1 Questions Flash

Diaporama

12 diapositives pour acquérir ses automatismes

lienmini.fr/10445-62

Calculs avec le logarithme décimal

Dans les exercices 2 à 4, donner la forme décimale des nombres suivants sans utiliser la calculatrice.

2 **a.** log(100) **b.** log(1 000)
c. log(10 000) **d.** log(1 000 000)

3 **a.** log(0,1) **b.** log(0,001)
c. log(0,000 1) **d.** log(0,000 000 1)

4 **a.** $\log(10^2 \times 10^{-1})$ **b.** $\log(10^6 \times 10^{-4})$
c. $\log(10^{-5} \times 10^{-2})$ **d.** $\log(0{,}1 \times 0{,}001)$

Sens de variation de la fonction logarithme décimal

5 Comparer dans chaque cas les deux nombres sans utiliser la calculatrice :
a. log(0,003) et log(0,03).
b. $\log(3 \times 10^{-1})$ et $\log(30 \times 10^{-3})$.
c. $\log\left(\frac{5}{7}\right)$ et $\log\left(\frac{5}{11}\right)$. **d.** $\log(2)$ et $\log\left(\frac{2}{3}\right)$.

6 Comparer dans chaque cas les nombres suivants :
a. log(0,2) et log(0,004). **b.** log(0,25) et log(0,205).
c. log(0,0039) et log(0,039).

7 Donner le signe des nombres suivants en les comparant avec log(1) :
a. log(0,015) **b.** log(1,001)
c. log(0,999 9) **d.** $\log(100 \times 10^{-3})$

8 Dans chacun des cas suivants, encadrer le nombre donné à l'aide de deux entiers relatifs, sans utiliser la calculatrice.
a. log(0,02) **b.** log(0,25)
c. log(7,5) **d.** log(2 021)

Propriétés algébriques du logarithme décimal

Dans les exercices 9 à 12, sans utiliser la calculatrice, exprimer les nombres suivants en fonction de log(2) ou log(5).

9 **a.** log(200) **b.** log(400)
c. log(80) **d.** log(32)

10 **a.** log(0,2) **b.** log(0,004)
c. log(0,08) **d.** log(0,032)

11 **a.** log(25) **b.** log(125)
c. log(50) **d.** log(25 000)

12 **a.** log(0,5) **b.** log(0,002 5)
c. log(0,625) **d.** log(0,005)

13 Exprimer en fonction de log(2) et log(3) les expressions suivantes :
a. log(6) **b.** log(24) **c.** log(18) **d.** log(1 200)

14 Exprimer en fonction de log(5) les nombres suivants :
a. log(500) **b.** log(0,05)
c. log(50 000) **d.** log(0,25)

15 Exprimer en fonction de log(3) les nombres suivants :
a. log(9) **b.** log(27) **c.** log(0,3) **d.** log(30)

Dans les exercices 16 et 17, exprimer chaque somme ou différence à l'aide d'un seul log.

Coup de pouce
- $\log(3) - \log(2) = \log\left(\frac{3}{2}\right) = \log(1{,}5)$

16 **a.** log(25) + log(2) **b.** log(27) − log(3)
c. log(4) − log(8) **d.** log(100) + log(0,25)

17 **a.** log(0,1) + log(200) **b.** log(500) − log(125)
c. log(0,002) + log(10 000)

Équations du type $a^x = b$ et inéquations du type $a^x < b$

18 Parmi les nombres donnés ci-dessous, un seul est solution de l'équation $10^x = 50$. Lequel ?
a. log(50) **b.** log(5) **c.** log(40) **d.** 5

19 Parmi les nombres donnés ci-dessous, un seul est solution de l'équation $\log(x) = 2$. Lequel ?
a. 100 **b.** 0,01 **c.** 4 **d.** log(2)

Dans les exercices 20 à 23, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes.

20 **a.** $10^x = 1$ **b.** $10^x = 0{,}001$ **c.** $2^x = 128$ **d.** $5^x = 0{,}25$

21 **a.** $3 \times 10^x = 0{,}000\,1$ **b.** $30 \times 2^x = 60$
c. $1\,000 \times 5^x = 3\,000$ **d.** $4 + 2^x = 10$

22 **a.** $2^x < 32$ **b.** $0{,}3^x > 10$ **c.** $5^x \leqslant 125$ **d.** $0{,}8^x \geqslant 5$

23 **a.** $4 \times 5^x < 100$ **b.** $0{,}5^x + 10 \leqslant 35$
c. $20 \times 1{,}2^x > 100$ **d.** $1\,500 \times 0{,}8^x \geqslant 3\,000$

Fonction logarithme décimal

→ Aide Cours 1 p. 78

Question de cours

24 **1.** Soit n un entier naturel. À quoi est égal $\log(10^n)$?
2. Comparer $\log(0{,}0001)$ et $\log(10^{-6})$.

25 Écrire sous forme décimale les nombres suivants sans utiliser la calculatrice.
a. $\log(0{,}1)$ **b.** $\log(100)$
c. $\log(0{,}000\,000\,001)$ **d.** $\log(1\,000\,000\,000)$

→ Voir Exercice résolu 1 p. 79

26 Écrire sous forme décimale les nombres suivants sans utiliser la calculatrice.
a. $\log(10^6)$ **b.** $\log(10^{121})$
c. $\log(10^{-12})$ **d.** $\log(10)$

→ Voir Exercice résolu 1 p. 79

27 Déterminer sans calculatrice l'image par la fonction logarithme décimal de chacun des nombres suivants :
a. 100 000 **b.** 10 000 000
c. 10^{21} **d.** 10^{2021}

28 Déterminer sans calculatrice l'image par la fonction logarithme décimal de chacun des nombres suivants :
a. 0,000 1 **b.** 0,000 01
c. 0, 000 000 01 **d.** 10^{-9}

29 À l'aide de la calculatrice, reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir au dixième près) :

x	2	3	4	5	6
$\log(x)$					

30 Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants : $\log(0{,}01)$; $\log(1{,}1)$; $\log(1{,}001)$; $\log(0{,}001)$.

→ Voir Exercice résolu 2 p. 79

31 Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants sans utiliser la calculatrice.
$\log(0{,}2)$; $\log(0{,}004)$; $\log(0{,}25)$; $\log(0{,}205)$; $\log(0{,}0039)$; $\log(0{,}039)$; $\log(0{,}199)$.

