Pour acquérir les automatismes

1 Questions Flash

Diaporama

15 diapositives pour acquérir ses automatismes

lienmini.fr/10445-30

Déterminer les coordonnées du point moyen d'un nuage de points

*Dans les exercices **2** à **4**, calculer les coordonnées du point moyen du nuage de points de la série statistique donnée.*

2

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	3	5	6	10	14	16

3

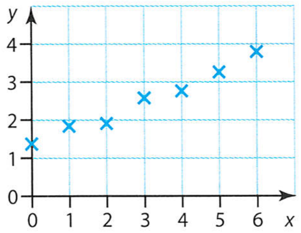
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	6	7	9	12	11	13	20

4

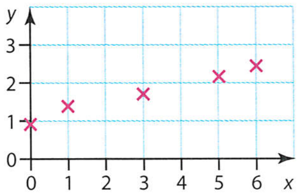
x_i	4	6	9	10	11
y_i	19	17	13	8	3

Déterminer l'équation réduite d'une droite d'ajustement

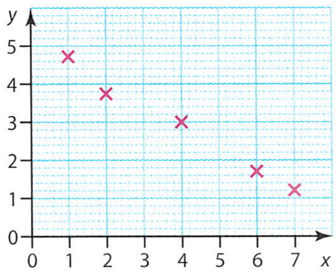
5 La droite de coefficient directeur 1,8 et passant par A(4,5 ; 3) donne-t-elle un bon ajustement affine de ce nuage ? Si oui, déterminer son équation réduite.



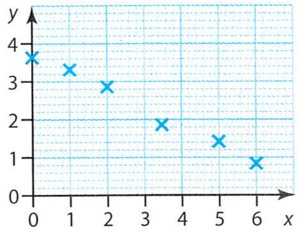
6 La droite de coefficient directeur 0,25 et passant par A(4 ; 2) donne-t-elle un bon ajustement affine du nuage de point représenté ci-contre ? Si oui, déterminer son équation réduite.



7 Reproduire le nuage de points ci-contre. Tracer la droite passant par A(0 ; 5,3) et B(5 ; 2,3). Donne-t-elle un bon ajustement affine de ce nuage ? Si oui, déterminer son équation réduite.



8 Reproduire le nuage de points ci-contre.
Placer les points A(1,5 ; 3) et B(4,5 ; 1,5).
La droite (AB) donne-t-elle un bon ajustement affine de ce nuage ? Si oui, déterminer son équation réduite.



Effectuer des changements de variables

9 On donne $y = 2{,}5x - 6{,}4$ et $x = t^2$.
Exprimer y en fonction de t.

10 On donne $z = 154{,}2t + 26{,}5$ et $z = \dfrac{1}{y}$.
Exprimer y en fonction de t.

11 On donne $z = 4{,}2x + 1{,}3$ et $z = \sqrt{y}$.
Exprimer y en fonction de x.

12 On donne $y = 6{,}8t + 11{,}1$ et $y = \dfrac{2}{2-x}$.
Exprimer x en fonction de t.

13 On donne $z = 7{,}2x + 14{,}9$ et $z = \log y$.
Exprimer y en fonction de x.

14 On donne $z = 1{,}8t + 7{,}3$ et $z = \log(C + 4)$.
Exprimer C en fonction de t.

Déterminer une inconnue à partir d'une égalité

15 On donne $y = 2x - 4{,}8$ où x et y sont des nombres réels positifs.
1. Calculer y lorsque $x = 4$.
2. Déterminer le plus petit entier x à partir duquel $y > 10$.

16 On donne $y = \sqrt{2t + 9}$ où t et y sont des nombres réels positifs.
1. Calculer y lorsque $t = 2$. **2.** Calculer t lorsque $y = 7$.

17 On donne $y = 10t^2 + 8$ où t et y sont des nombres réels positifs.
1. Calculer y lorsque $t = 3$.
2. Déterminer le plus petit entier t à partir duquel $y > 178$.

18 On donne $N = \dfrac{2}{3x + 4}$ où x et N sont des nombres réels positifs.
1. Calculer N lorsque $x = 7$.
2. Calculer x lorsque $N = 0{,}2$.

19 On donne $C = 10^{-3x+5}$ où x et C sont des nombres réels positifs.
1. Calculer C lorsque $x = 2$.
2. Déterminer le plus petit entier x à partir duquel $C < 0{,}001$.

PASTILLE BLANCHE *L'exercice est corrigé en fin de manuel*

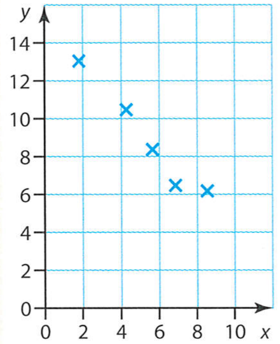
Nuage de points

→ Aide Cours 1B p. 100

Question de cours

20 On souhaite construire le nuage de points associé au tableau de la série statistique à deux variables ci-dessous :

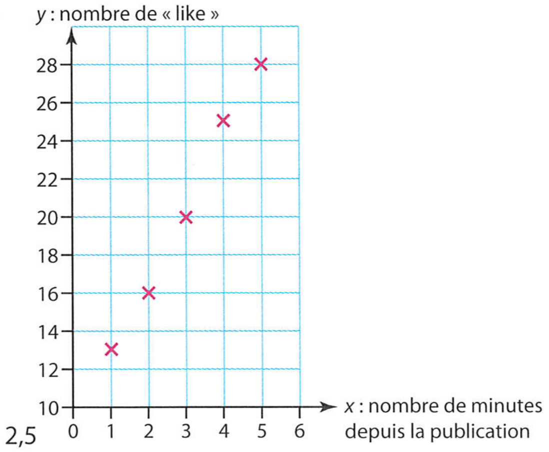
x_i	y_i
6,2	8,6
6,5	6,9
8,4	5,7
10,5	4,3
13,1	1,8



Quelle erreur a été commise lors de la construction du nuage de points ?

