p. 123	**3.** $P(\mathrm{M}\cap\mathrm{T})=P(\mathrm{M})\times P_{\mathrm{M}}(\mathrm{T})=0{,}807\ 5$.
4. Utiliser la formule des probabilités totales. → Voir Exercice résolu 3 p. 125	**4.** $P(\mathrm{T})=P(\mathrm{M}\cap\mathrm{T})+P(\bar{\mathrm{M}}\cap\mathrm{T})=0{,}845$.
5. Utiliser la formule des probabilités conditionnelles. → Voir Exercice résolu 1 p. 123	**5.** $P_{\mathrm{T}}(\mathrm{M})=\dfrac{P(\mathrm{M}\cap\mathrm{T})}{P(\mathrm{T})}=\dfrac{0{,}807\ 5}{0{,}845}\approx 0{,}955\ 6$. Le test est fiable car $0{,}955\ 6>0{,}95$.

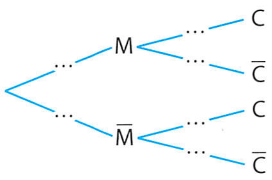
SUJET GUIDÉ BAC

72 CAPACITÉS

- Exploiter un arbre de probabilités.
- Utiliser la formule des probabilités totales.

Un restaurant réalise une étude statistique sur la consommation de ses clients. Ceux-ci peuvent choisir un menu ou commander leur repas à la carte.
D'après cette étude, on constate que 60 % des clients choisissent un menu, tandis que les autres préfèrent choisir à la carte.
À l'issue du repas, le serveur propose systématiquement aux clients de prendre un café.
L'étude montre que 90 % des clients qui ont choisi un menu et 70 % de ceux qui ont commandé à la carte prennent un café.
On choisit un client au hasard parmi ceux qui ont fréquenté le restaurant dans l'année.
On note M l'événement « le client choisit un menu » et C l'événement « le client prend un café ».

1. À l'aide des informations de l'énoncé, recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'événement $M \cap \overline{C}$ puis déterminer sa probabilité.

3. Déterminer la probabilité que le client choisisse un menu et prenne un café.

4. Justifier que la probabilité de l'événement C est égale à 0,82.

Méthode Utiliser la formule des probabilités totales.

→ Voir **Exercice résolu 3** p. 125

5. Sachant que le client prendra un café, quelle est la probabilité qu'il choisisse le menu ? On arrondira le résultat au centième le résultat.

Méthode Utiliser la formule des probabilités conditionnelles.

→ Voir **Exercice résolu 1** p. 123

73 CAPACITÉS

- Exploiter un arbre de probabilités pour calculer des probabilités.
- Utiliser la formule des probabilités totales.
- Démontrer l'indépendance de deux événements.

Une entreprise familiale fabrique de la confiture de fraises biologiques. Elle achète ses fruits auprès de deux fournisseurs locaux A et B.
25 % des fruits proviennent du fournisseur A et les autres du fournisseur B. 95 % des fruits provenant du fournisseur A sont retenus pour la fabrication de la confiture. 80 % des fruits provenant du fournisseur B sont retenus pour la fabrication de la confiture.
On choisit un pot de confiture au hasard dans la production. On note A, B, C les événements :
A : « les fruits utilisés proviennent du fournisseur A ».
B : « les fruits utilisés proviennent du fournisseur B ».
C : « les fruits sont retenus pour la fabrication de la confiture ».
Les résultats seront arrondis au centième.

1. Construire un arbre de probabilités décrivant la situation.

2. a. Définir par une phrase l'événement $A \cap C$, puis calculer sa probabilité $P(A \cap C)$.

b. Les événements A et C sont-ils incompatibles ?
Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

Méthode Deux événements sont incompatibles si la probabilité de leur intersection est nulle.

3. a. Montrer que la probabilité $P(C)$, arrondie au centième, est égale à 0,84.

b. Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Méthode Si A et B sont deux événements tels que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, alors A et B sont indépendants.

→ Voir **Exercice résolu 4** p. 125

4. Calculer $P_C(A)$. Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

Méthode Appliquer la formule des probabilités conditionnelles quand une probabilité conditionnelle ne peut se lire sur un arbre.