→ Voir Exercice résolu 2 p. 79

32 Ranger dans l'ordre décroissant les nombres suivants sans utiliser la calculatrice :
$\log(2\times10^{-5})$; $\log(2{,}4\times10^{-3})$; $\log(25\times10^{-2})$; $\log(0{,}24\times10^{-1})$; $\log(204\times10^{-5})$.

→ Voir Exercice résolu 2 p. 79

33 Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=\log(x^2)$.
1. Avec la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;10]$.

Coup de pouce
- fenêtre d'affichage : $x_{min}=1$ et $x_{max}=10$; $y_{min}=0$ et $y_{max}=5$.

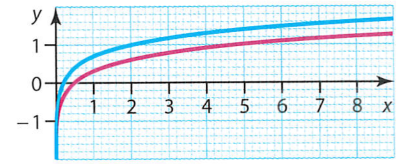
2. Quel semble être le sens de variation de la fonction f ?
3. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur son ensemble de définition.

34 Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=\log\left(\frac{1}{x}\right)$.
1. Avec la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;10]$.

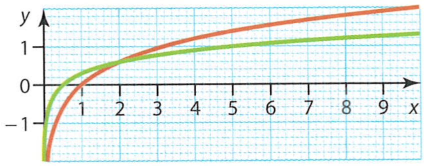
Coup de pouce
- fenêtre d'affichage : $x_{min}=1$ et $x_{max}=10$; $y_{min}=0$ et $y_{max}=5$.

2. Quel semble être le sens de variation de la fonction f ?
3. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur son ensemble de définition.

35 On a représenté dans le repère ci-dessous les courbes des fonctions f et g définies sur $]0\,;9]$ par :
$f(x)=\log(5x)$ et $g(x)=\log(2x)$.
Identifier chacune des courbes en justifiant votre réponse.



36 On a représenté dans le repère ci-dessous les courbes des fonctions f et g définies sur $]0\,;10]$ par $f(x)=\log(2x)$ et $g(x)=\log(x^2)$.
1. Identifier chacune des courbes en justifiant votre réponse.



Avec la précision permise par le graphique :
2. Lire graphiquement l'image de 5 par la fonction f et l'image de 6 par la fonction g.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$.

Propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal

→ Aide Cours 2 p. 80

Question de cours

37 **1.** Soit a et b deux nombres strictement positifs. À quoi est égal $\log(a \times b)$?
2. Soit $a > 0$. À quoi est égal $\log\left(\frac{1}{a}\right)$?

38 Sans calculatrice, déterminer la valeur de chacun des nombres suivants :
a. $\log(1\,000)$ **b.** $\log(100 \times 10^{-8})$
c. $\log(10^{-9} \times 10^{7})$ **d.** $\log(0{,}000\,1)$

39 Sachant que $\log(5) \simeq 0{,}7$ à 0,1 près, déterminer sans calculatrice une valeur approchée des nombres suivants à 0,1 près :
a. $\log(0{,}5)$ **b.** $\log(0{,}05)$
c. $\log(25)$ **d.** $\log(500)$

40 Sachant que $\log(2) \simeq 0{,}3$ à 0,1 près, déterminer sans calculatrice une valeur approchée des nombres suivants à 0,1 près :
a. $\log(0{,}2)$ **b.** $\log(2\,000)$
c. $\log(8)$ **d.** $\log(20)$

41 Exprimer en fonction de $\log(a)$ les expressions suivantes, a étant un réel strictement positif :
a. $\log(a^3)$ **b.** $\log(a^5) - \log(a^2)$
c. $\log(a^{-3}) + \log(a^2)$ **d.** $\log(10a^5)$

→ Voir Exercice résolu 3 p. 81

42 Exprimer en fonction de $\log(a)$, a étant un réel strictement positif, les expressions suivantes :
a. $\log\left(\frac{1}{a}\right)$ **b.** $\log\left(\frac{1}{a^2}\right)$
c. $\log\left(\frac{a^5}{a^2}\right)$ **d.** $\log\left(\frac{10}{a}\right)$

→ Voir Exercice résolu 3 p. 81

43 Exprimer en fonction de $\log(2)$ et $\log(5)$ les nombres suivants :
a. $\log(20)$ **b.** $\log(40)$
c. $\log(200)$ **d.** $\log(250)$

→ Voir Exercice résolu 3 p. 81

Vrai ou faux

44 *Sans calculatrice, indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
1. $\log(25)$ est supérieur à $3\log(5)$.
2. $\log(0{,}001)$ est inférieur à $\log(10^{-4})$.
3. $\log(0{,}01) - 2\log(0{,}1) = 0$.

Équations du type $a^x = b$ et inéquations du type $a^x < b$

→ Aide Cours 3 p. 80

Question de cours

45 **1.** Quelle est la solution de l'équation $10^x = 3$?
2. Quelle est la solution de l'équation $3^x = 2$?
3. 2 est-il une solution de l'inéquation $3^x < 4$?

QCM

46 **1.** Parmi les nombres suivants, quelle est la solution de l'équation $\log(x) = 3$?
a. $x = \log(3)$ **b.** $x = \frac{3}{\log(3)}$ **c.** $x = 10^{-3}$ **d.** $x = 10^3$
2. Parmi les valeurs suivantes de x, une seule est solution de l'équation $\log(2x) = 0$, laquelle ?
a. $x = 0{,}2$ **b.** $x = 0{,}5$ **c.** $x = -2$ **d.** $x = 0$
3. Parmi les valeurs suivantes de x, une seule est solution de l'équation $10^x = 6$, laquelle ?
a. $x = 0{,}6$ **b.** $x = \log(6)$ **c.** $x = \log(0{,}6)$
d. $x = 10^6$

47 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $5^x = 10$ **b.** $2^x = -1$

→ Voir Exercice résolu 4 p. 81

48 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $3^x = 0$ **b.** $2 \times 3^x = 20$

→ Voir Exercice résolu 4 p. 81

49 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $\log(x) = -1$ **b.** $\log(x) = 3$

50 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $2\log(x) = 1$ **b.** $-3\log(x) + 1 = 4$

51 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
a. $5^x \leqslant 10$ **b.** $2^x > 10$

52 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
a. $4 \times 2^x \leqslant 16$ **b.** $5 \times 3^x \geqslant 25$

→ Voir Exercice résolu 4 p. 81

53 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
a. $\log(x) < 1$ **b.** $2\log(x) > 4$

Vrai ou faux

54 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.*
1. 100 est une solution de l'équation $\log(x) + 1 = 3$.
2. 0,1 est une solution de l'équation $2\log(x) - 1 = -3$.
3. $3\log(x) + 1 = -2$ a pour solution $x = 10$.
4. $\log(x^2) + \log(x) = 3$ a pour solution $x = 10$.