21 À 10 h 18, Mathilde a posté une photo de son équipe de volley sur sa page Facebook.

Le graphique ci-dessous donne l'évolution du nombre de « Like » qu'elle a obtenus depuis sa publication.



1. Recopier et compléter le tableau statistique suivant :

Heure	10 h 19	10 h 20			
Nombre de minutes x_i	1	2			
Nombre de « Like » y_i					

2. À 10 h 25, Mathilde a obtenu 38 « Like ». Donner les coordonnées du point que l'on peut rajouter au nuage de points.

Dans les exercices 22 à 26, on donne le tableau d'une série statistique à deux variables.
Construire son nuage de points dans un repère orthogonal dont les unités graphiques sont données et dire si un ajustement affine est envisageable.

→ Voir Exercice résolu 1 p. 101

22

x_i	25	35	45	55	65	75
y_i	1,82	1,93	1,98	2,01	2,09	2,14

Unités graphiques : 2 cm pour 10 sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées.

23

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	46	55	67	78	91	125	182	275

Unités graphiques : 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 20 sur l'axe des ordonnées.

24

x_i	16,5	22	30	42	57	72	77
y_i	54	48	44,5	32	21,5	16,5	12

Unités graphiques : 1 cm pour 5 sur les deux axes.

25

x_i	2	4	6	8	10	12
y_i	82,16	82,44	82,58	82,46	82,32	82,00

Unités graphiques : 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 10 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées avec pour origine 81,5.

26

x_i	42	48	54	60	66
y_i	13,2	15,2	14,4	13,8	14,6

Unités graphiques : 0,5 cm pour 1 sur l'axe des abscisses avec pour origine 40 et 2 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées avec pour origine 12.

27 ALGO PYTHON **Interpréter un programme**

Le programme Python ci-dessous permet de représenter le nuage de points associé à une série statistique à deux variables.

```
def nuage(Lx,Ly):
# Lx est la liste des abscisses des points #
# Ly est la liste des ordonnées des points #
    plt.plot(Lx,Ly,'+',color='red')
    return plt.show()
```

Utiliser cet algorithme pour représenter le nuage de points associé à la série statistique à deux variables donnée par le tableau suivant :

x_i	1	3	5	8	13
y_i	28	27,2	30,6	37,6	40,7

Point moyen d'un nuage

→ Aide Cours 1B p. 100

Question de cours

28 Voici le tableau d'une série statistique à deux variables x et y :

x_i	5,5	7,8	10,1	13,6
y_i	2	6	12	21

1. Calculer la moyenne $\overline{x}$ des valeurs de la variable x.
2. Calculer la moyenne $\overline{y}$ des valeurs de la variable y.
3. En déduire les coordonnées du point moyen G.

Vrai ou faux

29 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
Voici le tableau d'une série statistique à deux variables x et y :

x_i	0	3	6	9	12	15
y_i	4,2	6,5	6,8	8,3	10,4	10,3

1. La moyenne $\overline{x}$ des valeurs de la variable x est 9.
2. La moyenne $\overline{y}$ des valeurs de la variable y est 7,75.

Dans les exercices 30 et 31, on donne le tableau d'une série statistique à deux variables. Déterminer les coordonnées du point moyen G (si nécessaire, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près).

→ Voir Exercice résolu 2 p. 101

30

x_i	0	6	12	18	24	30	36	42	48
y_i	26	31	33	36	38	41	46	49	56

31

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2 276	2 284	2 203	2 187	2 082

Dans les exercices 32 et 33, déterminer à l'aide du mode « statistique » de la calculatrice les coordonnées du point moyen G de la série statistique donnée.

32

x_i	36	42	48	54	60
y_i	11,8	13,2	14	14,4	15,5

33

x_i	8	11	15	16	23	47
y_i	4,8	5,2	2,4	0,3	−1,5	−3,7

34 Fabiola a calculé les coordonnées du point moyen de la série statistique donnée par le tableau :

x_i	2	5	6	9	11
y_i	22,5	18,3	16,4	15,1	13,3

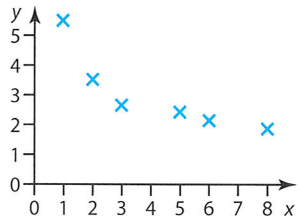
Elle a obtenu G(6,6 ; 13,1). En n'ayant fait aucun calcul, son amie Inès lui dit qu'elle s'est trompée. Qu'en est-il ? Justifier la réponse.

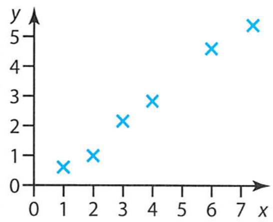
Ajustements affines

→ Aide Cours 2 p. 102

Question de cours

35 On donne ci-dessous deux nuages de points.



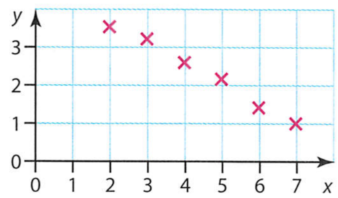


Un ajustement affine semble-t-il envisageable pour chacun de ces nuages ? Justifier la réponse.

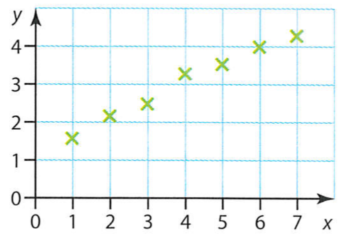
Vrai ou faux

36 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*

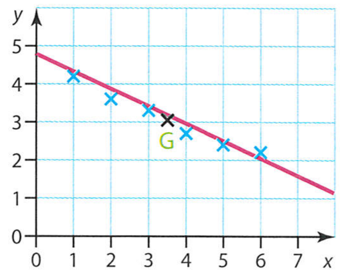
1. Voici le nuage de points d'une série statistique à deux variables. Un ajustement affine de ce nuage de points est envisageable.