→ Voir **Exercice résolu 1** p. 123

SUJET BAC

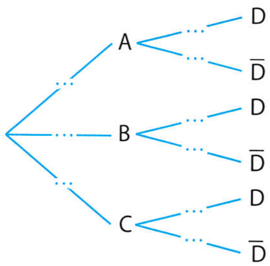
74 L'indice de masse corporelle (IMC) est égal au rapport entre la masse (en kg) et le carré de la taille (en m). Les individus dont l'IMC est supérieur à 30 sont déclarés obèses. On a réalisé en 2006 une étude sur une population d'individus âgés de 21 à 59 ans.
On choisit une personne au hasard parmi les personnes interrogées. On note E l'événement « la personne choisie possède un emploi » et O l'événement « la personne choisie est déclarée obèse ». Selon les données, on sait que :
• L'effectif total des personnes interrogées est de 2 685, dont 1 920 ont un emploi.
• 10,6 % des femmes interrogées sont déclarées obèses.
• Parmi les femmes non déclarées obèses, 72,7 % ont un emploi.
1. Reproduire et compléter le tableau suivant. On arrondira à l'entier le plus proche.

	Obèse	Non obèse	Total
Ayant un emploi			
N'ayant pas un emploi			
Total	285		2 685

2. Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au millième.
a. Calculer la probabilité des événements E, O et $E \cap O$.
b. Justifier que les événements E et O ne sont pas indépendants.

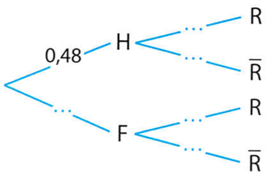
75 L'entreprise Gadgets En Stock vend des *hand spinners*. Elle les achète auprès de trois fournisseurs étrangers Advanceplay, Betterspin et Coolgame. Advanceplay et Betterspin fournissent chacun 30 % des *hand spinners* de Gadgets En Stock. Coolgame fournit les 40 % restant. Les données de ces trois entreprises indiquent que :
• 1 % des *hand spinners* provenant du fournisseur Advanceplay sont défectueux.
• 4 % des *hand spinners* provenant du fournisseur Betterspin sont défectueux.
• 2 % des *hand spinners* provenant du fournisseur Coolgame sont défectueux.
On choisit de façon équiprobable un *hand spinner* dans le stock de l'entreprise Gadgets En Stock et on définit les événements suivants :
A : « le *hand spinner* provient du fournisseur Advanceplay ».
B : « le *hand spinner* provient du fournisseur Betterpsin ».
C : « le *hand spinner* provient du fournisseur Coolgame ».
D : « le *hand spinner* est défectueux ».

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.



2. Calculer la probabilité que le *hand spinner* choisi provienne du fournisseur Betterspin et soit défectueux.
3. Déterminer la probabilité que le *hand spinner* choisi soit défectueux.
4. On achète un *hand spinner* chez Gadgets En Stock. On constate que celui-ci est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur Coolgame ?

76 Un nutritionniste consulte les fiches de ses patients de l'année 2018 qui suivent tous un régime avec ou sans gluten. Le nutritionniste isole les fiches de ses patients seniors (plus de 60 ans). Parmi eux, certains, souffrant de troubles cardio-vasculaires, doivent suivre un régime sans sel. Il remarque que :
• parmi ses 200 patients seniors, 96 sont des hommes et 104 sont des femmes ;
• parmi les hommes seniors, 60 suivent un régime sans sel ;
• parmi les femmes seniors, 26 suivent un régime sans sel.
Le nutritionniste choisit une fiche au hasard parmi celles des patients seniors.
Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie. On considère les événements suivants :
H : « la fiche est celle d'un homme ».
F : « la fiche est celle d'une femme ».
R : « la fiche est celle d'un patient senior suivant un régime sans sel ».
Dans les questions suivantes, on donnera les valeurs exactes des probabilités demandées.
1. a. Vérifier que $P(\mathrm{H}) = 0,48$.
b. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. a. Décrire par une phrase l'événement $\mathrm{H} \cap \mathrm{R}$, puis calculer $P(\mathrm{H} \cap \mathrm{R})$.
b. Montrer que la probabilité de l'événement R est égale à $0,43$.
c. Les événements R et H sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.