Fonction logarithme décimal

55 Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant sans utiliser la calculatrice :

x	0,1			0,001	
$\log(x)$		0	2		–5

56 Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant sans utiliser la calculatrice :

x	0,01			0,000 1	
$\log(x)$		1	–2		–1

57 Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir éventuellement au dixième près) :

x	1	5	25	125	625
$\log(x)$					

58 Encadrer le logarithme décimal de chacun des nombres suivants par deux entiers :

a. 0,000 2 **b.** 201 000
c. 2 500 **d.** 0,05

Propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal

59 Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant en utilisant les propriétés de la fonction logarithme décimal (arrondir éventuellement à 0,1 près log(x)) :

x	1	2	5	10	20
$\log(x)$ arrondi à 0,1 près		0,3			

60 Exprimer le logarithme décimal de chacun des nombres suivants en fonction de log 3 et de log 7 :

a. 0,00147
b. 11 907
c. $2\,700 \times 490$

61 En astronomie, la magnitude apparente, notée M, revient à mesurer combien une étoile apparaît brillante vue de la Terre.
L'astronome Norman Pogson (1829-1891) a introduit la formule suivante :

$$M = -2{,}5\log(E) + k$$

où E est l'éclat de l'étoile observée (puissance reçue par unité de surface) et k est une constante indépendante du choix de l'étoile.

L'étoile Véga a une magnitude apparente fixée à 0. On note E_0 l'éclat apparent de Véga.
1. Exprimer la constante k à l'aide de $\log(E_0)$.
2. Montrer alors que $M = -2{,}5\log\left(\dfrac{E}{E_0}\right)$.
3. a. Si l'étoile observée est perçue comme plus brillante que l'étoile Véga, quel est le signe de sa magnitude apparente ?
b. Que peut-on dire de sa magnitude par rapport à celle de Véga ?
4. Déterminer la magnitude apparente des astres suivants d'éclat E : Vénus : $E = 69{,}18\ E_0$; Mars : $E = 8{,}32\ E_0$; Neptune : $E = 6{,}9 \times 10^{-4}\ E_0$. On arrondira à 0,1 près.
5. Déterminer l'éclat des astres suivants de magnitude apparente M en fonction de E_0 :
Soleil : $M = -26{,}8$; Pleine lune : $M = -12{,}6$; Uranus : $M = 5{,}7$.

Équations du type $a^x = b$ et inéquations du type $a^x > b$

62 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $2^x = 5$
b. $3^x = 10$
c. $5^{x+1} = 25$

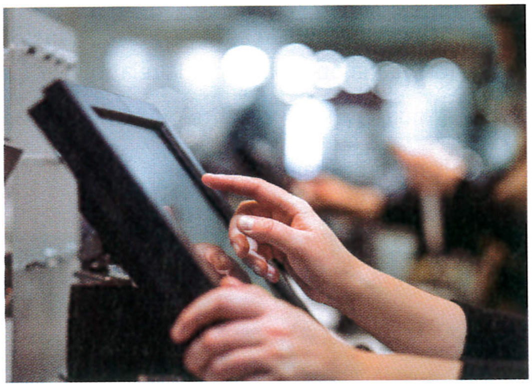
63 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $\log(2x) = 2$
b. $\log(x+1) = 3$

64 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a. $\log(2x+1) = 1$
b. $\log(3x-2) = 0$

65 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
a. $5^x > 1$
b. $2^x \leqslant 1$

66 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
a. $\log(2x) > 1$
b. $\log(3x+1) \leqslant 0$

67 STMG Un restaurant d'une station balnéaire ouvre au début du printemps. Le gérant relève le nombre de repas servis chaque semaine.



Les résultats des quatre premières semaines sont donnés dans le tableau suivant :

Rang de la semaine n	1	2	3	4
Nombre de couverts y_n	78	108	159	224

1. Représenter graphiquement le nuage de points $(n\,;y_n)$. Prendre 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 20 unités sur l'axe des ordonnées.

2. Le nuage de points précédent permet d'envisager un ajustement dit de type exponentiel par la fonction f définie pour $x \in [1\,;+\infty[$ par $f(x) = 54 \times (1{,}43)^x$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5
$f(x_i)$ arrondi à l'unité près					

b. Si l'on retient cet ajustement de type exponentiel, quel nombre de couverts peut prévoir le gérant la cinquième semaine ?

3. Le restaurant a une capacité maximum de 810 couverts par semaine.

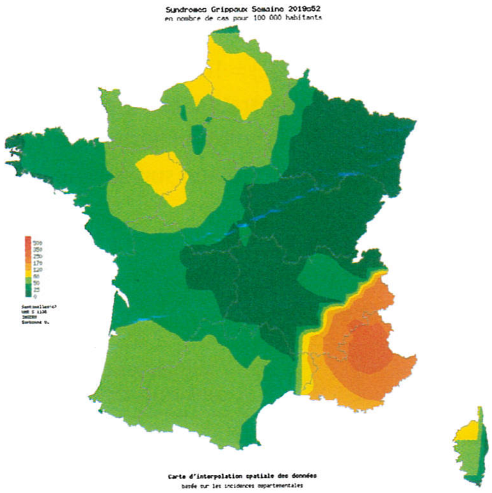
a. Résoudre par le calcul, en utilisant la fonction logarithme décimal et le tableur ou la calculatrice, l'inéquation : $54 \times (1{,}43)^x > 810$.

b. Si la fréquentation du restaurant évolue suivant ce modèle exponentiel, au bout de combien de semaines le gérant commencera-t-il à refuser des clients ?

4. Compléter le programme en Python ci-dessous afin qu'il permette de résoudre le problème posé à la question **3.**

```
from math import*
def f(x):
    return  54*1.43**x
x=...
while f(x)<=...:
    x=...
print('Le gérant commencera à refuser des clients après',...,'semaines.')
```

68 ST2S Chaque semaine, le Réseau Sentinelles collecte auprès de ses médecins des informations permettant notamment d'estimer le nombre de cas de certaines maladies (grippe, varicelle, oreillons, etc.) sur une période donnée.



Ainsi, a-t-on évalué, pendant plusieurs semaines à partir de début janvier 2020, le nombre de personnes présentant des symptômes grippaux.

Pendant les six premières semaines d'observation, le taux d'incidence de la grippe est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;6]$ par $f(t) = 24 \times 1{,}27^t$ où t est le nombre de semaines écoulées depuis le début de l'observation.