2. Voici le nuage de points d'une série statistique à deux variables. La droite d'équation $y = 0{,}5x + 2$ réalise un bon ajustement affine du nuage.



3. Voici le nuage de points d'une série statistique à deux variables. G est le point moyen du nuage. La droite Δ est la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés.



Dans les exercices 37 à 39, déterminer, à l'aide de la calculatrice la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-3} près). Déterminer ensuite les coordonnées de deux points lui appartenant.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 103

37

x_i	1	2	3	4	5
y_i	123	129	135	140	145

38

t_i	3	5	7	8	11	13
y_i	9,92	9,86	9,85	9,84	9,79	9,76

39

t_i	18	20	21	25	28	30	33
N_i	24	44	62	100	132	145	161

40 On estime que la droite d'équation $y = 0{,}25x - 4{,}2$ fournit un bon ajustement affine du nuage de points d'une série statistique à deux variables.

1. Calculer y lorsque $x = 3$.

2. Calculer x lorsque $y = 6{,}5$.

41 STMG Une étude a permis d'établir que la relation entre le chiffre d'affaires y (en euros) d'un magasin d'articles de sport et le montant de la publicité investi x (en euros) est la suivante :

$y = 3{,}7x + 65\,000$.

1. Calculer le montant du chiffre d'affaires espéré si ce magasin investit 3 000 € en publicité.

2. Estimer le montant investi en publicité par ce magasin si son chiffre d'affaires est de 84 240 €.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 103

42 STMG Depuis 2012, une étude a établi que le montant moyen des achats en ligne en France y (en euros) suivant l'année x est donné par la relation $y = -4{,}3x + 8\,740$. Si ce modèle d'ajustement reste fiable encore quelques années :

1. Estimer le montant moyen des achats en ligne en 2021.

2. Estimer en quelle année le montant moyen des achats en ligne deviendra inférieur à 45 €.

43 STDI Un magazine automobile a réalisé des mesures sur l'autonomie d des voitures électriques en km suivant l'année x depuis 2015.

On admet que la droite d'équation $d = 25x - 50\,339$ fournit un bon ajustement affine de la situation. Si ce modèle d'ajustement reste encore fiable quelques années :

1. Estimer l'autonomie des voitures électriques en 2021.

2. Estimer en quelle année l'autonomie des voitures électriques dépassera 600 km.

44 On a relevé, de l'année 2010 à l'année 2019, le nombre de licences sportives N délivrées dans une ville suivant l'année x. On estime que la droite d'équation $N = 112x - 216\,540$ fournit un bon ajustement affine de la situation. Si ce modèle d'ajustement reste fiable encore quelques années :

1. Estimer le nombre de licences sportives délivrées dans cette ville en 2025.

2. Estimer en quelle année le nombre de licences sportives délivrées dans cette ville dépassera 10 000.

45 STL Une population de bactéries placées dans un liquide se multiplie. On a étudié pendant 6 heures l'évolution du nombre N de bactéries, en millions, en fonction du temps t, en heures.

On estime que la droite d'équation $N = 9{,}26t + 1{,}5$ fournit un bon ajustement affine de la situation.

Si ce modèle d'ajustement reste fiable encore quelques heures :

1. Estimer le nombre de bactéries au bout d'un jour.

2. Estimer au bout de combien d'heures le nombre de bactéries dépassera 100 000 000.

QCM

46 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*

Entre le 1er janvier 2015 et le 1er janvier 2019, on a relevé le prix d'un article de consommation courante.

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Prix y_i (en €)	7,9	8,3	8,7	9,4	9,8

1. Le point moyen du nuage de points de cette série statistique a pour coordonnées :

a. (2013 ; 3) **b.** (3 ; 8,7)
c. (3 ; 8,82) **d.** (2013 ; 8,82)

2. La droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés a pour équation :

a. $y = -0{,}49x + 4$ **b.** $y = 0{,}49x + 7{,}35$
c. $y = 0{,}49x - 977{,}55$ **d.** $y = x - 2010$

3. Avec l'ajustement précédent, le prix de cet article en 2024 est estimé à :

a. 997,15 € **b.** 10,15 € **c.** 12,25 € **d.** 11,90 €

4. Avec l'ajustement précédent, on peut estimer que le prix de cet article dépassera 15 € en :

a. 2031 **b.** 2030 **c.** 2026 **d.** 2034

Nuage de points et point moyen

47 Représenter sur la calculatrice le nuage de points de la série statistique ci-dessous :

x_i	0	2	4	6	8	10	12
y_i	3	3,6	5,5	5,9	7,7	8,4	9,6

Coup de pouce

- Pour cela, saisir les valeurs du tableau dans la calculatrice :

Sur TI	Sur Casio
① 2nde f(x), sélectionner 4 : GraphNaff puis entrer. ② 2nde f(x), appuyer 2 fois sur entrer puis zoom 9.	① GRPH puis SET ② EXIT puis GPH1

48 On donne ci-dessous le tableau d'une série statistique à deux variables.

x_i	35,2	a	26,7	21	18,4	15,2	11,3	9,8
y_i	11,4	9,5	7,6	5,2	4	3,1	2,8	b

On sait que le point moyen du nuage de point de cette série a pour coordonnées (21,3 ; 5,6).
Calculer la valeur de a et celle de b.

Ajustements affines

49 ALGO PYTHON **Compléter un algorithme**

Le programme Python ci-contre permet de calculer la moyenne d'une liste de nombres mais un bout de la dernière ligne a été effacé.

```
def moy(l):
#l est une liste"
    s=0
    for i in l:
        s=s+i
    return ............
```

1. Donner l'instruction manquante.

2. Utiliser cet algorithme pour déterminer les coordonnées du point moyen du nuage de points associé à la série statistique donnée par le tableau ci-dessous :

x_i	10	15	20	25	30
y_i	21,75	24	25	26	28,25

3. Alex a déterminé l'équation de la droite des moindres carrés ajustant le nuage de point de cette série statistique mais une tache d'encre a recouvert une partie de l'équation :

$$y = 0{,}3x + \ldots$$

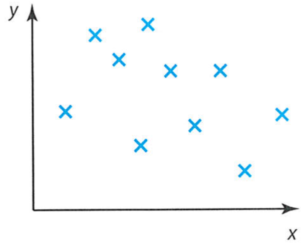
En utilisant la question **2.**, retrouver la valeur manquante.

QCM

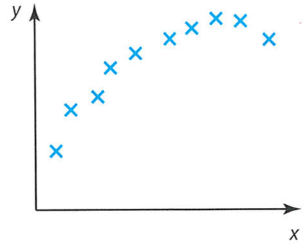
50 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*

1. Pour un seul de ces quatre nuages de points, un ajustement affine est envisageable. Lequel ?

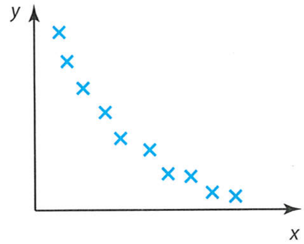
a.



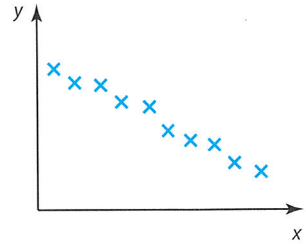
b.



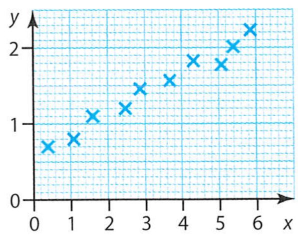
c.



d.



2. Le point moyen G du nuage de points représenté ci-contre a pour coordonnées :



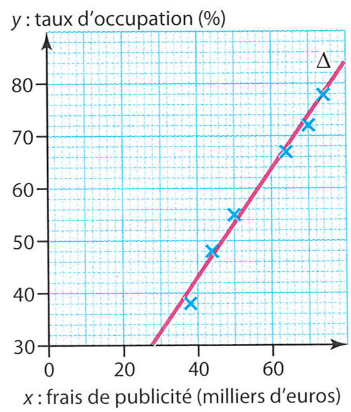
a. (2,27 ; 1,47)
b. (3,27 ; 1,47)
c. (3,27 ; 0,58)
d. (4,64 ; 1,75)

3. La droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés du nuage de points représenté ci-dessus a pour équation :

a. $y = -2{,}61x + 0{,}57$ **b.** $y = 0{,}27x + 0{,}6$
c. $y = 1{,}74x + 0{,}58$ **d.** $y = 0{,}29x + 0{,}12$

51 STMG Afin d'orienter ses investissements, une petite chaîne d'hôtels réalise des analyses sur le taux d'occupation des chambres. Elle établit un lien entre le taux d'occupation, exprimé en %, et le montant des frais de publicité (en milliers d'euros).

On donne ci-contre le nuage de points obtenu pour cette étude ainsi qu'une droite Δ fournissant un bon ajustement affine de ce nuage.



1. a. Estimer graphiquement le taux d'occupation espéré pour un budget publicitaire de 48 000 €.

b. Estimer graphiquement le montant des frais de publicité laissant espérer un taux d'occupation de 80 %.

2. On admet que Δ a pour coefficient directeur 1,04 et passe par le point A(11 ; 12).
Déterminer l'équation réduite de la droite Δ puis retrouver les résultats obtenus à la question **1.** par le calcul.

52 Un hypermarché propose à ses clients six modèles d'ordinateurs portables.
Il réalise une étude sur le volume des ventes suivant le prix de vente de ce produit. Voici les résultats :

Prix de l'ordinateur x_i (en €)	300	350	400	450	500	600
Nombre d'unités vendues y_i	210	190	160	152	124	102

1. Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 50 € sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées en prenant pour origine le point de coordonnées (250 ; 100)).

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.

3. Tracer, « au jugé », une droite d'ajustement passant par le point moyen G.

4. La direction souhaite proposer un nouveau modèle à la vente, au prix de 430 €. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de ventes de ce nouveau modèle.

53 STMG Le contrôle de gestion d'une entreprise a relevé depuis l'année 2014 le budget publicitaire, en dizaines de milliers d'euros. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Budget : y_i	2,4	2,9	3,1	3,4	3,6	4,1

1. Dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 1 dizaine de milliers d'euros sur l'axe des ordonnées), représenter le nuage de points de cette série statistique.

2. Soit G_1 le point moyen associé aux trois premiers points du nuage et G_2 le point moyen associé aux trois derniers points du nuage.
Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.

3. Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.

4. Estimer graphiquement l'année à partir de laquelle le budget publicitaire de cette entreprise dépassera 50 000 €.

5. Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) puis retrouver le résultat de la question **4.** par le calcul.

54 Dans le tableau ci-dessous, on a relevé le prix y, en euros, d'un même appareil électronique chaque année de 2013 à 2019. On pose : $z = \frac{1}{y}$.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Prix y_i	1 050	850	740	650	580	510	480
z_i							

1. Reproduire et compléter le tableau (résultats arrondis à 10^{-4} près).

2. Donner l'équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-5} près).

3. En déduire l'expression de y en fonction de x.

4. On suppose que l'évolution du prix de cet appareil se poursuit suivant ce modèle encore quelques années.

a. Estimer le prix de cet appareil pour l'année 2022.

b. Déterminer à partir de quelle année le prix de cet appareil aura perdu 70 % de sa valeur initiale.

55 Au cours d'une séance d'essai, un pilote automobile doit, à la réception d'un signal sonore dans son casque, arrêter le plus rapidement possible son véhicule.