1. Calculer le taux d'incidence de la grippe au bout de la 1re semaine d'observation. Donner la valeur exacte de ce taux d'incidence.

2. a. Résoudre l'inéquation $24 \times 1{,}27^t > 60{,}96$.

b. Au bout de combien de semaines écoulées le taux d'incidence de la grippe dépassera-t-il le double du taux d'incidence observé au bout de la première semaine ?

69 ALGO PYTHON **Lire un programme**

Voici un programme en langage python :

```
from math import log
def f(x):
    if x>0:
        resultat = log (x, 10)
        print ("l'image de ",x, "est", resultat)
    else:
        print ("le nombre",x, "n'a pas d'image")
```

La commande log(x, 10) permet d'obtenir l'image du nombre x par la fonction logarithme décimal.

Voici ce qui s'affiche dans la console après plusieurs essais :

```
Console Python
>>> f(100)
l'image de  100 est 2.0
>>> f(2)
l'image de  2 est 0.30102999566398114
>>> f(-1)
le nombre -1 n'a pas d'image
>>>
```

Que permet de faire le programme ci-dessus ?

70 ALGO PYTHON STL Le pH, potentiel hydrogène d'une solution aqueuse, est lié à la concentration molaire en ions oxonium H_3O^+, notée $[H_3O^+]$, dans la solution par la relation $pH = -\log[H_3O^+]$.
Connaissant le pH, la concentration des ions oxonium est donnée par la relation :

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}.$$

1. Comment varie la concentration des ions oxonium d'une solution lorsque le pH de la solution augmente ?
2. Recopier et compléter le tableau suivant sachant qu'une solution aqueuse est dite :
• acide si le pH est inférieur à 7 ;
• basique si le pH est supérieur à 7 ;
• neutre si le pH est égal à 7.

Solution	pH	Solution acide, basique, neutre	$[H_3O^+]$
Soude	14		
Acide chlorhydrique			1
Eau de javel	11,5		
Eau distillée			10^{-7}
Café	5		
Acide gastrique			10^{-2}
Salive humaine	6,5		

3. Le pH d'une boisson à base de cola donne 2,7. Calculer la concentration en ions H_3O^+.

4. Une solution a une concentration en $[H_3O^+]$ égale à 10^{-5} mol·L^{-1}.
Déterminer son pH.
5. Voici un programme en Python :

```
from math import log
def p_h(x):
    resultat=-log(x,10)
    p=round(resultat,0)
    return(p)
```

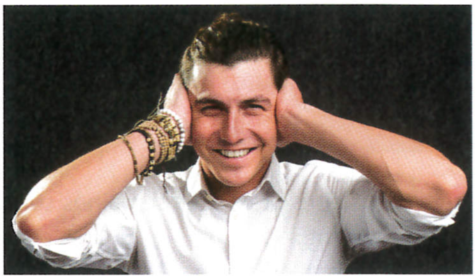
Coup de pouce

• L'instruction log(x,10) désigne l'image de x par la fonction logarithme décimal. Voici ce qui s'affiche dans la console pour $x = 10^{-12}$:

```
Console Python
>>> p_h(10**-12)
12.0
>>> |
```

a. Que permet d'obtenir ce programme ?
b. A quoi correspond l'instruction round ?

71 STI2D Pour qu'un son « chatouille » notre oreille, il faut que le pavillon de celle-ci réussisse à en capter une « quantité » suffisante. Cette quantité, notée I, est appelée l'intensité sonore de ce son. Elle s'exprime en watts par mètre carré (W·m^{-2}). Le niveau sonore N de ce son, exprimé en décibels (dB), est alors donné par la relation :
$N = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ où I_0 est la plus petite puissance sonore perceptible par l'oreille humaine.
On donne $I_0 = 10^{-12}$ W·m^{-2}.

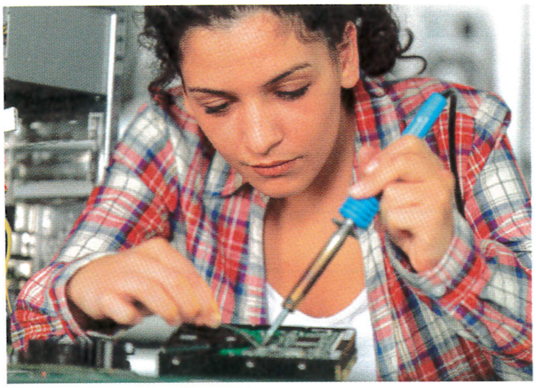


1. Une conversation entre deux amis a une intensité sonore de 10^{-5} W·m^{-2}. Quel est son niveau sonore ?
2. Quelle intensité ne doit pas être dépassée pour une oreille dont le seuil de douleur se situe à 120 dB ?
3. Si on augmente le niveau sonore d'un son de 20 dB, que se passe-t-il pour son intensité sonore ?
4. En général, on cherche plutôt à réduire le niveau sonore. Comment réduire l'intensité d'un son pour diminuer son niveau sonore de 10 dB ?
5. Jade possède une enceinte dans sa chambre dont la puissance fournit un niveau sonore de 80 dB. Elle souhaite en acheter une seconde de puissance identique et l'installer à côté de celle qu'elle possède déjà.
Ses parents protestent : « 160 dB, mais tu risques d'avoir des lésions irréversibles aux oreilles ! »
Sachant que les intensités sonores de plusieurs sons émis d'un même point s'additionnent, que peut-on penser de l'affirmation des parents de Jade ?

72 Le nombre $N = 2^{43\,112\,609} - 1$ est connu pour être un nombre premier dans le monde mathématique.

1. Exprimer $\log(N+1)$ en fonction de $\log(2)$.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la partie entière de $\log(N+1)$.
3. On note p le nombre de chiffres de l'écriture décimale de $N+1$; p = partie entière $(\log(N+1)) + 1$ (cf. activité 4 p. 77). Quel est le nombre de chiffres de l'écriture décimale de $N+1$?
4. Quel est le nombre de chiffres de l'écriture décimale de N ?

73 ALGO PYTHON STMG Une micro-entreprise de dépannage informatique a réalisé en 2019 un bénéfice de 22 000 €.
La direction de cette entreprise se fixe pour objectif une hausse annuelle de son bénéfice de 4,5 %.
Pour tout entier naturel n, on note b_n le bénéfice prévu pour l'année $2019 + n$. On a donc $b_0 = 22\,000$.