Au moment du signal sonore, on mesure la vitesse de l'automobiliste puis la distance nécessaire pour arrêter son véhicule. Pour six expériences, on a obtenu les résultats suivants :

Vitesse v_i (en km·h^{-1})	21	43	62	77	98	115
Distance d'arrêt d_i (en m)	8	20	33	55	102	137

1. Les spécialistes pensent obtenir un meilleur ajustement en remplaçant les valeurs v_i par les valeurs $x_i = (v_i)^2$.
Reproduire et compléter le tableau suivant :

x_i						
d_i	8	20	33	55	102	137

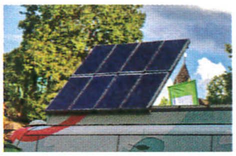
2. a. Soit A(10 ; – 1) et B(1 000 ; 8,9). On admet que la droite (AB) fournit un bon ajustement affine du nuage de points $M_i(x_i ; d_i)$.
Déterminer l'équation réduite de la forme $d = ax + b$ (où a et b sont des nombres réels) de la droite (AB).

b. En déduire une relation entre d et v.

c. Estimer la distance d'arrêt du véhicule pour une vitesse de 150 km·h^{-1}.

d. Estimer la vitesse du véhicule pour une distance d'arrêt de 180 m.

56 STI2D Une entreprise spécialisée dans les panneaux photovoltaïques pour camping-car a mené une étude visant à déterminer à quel prix maximal ses clients seraient prêts à acheter l'un de ses produits.



Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Prix maximal x_i (en €)	50	100	150	200	250
Nombre d'acheteurs potentiels y_i	646	401	224	101	34

1. Représenter sur la calculatrice le nuage de points de cette série statistique (voir le **Coup de pouce** de l'exercice **47**). Un ajustement affine de ce nuage est-il envisageable ? Justifier.

2. On pose $z = \sqrt{y}$.

a. Reproduire et compléter le tableau suivant (arrondir à 10^{-2} près).

x_i	50	100	150	200	250
z_i					

b. Représenter sur la calculatrice le nuage de point de cette nouvelle série statistique. Un ajustement affine de ce nouveau nuage de points est-il envisageable ? Justifier.

c. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-1} près).

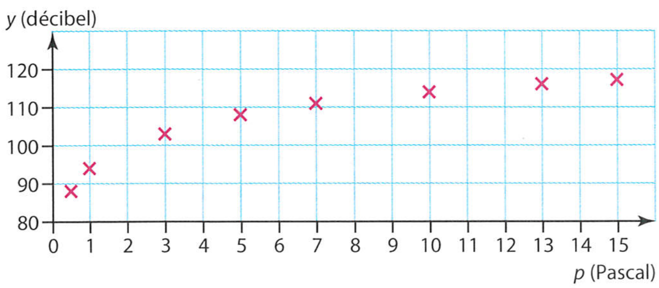
d. En déduire une expression de y en fonction de x. Vérifier que pour un prix de 100 euros, le nombre d'acheteurs potentiels est cohérent avec l'effectif du tableau.

e. Estimer le nombre de clients prêts à acheter ce produit jusqu'à 280 euros.

57 Dans une grande salle de concert, pendant huit soirées différentes, on a relevé la pression acoustique ambiante (en Pascal : Pa) ainsi que le niveau d'intensité sonore (en décibel : dB) du bruit responsable de cette pression. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Pression acoustique : p_i	0,5	1	3	5	7	10	13	15
Intensité sonore : y_i	88	94	103	108	111	114	116	117

Voici le nuage de points de cette série statistique.



Un ajustement affine du nuage de points semble-t-il pertinent ? Justifier.

1. On pose $x = \log p$. Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de x_i à 10^{-2} près.

x_i								
y_i	88	94	103	108	111	114	116	117

2. Dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 dB sur l'axe des ordonnées en prenant 80 pour origine), représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;y_i)$. Un ajustement affine du nuage de points semble-t-il pertinent ? Justifier.

3. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique.

4. Donner une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2} près). Tracer cette droite dans le repère.

5. Lors d'un concert de hard rock, l'oreille des spectateurs peut être soumise à la pression de 20 Pa.
Estimer par le calcul l'intensité sonore atteinte lors d'un tel concert (résultat arrondi au décibel près).

58 STI2D Le tableau ci-dessous présente la capacité de production d'électricité des éoliennes, en térawatts-heure (TWh) de 2011 à 2018 en France :

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Production : P_i	12,1	14,9	15,9	17,1	21,2	21,4	24,7	27,8
y_i								

On pose $y = \log P$.

1. Reproduire et compléter la dernière ligne du tableau (résultats arrondis à 10^{-2} près).

2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour un rang d'année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 0,1 sur l'axe des ordonnées en prenant pour origine 1).

3. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2} près). La représenter sur le graphique.

4. En déduire une expression de P en fonction de x.

5. En supposant que cette expression constitue une bonne modélisation :

a. Estimer par lecture graphique la capacité de production en TWh de ce parc éolien en 2021.

b. Estimer par un calcul l'année à partir de laquelle la capacité de production dépassera 52 TWh.

Exercices

Pour faire le point

Tests
S'entraîner en ligne
lienmini.fr/10445-31

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.

Nombre d'années de mise en circulation : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Cote Argus : y_i (en milliers d'euros)	22,1	14,3	9,2	8,1	7,2	6,6	5,8

La cote Argus y (en milliers d'euros) d'une voiture d'occasion suivant son nombre d'années de mise en circulation x est donnée dans le tableau ci-dessus.

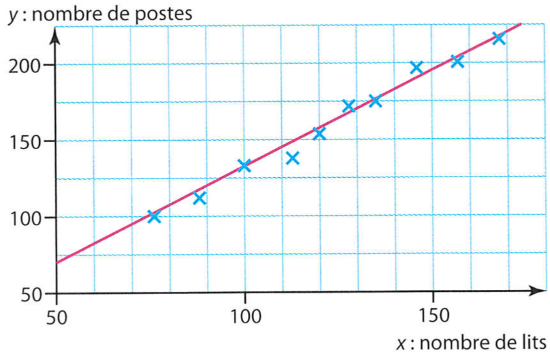
	V	F
59 Les spécialistes pensent obtenir un bon ajustement en posant $z=\frac{1}{y}$.		
60 La droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés a pour équation $z=-2,37x+19,94$.		
61 Une expression acceptable de y en fonction de x est : $y=\frac{1}{0,02x+0,03}$.		
62 Une estimation de la cote Argus de ce modèle de véhicule après 9 ans de mise en circulation est environ de 4 762 €.		
63 Le nombre d'années de mise en circulation d'un véhicule de ce modèle ayant une cote Argus de 3 700 € est estimé à 14 ans.		

→ Vérifier les résultats p. 324

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

On a recensé, au sein de 10 cliniques, le nombre de lits x, en fonction du nombre de postes du personnel non médical y de la clinique. Voici le nuage de points de la série statistique.



64 Le nombre de postes du personnel non médical dans la clinique possédant 100 lits est :
a. 133 **b.** 76 **c.** 84

65 Le nombre de lits dans la clinique possédant 175 postes de personnel non médical est :
a. 120 **b.** 212 **c.** 135

66 Le point moyen G du nuage de points a pour coordonnées :
a. (95,2 ; 123,3) **b.** (139,8 ; 181,5) **c.** (123,1 ; 160,8)

67 La droite d'ajustement représentée sur le graphique a pour équation :
a. $y=-0,48x+4,21$ **b.** $y=1,26x+5,77$ **c.** $y=1,46x+69,9$

68 Si une clinique possède 82 lits, le nombre de personnes occupant un poste non médical est estimé à :
a. 109 **b.** 61 **c.** 98

69 Si une clinique a embauché 152 personnes occupant un poste non médical, elle devrait posséder :
a. 208 lits **b.** 116 lits **c.** 197 lits

→ Vérifier les résultats p. 324

70 **In English**

Following the launch of a new product in 2014, a company which sells medical equipment has seen its annual profits rise. The following table shows the evolution :

Year	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Year rank x_i	1	2	3	4	5	6
Profit P_i (millions of euros)	65	74	98	112	124	136

1. Find the coordinates of the mid point G.
2. Find the reduced form of the regression line relative to the points $M_i(x_i ; P_i)$ (coefficients should be rounded to 10^{-1}).
3. Use this equation to estimate the profit of this company in 2022.
4. Use this equation to estimate when the profits of this company will exceed 200 000 €.

71 COMPÉTENCE **Modéliser**

À la suite d'un accident nucléaire, on a relevé, chaque heure t, avec un appareil de mesure de la radioactivité, le nombre n de particules recueillies en 1 seconde.
Voici les résultats obtenus :

t_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	169	101	62	43	26	17	12

1. On pose $y = \log(n - 3)$.
Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-1} près.

t_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i							

2. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en t par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-1} près).
3. En déduire une expression de n en fonction de t pouvant servir de modèle à la situation.
4. Estimer par le calcul le nombre de particules recueillies en 1 seconde au bout de 8 heures.
5. Estimer par le calcul au bout de combien d'heures le nombre de particules recueillies en 1 seconde deviendra inférieur à 5.

72 STL COMPÉTENCE **Calculer**

Au cours de l'hydrolyse alcaline du nitrobenzoate d'éthyle, celui-ci se dégrade en nitrobenzoate et en éthanol. Dans le tableau suivant, on a mesuré en fonction du temps t, exprimé en minutes, la concentration C du nitrobenzoate d'éthyle, exprimée en millimoles par litre.

t_i	0	1	2	3	4	6	8	10
C_i	50	32,5	27,6	21,3	17,2	14,1	10	8,2

1. À l'aide de la calculatrice, représenter le nuage de points de cette série statistique. Un ajustement affine semble-t-il pertinent ?
2. a. On pose $y = \dfrac{100}{C}$. Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant si nécessaire les résultats à 10^{-2} près.

t_i	0	1	2	3	4	6	8	10
y_i								

b. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en t par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).
c. En déduire une expression de C en fonction de t.
d. En utilisant ce modèle, estimer la concentration du nitrobenzoate d'éthyle au bout de 8 minutes et 30 secondes (résultat arrondi à 10^{-1} près).
e. Déterminer par le calcul à quel moment il restera 5 mmol·L^{-1} de nitrobenzoate d'éthyle. On donnera un résultat arrondi à la minute près.

73 STI2D COMPÉTENCE **Raisonner**

Une machine fabricant des rondelles en acier utilisées dans le montage de moteurs de voitures est achetée 3 000 €.
Le prix de revente y, exprimé en euros, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	3 000	2 400	1 920	1 536	1 229	983
z_i						

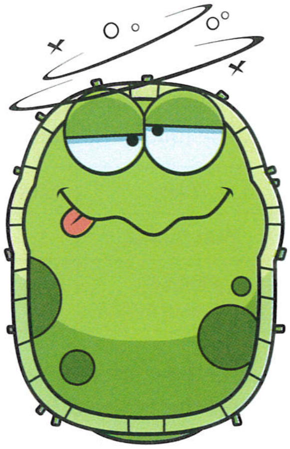
A. Un ajustement affine
1. Donner une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à l'unité.
2. Avec ce modèle d'ajustement, estimer par le calcul, le prix de revente de la machine au bout de 8 ans. Commenter le résultat obtenu.

B. Un ajustement non affine
On pose $z = \log y$.
1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus (résultats arrondis à 10^{-2} près).
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2} près).
3. En déduire une relation entre y et x.
4. Avec ce modèle d'ajustement, estimer par le calcul le prix de revente de la machine au bout de 8 ans.

TP

Progression d'une maladie contagieuse

CAPACITÉ Rechercher le meilleur ajustement affine parmi plusieurs grâce à un algorithme.



Afin d'étudier la progression d'une maladie contagieuse, on a mené une enquête auprès d'un échantillon de 5 000 personnes. Le tableau ci-dessous donne le nombre d'individus ayant été contaminés au mois de janvier, à la date exprimée en jours.