1. Calculer les bénéfices b_1 et b_2 espérés pour 2020 et 2021.
2. Montrer que (b_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.
3. Exprimer alors b_n en fonction de n.
4. L'entreprise souhaite savoir en quelle année le bénéfice dépasserait 40 000 € avec une hausse annuelle de 4,5 %.
On considère l'algorithme rédigé mais incomplet ci-dessous :

```
n prend la valeur 0
Tant que B … 40 000
    N prend la valeur N + 1
    B prend la valeur ……
Fin Tant que
A prend la valeur N + 2019
Afficher A
```

a. Reproduire et compléter cet algorithme afin qu'il donne l'année où le bénéfice dépassera 40 000 €.
b. Voici un programme en Edupython dans lequel il manque des éléments et des instructions ; le compléter puis l'implanter pour obtenir l'affichage de l'année à laquelle le bénéfice dépassera 40 000 €.

```
from math import *
n=0
b=...
while b<=40000:
    n=n+1
    b=...
A=n+2019
...
```

5. a. résoudre l'inéquation $1{,}045^n \geqslant 2$.
b. Au bout de combien d'années le bénéfice de l'entreprise aura-t-il doublé ?

74 Le bruit se mesure sur une échelle allant de 0 à 130 décibels. 0 dB représente le seuil d'audibilité et 120 dB le seuil de douleur. La plupart des sons de la vie courante sont compris entre 30 et 90 dB.
Le niveau d'intensité sonore N d'un son, exprimé en décibels (dB), est donné par la relation :

$$N = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

où I est l'intensité sonore de la source de bruit (exprimée en Watts par mètre carré).

1. Montrer que si on multiplie par 2 l'intensité sonore I, alors cela revient à augmenter de 3 dB environ le niveau sonore N.
2. Voici quelques exemples de niveaux sonores en dB à proximité de certains bruits ou environnement :

Bruit	Niveau sonore en dB
Feu d'artifice	140
Avion au décollage	130
Marteau-piqueur	120
Concert, discothèque, rave party	110
Moto à proximité	90
Aspirateur, tondeuse	70
Machine à laver	50
Bureau tranquille	40
Chuchotement à voix basse	20
Désert, studio d'enregistrement	10
Seuil d'audibilité	0

Sachant que les intensités sonores s'ajoutent, répondre aux questions suivantes :
a. En utilisant le résultat de la question **1.**, calculer le niveau sonore atteint par deux tondeuses côte à côte.
b. Est-il vrai que le bruit de 10 marteaux-piqueurs alignés fonctionnant simultanément atteint le niveau sonore d'un avion qui décolle ?

Pour faire le point

Tests
S'entraîner en ligne
lienmini.fr/10445-63

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

	V	F
75 La fonction logarithme décimal est définie sur $\mathbb{R}$.		
76 $\log(0{,}2)$ est supérieur à $\log(0{,}1)$.		
77 $\log(20)$ est égal à $10 \times \log(2)$.		
78 $\log(1\,000)$ est égal à $3 \times \log(10)$.		
79 $\log(2^{2020})$ est égal à $1\,010 \times \log(4)$.		
80 $\log(0{,}5)$ est négatif.		
81 $\log(\sqrt{3})$ est inférieur à $\log(3)$.		
82 1 est une solution de l'équation $5^{3x-1} = 25$.		
83 L'équation $3^x = 0$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.		
84 On sait que $\log(2) > 0{,}3$. Alors $\log(0{,}0002)$ est supérieur à -4.		
85 On sait que $\log 20 > 1{,}3$. Alors $\log(200) > 13$.		
86 On sait que $\log 3 \approx 0{,}5$ à 0,1 près. Alors $\log(300) \approx 50$.		

→ Vérifier les résultats p. 324

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

87 Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \log(2x)$ et g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = \log(x^2)$. Alors :

a. $f(10) > g(10)$ **b.** $f(2) = g(2)$ **c.** $f(10) = g(10)$ **d.** $f(2) < g(2)$

88 Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x + \log(x)$. Alors :

a. Pour tout $x \in\ ]0\,;+\infty[$, $f(x) > x$
b. Pour tout $x \in\ ]0\,;+\infty[$, $f(x) < x$
c. Pour tout $x \in\ ]0\,;+\infty[$, $f(x) > 0$
d. f est croissante sur $]0\,;+\infty[$

89 Soit la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = \log(x^2)$. Alors :

a. g est croissante sur $]0\,;+\infty[$
b. g est décroissante sur $]0\,;+\infty[$
c. Pour tout $x > 0$, $g(x) > 0$
d. Pour tout $x > 0$, $g(x) < 0$

90 Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \log(5x)$ et g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = 5\log(x)$. Alors :

a. $f(2) < g(2)$ **b.** $f(2) > g(2)$ **c.** $f(20) = g(20)$ **d.** $f(20) > g(20)$

91 Soit la fonction h définie sur $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = -2\log(x)$. Alors :

a. h est croissante sur $]0\,;+\infty[$.
b. h est décroissante sur $]0\,;+\infty[$.
c. On ne peut rien dire.
d. h n'est pas monotone sur $]0\,;+\infty[$.

→ Vérifier les résultats p. 324

92 In English

A decimal logarithm table is given below. Only by using the definition and properties of the decimal logarithm function, copy the table and complete the empty boxes. Calculator is forbidden.

x	0	0.0001	0.001	0.01	0.1	1
$\log(x)$						

x	2	5	10	20	50	100
$\log(x)$	$\simeq 0.3$					

93 COMPÉTENCE Calculer, Raisonner

L'échelle de Richter, basée sur les mesures faites par les sismographes, exprime la magnitude M d'un séisme.

Cette magnitude se calcule selon la formule $M = \log\left(\dfrac{A}{A_0}\right)$, où A représente l'amplitude maximale relevée par le sismographe et A_0 une amplitude de référence.

1. Que vaut la magnitude M lorsque $A = A_0$?
Lorsque $A = 10 \times A_0$? Lorsque $A = 10\,000 \times A_0$?

2. Un séisme est dit « léger », provoquant des secousses d'objets à l'intérieur des maisons et quelques faibles dommages, lorsque sa magnitude est comprise entre 4 et 5.

Montrer qu'alors son amplitude est telle que :

$$10^4 \times A_0 \leqslant A \leqslant 10^5 \times A_0.$$

3. La magnitude connue la plus importante est de 9,5. Elle a été enregistrée au Chili en mai 1960.
Exprimer son amplitude A en fonction de A_0 (on donnera une valeur approchée de l'amplitude sous la forme $a \times 10^b \times A_0$, avec $0 < a < 10$ et b entier naturel).

4. Un pays vient de connaître un séisme de magnitude 8 suivi d'une réplique de magnitude 4.
Un journaliste écrit alors que la réplique a été deux fois moins puissante que le premier séisme.
Que pensez-vous de cette affirmation du journaliste ?
Argumentez votre réponse.

94 COMPÉTENCE Calculer

Le niveau de pression acoustique est exprimé en décibels par $p = 20\log\left(\dfrac{p}{p_0}\right)$ où p_0 est la valeur minimale de la pression perçue par l'oreille humaine et p est la valeur de la pression pour un son perçu. Pour une personne sans problème auditif, $p_0 = 2 \times 10^{-5}$ bars.

L'oreille humaine peut supporter sans dommage au maximum une pression de 20 bars.

Calculer le niveau de pression S en décibels correspondant au bruit maximum que peut supporter une oreille humaine.

95 TABLEUR COMPÉTENCE Calculer

Une équipe aérospatiale se propose d'envoyer un satellite de 10 tonnes en orbite autour de la Terre par l'intermédiaire d'une fusée. Cette dernière a une masse à vide, c'est-à-dire sans carburant ni satellite, de 40 tonnes. L'éjection des gaz permet à la fusée de décoller et de s'élever dans les airs jusqu'à la consommation finale du propergol, carburant contenu dans ses réservoirs. La vitesse d'éjection des gaz est $V_e = 3\,200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

La vitesse finale de la fusée, vitesse atteinte lorsque les réservoirs sont vides, varie en fonction de la masse de propergol contenue au départ dans les réservoirs. Elle doit être de $8\,000\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour permettre la mise en orbite souhaitée.

On souhaite connaître la masse de propergol nécessaire pour permettre cette mise en orbite du satellite.

On note x la masse, en tonnes, de propergol contenu au décollage dans les réservoirs de la fusée. La masse x est comprise entre 100 et 900 tonnes. La masse totale de la fusée est alors $(x + 50)$ tonnes.

Il est établi que la vitesse finale de la fusée, $f(x)$, exprimée en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, est donnée par la formule :

$$f(x) = V_e \times 2{,}3 \times [\log(x + 50) - \log 50]$$

où x est un réel de l'intervalle $[100 ; 900]$.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[100 ; 900]$,
$f(x) = 3\,200 \times 2{,}3\log(0{,}02x + 1)$.

On pourra choisir l'une ou l'autre des expressions de $f(x)$ pour répondre à chacune des questions suivantes.

2. a. Si les réservoirs contiennent au décollage 100 tonnes de propergol, quelle sera la vitesse finale de la fusée ?

b. Avec 400 tonnes de propergol au décollage, la mise en orbite sera-t-elle possible ?

3. Écrire une inéquation permettant de déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre la mise en orbite souhaitée.

4. En utilisant le tableur de la calculatrice, déterminer la masse de propergol à mettre dans les réservoirs pour permettre la mise en orbite souhaitée.

96 COMPÉTENCE Calculer

On rappelle que le pH d'une solution aqueuse est l'opposé du logarithme décimal de la concentration en ions oxonium H_3O^+ de cette solution, c'est-à-dire : $\text{pH} = -\log\,[H_3O^+]$.

1. Le pH de l'eau pure est 7. Quelle est la concentration en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ de l'eau pure en ions oxonium ?

2. Calculer le pH d'une solution telle que
$[H_3O^+] = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

3. On dispose d'une solution de pH égal à 4.

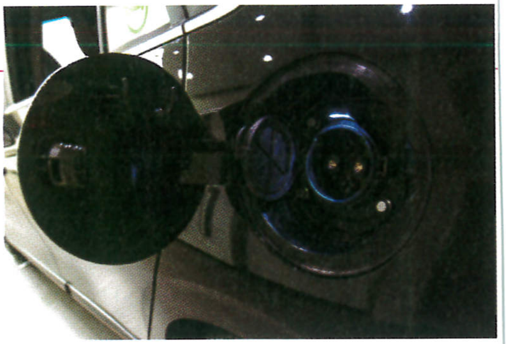
a. Que devient le pH si on multiplie la concentration en ions oxonium par 100 ? par 1 000 ?

b. Que devient le pH si on divise la concentration en ions oxonium par 100 ? par 1 000 ?

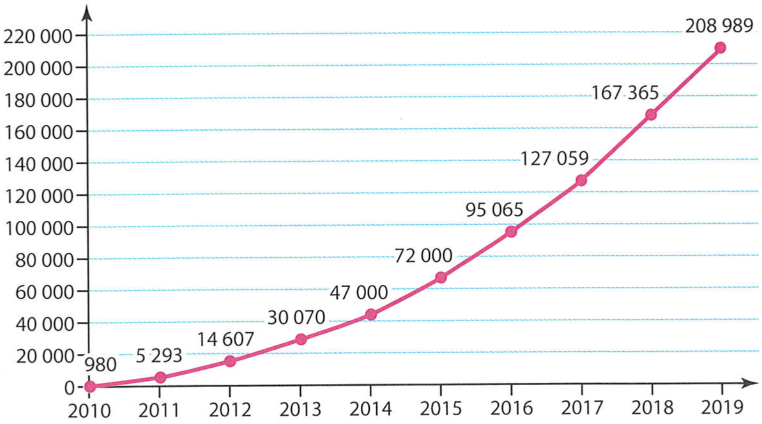
TP

À vos batteries !

CAPACITÉ Utiliser le logarithme décimal pour résoudre une inéquation.



En novembre 2019, l'association nationale pour le développement de la mobilité électrique (Avere-France) publiait les chiffres suivants sur le marché du véhicule électrique neuf en France.



On peut ainsi lire sur le graphique que, fin 2019, il y avait en tout 208 989 véhicules « 100 % électrique » neufs immatriculés en France depuis 2010.

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation entre fin 2018 et fin 2019 du nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France. Arrondir le résultat à 1 % près.

2. L'association Avere-France s'est fixée un objectif d'un million de véhicules électriques immatriculés en 2022. On émet l'hypothèse qu'à partir de 2019, l'augmentation annuelle de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France sera constante et égale à 40 %.

Dans le cadre de ce modèle, on note v_n une estimation du nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France à la fin de l'année 2019 + n, où n désigne un entier naturel.

On a ainsi $v_0 = 208\,989$.

a. Déterminer le nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France fin 2022.

b. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Donner l'expression de v_n en fonction de n.

c. Déterminer le plus petit entier n tel que v_n est supérieur ou égal à 1 000 000.

L'objectif de l'association Avere-France était-il possible ?