Date exprimée en jours : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de malades : y_i	124	168	175	211	247	310	329	376

PARTIE 1 Observation

1. Dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 100 sur l'axe des ordonnées), construire le nuage des points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ de la série statistique étudiée.

2. En observant ce nuage de points, dire si un ajustement affine semble envisageable.

PARTIE 2 Différents ajustements affines

1. Une droite obtenue « au jugé »

Placer sur le graphique précédent deux points A et B tel que la droite (AB) fournisse un ajustement affine acceptable du nuage de points puis déterminer son équation réduite.

2. La droite des extrêmes

a. Construire la droite (M_1M_8), appelée « la droite des extrêmes » et dire si elle convient pour ajuster le nuage de points de la série statistique étudiée.

b. Déterminer son équation réduite.

3. La droite de Mayer

a. On désigne par G_1 le point moyen des quatre premiers points du nuage de points et par G_2 celui des quatre derniers. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.

b. Construire la droite $(G_1\,G_2)$ et dire si elle convient pour ajuster le nuage de points de la série statistique étudiée.

c. Déterminer son équation réduite.

PYTHON *En salle informatique* lienmini.fr/10445-32

Soit S la somme

$S = (M_1N_1)^2 + (M_2N_2)^2 + (M_3N_3)^2 + \ldots + (M_8N_8)^2$

où $N_1, N_2, \ldots, N_8$ sont les points d'une droite D d'abscisses respectives $x_1, x_2, \ldots, x_8$.

1. Soit D une droite d'équation réduite $y = ax + b$. Justifier que pour i allant de 1 à 8 :

$$(M_iN_i)^2 = [y_i - (ax_i + b)]^2.$$

2. Ouvrir le fichier du lien mini (statistiques2variables_TP.py).

L'algorithme proposé définit la fonction « optimisation » renvoyant le couple $(a\,;\,b)$ qui minimise la somme S des $[y_i - (ax_i + b)]^2$.

a. L'algorithme fait intervenir la fonction « somme » suivante :

```python
def somme(a,b,Lx,Ly):# cette fonction renvoie  la somme des [yi-(axi+b)]^2

    #a et b sont des nombres réels
    #Lx est la liste des xi
    #Ly est la liste des yi

    S=0
    n=len(Lx) #n est la longueur de la liste Lx ou de Ly
    for i in range(n):
        S=
    return(S)
```

Donner l'avant-dernière ligne de cet algorithme.

b. Utiliser la fonction **optimisation** pour déterminer parmi les droites obtenues dans la **Partie 2** ci-dessus celle fournissant le meilleur ajustement affine du nuage de points de la série statistique.

c. En déduire l'estimation du nombre de malades le 15ᵉ jour du mois.

Sujet résolu BAC

Énoncé	Automatisme à utiliser	Réponse
74 Donner l'équation réduite de la droite de coefficient directeur 3 passant par le point A(0,5 ; −2).	Utiliser les coordonnées de A pour calculer l'ordonnée à l'origine.	$y = 3x - 3{,}5$
75 Donner l'équation réduite de la droite passant par les points A(−3 ; 8) et B(1 ; 0).	Calculer le coefficient directeur grâce à sa formule puis l'ordonnée à l'origine.	$y = -2x + 2$
76 On donne $y = (-3x + 5)^2$. Calculer y pour $x = 4$.	Remplacer x par la valeur donnée.	$y = 49$
77 On donne $y = -2x + 4{,}2$. Calculer x pour $y = 10{,}4$.	Résoudre l'équation obtenue après avoir remplacé y par la valeur donnée.	$x = -3{,}1$

78 Le tableau ci-contre donne le nombre de producteurs d'agriculture biologique en France de 2014 à 2018.

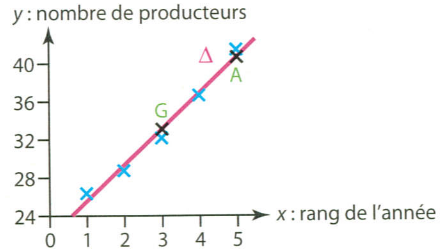
Année	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre de producteurs y_i (en milliers)	26,4	28,8	32,2	36,7	41,5

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour 1 rang d'année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 2 milliers sur l'axe des ordonnées en prenant pour origine 24).

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points. Le placer sur le graphique.

3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement Δ de y en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-1} près). La tracer sur le graphique.

4. Selon ce modèle, estimer par le calcul le nombre de producteurs d'agriculture biologique en France en 2021.

Méthode à appliquer	Solution rédigée
1. On place les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère en respectant les unités imposées. → Voir Exercice résolu 1 p. 101	**1.** 
2. On calcule $\overline{x}$, moyenne des valeurs prises par le 1er caractère et $\overline{y}$, moyenne des valeurs prises par le 2nd caractère. On conclut en donnant les coordonnées de $G(\overline{x} ; \overline{y})$. → Voir Exercice résolu 2 p. 101	**2.** $\overline{x} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = 3$ $\overline{y} = \dfrac{26{,}4+28{,}8+32{,}2+36{,}7+41{,}5}{5} = 33{,}12$ Donc G(3 ; 33,12).
3. On utilise le mode **statistiques** de la calculatrice. → Voir Exercice résolu 3 p. 103	**3.** Avec la calculatrice, on obtient pour équation de $\Delta : y = 3{,}8x + 21{,}7$. Si $x = 5$, $y = 3{,}8 \times 5 + 21{,}7 = 40{,}7$. Donc Δ est la droite passant par G et par A(5 ; 40,7).
4. On remplace x par le rang de l'année de l'année 2021 dans l'équation de Δ et on calcule y. → Voir Exercice résolu 4 p. 103	**4.** L'année 2021 est l'année de rang $x = 8$. On a alors : $y = 3{,}8 \times 8 + 21{,}7 = 52{,}1$. En 2021, le nombre de producteurs d'agriculture biologique en France est estimé à 52 100.

SUJET GUIDÉ BAC

79 ***CAPACITÉS***

- Représenter un nuage de points.
- Déterminer et utiliser un ajustement affine pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.