PYTHON *En salle informatique* lienmini.fr/10445-64

On souhaite estimer l'année au cours de laquelle le nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France dépassera 4 millions (soit environ 10 % du parc automobile français en 2019).

Pour cela, on utilise un algorithme.

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 93\,100$
Tant que …
$n \leftarrow$
$u \leftarrow$
Fin Tant que

1. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus afin qu'il réponde au problème posé ci-dessus.

2. Quelle variable faut-il faire afficher pour répondre au problème ?

3. Voici un programme en EduPython :

```
n=0
u=208989
while u<4000000
n=n+1
u=u*(1+t/100)
return (n)
```

a. Que signifie l'instruction suivante ? `u=u*(1+t/100)`

b. Quelle doit être la valeur de la variable t pour répondre au problème posé ?

c. En supposant que le modèle proposé initialement était optimiste, implanter le programme ci-dessus et le faire fonctionner avec l'hypothèse d'une augmentation de 25 % seulement à partir de 2019, afin qu'il affiche l'année à laquelle le nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France dépassera 4 000 000.

Sujet résolu BAC

Énoncé	Automatisme à utiliser	Réponse
97 Fraction irréductible égale à $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$.	Effectuer des opérations sur des fractions simples.	$\frac{23}{20}$
98 Fraction irréductible égale à $1-\frac{2}{7}$.	Effectuer des opérations sur des fractions simples.	$\frac{5}{7}$
99 Calculer 20 % de 75.	Appliquer une proportion exprimée en pourcentage.	15
100 Si $U = RI$, alors $R =$	Isoler une variable dans une égalité.	$\frac{U}{I}$
101 Développer $(2x-3)^2$.	Développer une expression algébrique simple.	$4x^2-12x+9$
102 Factoriser $4x^2-1$.	Factoriser une expression algébrique simple.	$(2x-1)(2x+1)$
103 On applique une augmentation de 30 % à un article qui coûtait 50 euros. Quel est son nouveau prix ?	Appliquer un taux d'évolution.	65 euros

104 En acoustique, l'intensité I d'un son se mesure en $W{\cdot}m^{-2}$ (watts par m²). Le niveau sonore exprimé en dB (décibels) d'un son d'intensité I, est donné par la formule : $N = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 10^{-12}\ W{\cdot}m^{-2}$, intensité la plus faible audible par l'oreille humaine.

À partir de 80 dB, seuil de danger, le port d'une protection auditive est obligatoire dans le cadre du travail. Le seuil de la douleur est atteint à partir de 120 dB.

1. Montrer qu'un son d'intensité $10^{-6}\ W{\cdot}m^{-2}$ est supportable et qu'un son d'intensité $100\ W{\cdot}m^{-2}$ est insupportable.

2. Le concert des Who en 1976 à Londres a atteint un niveau sonore de 120 dB. Donner l'intensité du son.

Méthode à appliquer	Solution rédigée
1. On calcule le rapport $\frac{I}{I_0}$, puis la définition du logarithme décimal pour une puissance de 10. → Voir Exercice résolu 1 p. 79	**1.** Avec $I = 10^{-6}\ W{\cdot}m^{-2}$, le rapport $\frac{I}{I_0}$ est égal à 10^6. $\log(10^6) = 6$ donc $N = 10 \times 6 = 60$ dB, ce qui est en deçà du seuil de danger de 80 dB. Un son d'intensité $10^{-6}\ W{\cdot}m^{-2}$ est donc supportable. Avec $I = 100\ W{\cdot}m^{-2}$, le rapport $\frac{I}{I_0}$ est égal à 10^{14}. $\log(10^{14}) = 14$ donc $N = 10 \times 14 = 140$ dB, ce qui est bien au-delà du seuil de douleur de 120 dB. Un son d'intensité $100\ W{\cdot}m^{-2}$ est donc insupportable.
2. N est égal à 120, on écrit donc que $10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 120$ soit $\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 12$. On identifie 12 comme étant le logarithme décimal de 10^{12}. → Voir Exercice résolu 3 p. 81	**2.** On résout l'équation $10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 120$. Cela donne $\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 120 \div 10 = 12$. Par définition du logarithme décimal, on a donc $\frac{I}{I_0} = 10^{12}$. D'où $I = 10^{12} \times I_0 = 10^{12} \times 10^{-12} = 1$. L'intensité du son au concert des Who était de $1\ W{\cdot}m^{-2}$.

Exercices

Pour l'épreuve du BAC

Sujet guidé BAC

105 CAPACITÉ

• Utiliser le logarithme décimal pour résoudre une inéquation du type $a^x < b$ d'inconnue x réelle.

Un cabinet d'orthophonie fait le bilan de son activité. On s'intéresse donc au nombre de séances d'orthophonie réalisées chaque trimestre au sein du cabinet. À partir du premier trimestre 2019, le nombre de séances d'orthophonie augmente au rythme de 3 % par trimestre.
On modélise, à l'aide d'une suite géométrique (r_n), le nombre trimestriel de séances réalisées par le cabinet, l'entier n désignant le nombre de trimestres écoulés depuis le début de l'année 2019. On donne $r_1 = 598$.
1. Justifier que la raison de la suite géométrique (r_n) est égale à 1,03.
2. Calculer dans le cadre de cette modélisation le nombre de séances réalisées au cours du premier trimestre 2020.
3. Résoudre dans l'ensemble des réels l'inéquation :

$$598 \times 1{,}03^{x-1} \geqslant 800.$$

Méthode On isole la partie $1{,}03^{x-1}$ puis on applique la fonction logarithme décimal aux deux membres de l'inéquation.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 81

4. Les orthophonistes estiment qu'ils devront recruter un nouveau collègue lorsque le nombre trimestriel de séances dépassera 800. Selon ce modèle, déterminer le trimestre et l'année à partir duquel il faudra faire ce recrutement.

106 CAPACITÉ

• Utiliser le logarithme décimal pour résoudre une inéquation du type $a^x < b$ d'inconnue x réelle.

La fréquence cardiaque est le nombre de battements du cœur par minute. Lorsqu'une personne effectue un exercice, son système cardio-vasculaire s'adapte et la fréquence cardiaque varie.
On enregistre la fréquence cardiaque d'un individu A pendant la phase de récupération après un test d'effort.
On admet que cette fréquence peut être modélisée par la fonction g définie sur $[8\,;13]$ par :

$$g(t) = 660 \times 0{,}85^t$$

où le temps t est donné en minutes et $g(t)$ en battements par minute.
1. Résoudre dans l'intervalle $[8\,;13]$ l'inéquation :

$$660 \times 0{,}85^t \leqslant 115.$$

Méthode On isole la partie $0{,}85^t$ puis on applique la fonction logarithme décimal aux deux membres de l'inéquation.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 81

2. En déduire le temps de récupération exprimé en minutes et secondes à partir duquel la fréquence cardiaque est inférieure ou égale à 115 battements par minute.
3. L'étude de l'évolution de la fréquence cardiaque après un test d'effort donne des renseignements sur le profil cardio-vasculaire d'un individu. Ainsi, une diminution de la fréquence cardiaque inférieure à 12 battements lors de la première minute de récupération est considérée comme anormale et peut indiquer un problème d'ordre médical. La fréquence de récupération de l'individu A peut-elle être considérée comme anormale ?

107 CAPACITÉ TABLEUR

• Utiliser le logarithme décimal pour résoudre une inéquation du type $a^n < b$ d'inconnue n entier naturel.

Le marché de la musique française enregistrée se divise en deux grands domaines : le marché physique (supports matériels comme les vinyles et les CD) et le marché dématérialisé (téléchargements, streaming). On s'intéresse ici au marché physique. En 2018, le montant des ventes correspondant au marché physique s'élevait à 256 millions d'euros. On suppose que chaque année à partir de 2018, le marché physique connaîtra une baisse de 20 %.
On note u_n le montant en millions d'euros, des ventes en France correspondant au marché physique de l'année $2018 + n$. Ainsi, $u_0 = 256$.
1. a. Calculer u_1.
b. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,8.
2. Dans la feuille de calcul d'un tableur, on souhaite déterminer les premiers termes de la suite (u_n).
a. Quelle formule peut-on écrire en C3 qui, par recopie vers le bas, donnera le contenu des cellules suivantes ?

	A	B	C
1	Année	Rang n	u_n
2	2018	0	256
3	2019	1	
4	2020	2	

b. On admet que $u_n = 256 \times 0{,}8^n$. En quelle année prévoit-on, d'après ce modèle, un montant du marché inférieur à 50 millions d'euros ?

Sujet BAC

108 Tableur **Partie A**

Une dose de médicament est injectée dans le sang par piqûre intraveineuse. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et que sa concentration initiale dans le sang est égale à 85 mg·L^{-1}. On admet que le corps élimine chaque heure 25 % du médicament.
On considère la suite (C_n) où C_n désigne la concentration en mg·L^{-1} de médicament dans le sang n heures après l'injection avec n désignant un entier naturel. On a ainsi $C_0 = 85$ mg·L^{-1}.

1. Calculer C_1 et C_2. Arrondir à 0,01 près. Interpréter ces deux résultats.

2. Montrer que la suite (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

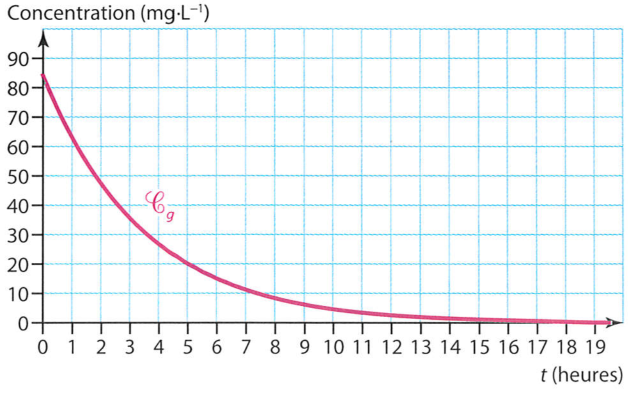
3. Pour calculer à chaque heure la concentration de médicament présente dans le sang, on utilise un tableur. La feuille de calcul est reproduite ci-contre.
Quelle formule, à recopier vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les premières valeurs de la suite (C_n) ?

	A	B
1	n	C_n
2	0	85,00
3	1	
4	2	
5	3	35,86
6	4	26,89
7	5	20,17
8	6	15,13
9	7	11,35
10	8	8,51
11	9	6,38
12	10	4,79

4. Exprimer C_n en fonction de n.
En déduire la concentration de médicament dans le sang au bout de 14 heures. Arrondir à 0,01.

Partie B

Pour avoir des résultats plus précis, on admet que la concentration en mg·L^{-1} de médicament dans le sang t heures après l'injection peut être modélisée par la fonction G définie sur [0 ; 19] par $G(t) = 85 \times 0{,}75^t$.
La courbe représentative de la fonction G est tracée ci-dessous.



1. Par lecture graphique, avec la précision permise par le graphique, déterminer :
a. La concentration de médicament présente dans le sang au bout de 4 heures 30 minutes.
b. Le temps à partir duquel la concentration de médicament dans le sang est inférieure à 50 % de la concentration initiale.

2. Déterminer par le calcul une valeur approchée à 0,1 heure près du temps t_0 à partir duquel la concentration de médicament dans le sang est inférieure à 20 % de la concentration initiale, puis exprimer cette valeur approchée en heures et minutes.

109 On s'intéresse à l'évolution au cours du temps du prix d'un article de consommation courante.
On décide de modéliser l'évolution du prix de cet article, à partir du 1er janvier 2020, par la fonction f définie par :
$$f(x) = 72 \times 1{,}087^x.$$
Ainsi :
- x est le temps écoulé depuis le 1er janvier 2020, l'unité de temps étant l'année.
- $f(x)$ est une estimation du prix de l'article lorsqu'il s'est écoulé un temps x après le 1er janvier 2020.

Par exemple $f(2{,}25)$ est une estimation, avec ce modèle, du prix de l'article le 1er avril 2022.

1. En utilisant ce modèle, estimer le prix en euros, arrondi à l'unité, de l'article le 1er janvier 2021 puis le 1er juillet 2021.

2. En utilisant ce modèle, au cours de quelle année l'article coûtera-t-il plus de 200 € ?
Préciser le mois.

110 Monsieur Économe décide de se constituer une épargne.
Le 1er juillet 2020, il déposera sur un compte rémunéré au taux annuel de 2,5 % la somme de 800 €.
Il veut calculer les montants des capitaux qu'il obtiendra chaque année s'il n'effectue que ce seul versement initial. On note u_n le capital acquis au 1er juillet de l'année $2020 + n$.
Ainsi $u_0 = 800$.

1. Calculer u_1.

2. Déterminer la nature de la suite (u_n) et donner l'expression de u_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

3. Résoudre l'inéquation $800 \times 1{,}025^n \geqslant 1\,000$.

4. En déduire en quelle année le capital acquis dépassera pour la première fois 1 000 €.