Une entreprise fabriquant des montures de lunettes veut créer un nouveau modèle. Pour choisir les matériaux à utiliser, elle mène une enquête auprès de porteurs de lunettes, en proposant huit prix différents. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant :

Prix de vente proposé : x_i (en euros)	240	320	400	480	560	640	720	800
Nombre de personnes disposées à acheter à ce prix : y_i	402	390	340	230	210	130	70	60

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 100 € sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 sur l'axe des ordonnées).

2. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.

3. On donne le point A de coordonnées (260 ; 409). Placer les points A et G sur le graphique, puis tracer la droite (AG).

4. On admet que la droite (AG) constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent. Vérifier que la droite (AG) a pour équation : $y = -\dfrac{9}{13}x + 589$.

Méthode On peut vérifier que les coordonnées de A et de G vérifient l'équation $y = -\dfrac{9}{13}x + 589$.

Pour la suite, on utilisera : $y = -0{,}7x + 589$, le coefficient directeur de la droite (AG) étant arrondi au dixième.

5. En utilisant l'ajustement précédent, calculer une estimation du nombre de montures vendues en proposant un prix de vente de 500 euros.

80 ***CAPACITÉ***

- Représenter un nuage de points en effectuant un changement de variable donné afin de conjecturer une relation de linéarité entre deux nouvelles variables.

Le glacier d'Aletsch, classé à l'UNESCO, est le plus grand glacier des Alpes ; situé dans le sud de la Suisse, il alimente la vallée du Rhône.

Pour étudier le recul de ce glacier au fil des années, une première mesure a été effectuée en 1900 : ce glacier mesurait alors 25,6 km.

Des relevés ont ensuite été effectués tous les 20 ans : le recul du glacier est mesuré par rapport à la position où se trouvait initialement le pied du glacier en 1900.

Les mesures successives ont été relevées dans le tableau ci-dessous.

On note t la durée, en années, écoulée depuis 1900, et r le recul correspondant, mesuré en kilomètres.

Année de mesure	1920	1940	1960	1980	2000
Temps écoulé depuis 1900 : t_i	20	40	60	80	100
Recul en km : r_i	0,3	0,6	1	1,6	2,3

Par exemple, en 1940 ($t = 40$), le recul du glacier par rapport à 1900 a été de 0,6 km : la longueur du glacier était donc de :

$$25{,}6 - 0{,}6 = 25 \text{ km}.$$

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

1. On pose $y = 2{,}3\log r$.

Reproduire et compléter le tableau suivant :

t_i	20	40	60	80	100
y_i					

2. Représenter le nuage de points $M_i(t_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal.

Unités graphiques : 1 cm pour 10 sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées.

3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.

Placer le point G sur le graphique précédent.

4. a. Donner l'équation de la droite D d'ajustement de y en t par la méthode des moindres carrés puis tracer la droite D.

b. Déterminer l'expression de r en fonction de t.

Méthode Utiliser l'équation de la droite D et le changement de variable $y = 2{,}3\log r$.

5. En utilisant le modèle obtenu précédemment :

a. Estimer graphiquement le recul puis la longueur du glacier en 2020.

b. Estimer par le calcul l'année de disparition du glacier.

SUJET BAC

81 Un opérateur désireux de gagner des parts de marché propose à 1 500 personnes de tester un nouveau type de téléphone portable. Pour cela, il dispose d'au moins 8 jours pour convaincre ces personnes de changer de téléphone. Le tableau ci-contre indique les résultats observés.

Rang du jour t_i	Nombre de personnes convaincues N_i
1	40
2	420
3	640
4	790
5	890
6	970
7	1 030
8	1 080

1. On pose $y = \dfrac{1\,500}{1\,500 - N}$.
Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs à 10^{-2} près.

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	1,03							

2. On appelle G_1 le point moyen des 4 premiers points du nuage et G_2 celui des 4 derniers.
a. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.
b. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) (coefficients arrondis à 10^{-2} près).
3. En admettant que cette droite donne une approximation satisfaisante de y en fonction de t, montrer que $N(t)=1500\left(1-\dfrac{1}{0,36t+0,67}\right)$.
4. En utilisant cet ajustement :
a. Estimer le nombre de personnes convaincues par ce nouveau téléphone au bout de 10 jours.
b. Estimer à partir de combien de jours l'opérateur peut espérer convaincre au moins 90 % de ce groupe.

82 En 2012, un centre d'appels comptait soixante-six employés. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés en fonction du rang de l'année.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés y_i	66	104	130	207	290	345	428

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'employés en fonction du rang x de l'année.
On pose alors : $z=\sqrt{y}-3$.
1. Reproduire et compléter le tableau suivant (on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième).

x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12						

2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (on donnera les coefficients sous forme décimale, arrondis au centième).
3. Déterminer l'expression de y en fonction de x.
4. En utilisant cet ajustement, déterminer à partir de quelle année on peut prévoir que l'effectif de ce centre d'appels dépassera 900 employés.

83 Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. La consommation est exprimée en milliers d'euros.

Année	2012	2014	2015	2016	2018
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7
Consommation y_i (en milliers d'euros)	28,5	35	52	70,5	100,5

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (unités graphiques : 1 cm pour 1 en abscisses et 1 cm pour 10 000 € en ordonnées).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y=12,5x+b$ qui passe par le point G.
a. Déterminer la valeur de b.
b. Tracer la droite D dans le repère précédent.
4. Déterminer, graphiquement, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2019.
5. En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2019 la consommation réelle des ménages de cette ville était de $y_8=140$. Un nouvel ajustement semble alors plus adapté.
a. Reproduire et compléter le tableau suivant sachant que $z=\log y$ (résultats arrondis à 10^{-2} près).

x_i	1	3	4	5	7	8
z_i						

b. Déterminer l'équation réduite de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2} près).
c. En déduire que : $y=20,4\times10^{0,1x}$.
d. Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2021.