

## Pour acquérir les automatismes

### 1 Questions Flash

#### Diaporama

20 diapositives  
pour acquérir  
ses automatismes



lienmini.fr/10445-57

### Moyenne arithmétique de deux nombres

**2** Un élève a obtenu deux notes : 9 et 14. Quelle est la moyenne de ses deux notes ?

**3** Un élève a participé à deux contrôles. Sa première note est 17 et sa moyenne est 15. Quelle est sa seconde note ?

### Trois nombres sont (ou non) les termes consécutifs d'une suite arithmétique

Dans les exercices **4** à **7**, dire si les nombres proposés sont les trois premiers termes d'une suite arithmétique. Si c'est le cas, donner la valeur de la raison r.

**4** 1, 6 et 11.

**6** 12, 4 et -4.

**5** 7, 5 et 1.

**7** 19, 14 et 17.

### Raison d'une suite arithmétique modélisant une évolution

Dans les exercices **8** et **9**, modéliser l'évolution proposée par une suite arithmétique dont on donnera le premier terme  $u_0$  et la raison r.

**8** Dans une pisciculture, un pêcheur met 50 truites dans un étang vide. Il y a 100 naissances par an.

**9** Clara a acheté une télévision au prix 750 €. Son assureur lui annonce que sa télé perd 40 € de sa valeur tous les ans.

### Expression en fonction de n du terme de rang n d'une suite arithmétique

Dans les exercices **10** et **11**, exprimer en fonction de n le terme de rang n de la suite proposée.

**10** ( $u_n$ ) est la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $r = 5$ .

**11** ( $u_n$ ) est la suite arithmétique de premier terme  $u_1 = 6$  et de raison  $r = -8$ .

### Somme des n premiers termes consécutifs d'une suite arithmétique

**12** ( $u_n$ ) est la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 4$  et de raison  $r = 2$ . Calculer  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$ .

**13** ( $u_n$ ) est la suite arithmétique définie par :  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$   
Calculer  $S = \sum_{k=1}^{19} u_k$ .

### Moyenne géométrique de deux nombres

**14** Déterminer la moyenne géométrique des deux nombres 4 et 16.

**15** Le prix d'un vêtement baisse de 15 % la première semaine puis de 10 % la deuxième semaine. Quel est le pourcentage moyen de baisse ?

### Trois nombres sont (ou non) les termes consécutifs d'une suite géométrique

Dans les exercices **16** à **19**, dire si les nombres proposés sont les trois premiers termes d'une suite géométrique. Si c'est le cas, donner la valeur de la raison q.

**16** 7, 14 et 28.

**18** -9, -27 et -81.

**17** 20, -10 et 5.

**19** 1, 0 et 2.

### Raison d'une suite géométrique modélisant une évolution

Dans les exercices **20** et **21**, modéliser l'évolution proposée par une suite géométrique dont on donnera le premier terme  $u_0$  et la raison r.

**20** Un influenceur a 450 000 followers. Tous les mois, il perd 6 % de ses abonnés.

**21** Une entreprise produit 50 000 produits. Tous les ans, elle augmente sa capacité de production de 15 %.

### Expression en fonction de n du terme de rang n d'une suite géométrique

Dans les exercices **22** et **23**, exprimer en fonction de n le terme de rang n de la suite proposée :

**22** ( $u_n$ ) est la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison  $q = 3$ .

**23** ( $u_n$ ) est la suite géométrique de premier terme  $u_1 = 4$  et de raison  $q = 0,5$ .

### Somme des n premiers termes consécutifs d'une suite géométrique

**24** ( $u_n$ ) est la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 4$  et de raison  $q = 2$ . Calculer  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{11}$ .

**25** ( $u_n$ ) est la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 10$  et de raison  $r = 7$ . Calculer  $S = \sum_{k=0}^9 u_k$ .

# Exercices

## Pour commencer

PASTILLE BLANCHE

L'exercice est corrigé  
en fin de manuel

### Expression en fonction de $n$ du terme de rang $n$ (suite arithmétique)

→ Aide Cours 1B p. 16

#### Question de cours

**26**  $(u_n)$  est la suite arithmétique de premier terme  $u_0$  et de raison  $r$ .

1. Exprimer le terme  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et  $r$ .
2. Pour un entier  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**27**  $(u_n)$  est la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 4$  et de raison  $r = 2$ .

1. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et  $r$ .

2. Calculer les termes  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .

3. Pour tout entier  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

4. Donner alors les valeurs de  $u_{10}, u_{17}$  et  $u_{23}$ .

→ Voir Exercice résolu 2 p. 17

**28**  $(u_n)$  est la suite arithmétique de premier terme  $u_1 = 31$  et de raison  $r = -4$ .

1. Pour tout entier naturel  $n \neq 0$ , exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et  $r$ .

2. Calculer les termes  $u_2, u_3$  et  $u_4$ .

3. Pour tout entier  $n \neq 0$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

4. Donner alors les valeurs de  $u_9, u_{18}$  et  $u_{24}$ .

→ Voir Exercice résolu 2 p. 17

**29**  $(u_n)$  est la suite arithmétique de premier terme  $u_1 = -80$  et de raison  $r = 10$ .

1. Pour tout entier naturel  $n \neq 0$ , exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et  $r$ .

2. Calculer les termes  $u_2, u_3$  et  $u_4$ .

3. Pour tout entier  $n \neq 0$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

4. Donner alors les valeurs de  $u_7, u_{10}$  et  $u_{14}$ .

5. Quel est le rang du terme égal à 80 ? Justifier.

### Vrai ou faux

**30** Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.

$(u_n)$  est la suite récurrente définie par :  $u_0 = 4$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n + 8$ .

1.  $(u_n)$  est une suite arithmétique.

2.  $u_1 = 12$ .

3.  $u_4 = 28$ .

4.  $u_{12} = 100$

**31** Mathilde place à la banque un capital de 300 €. Chaque année, son capital augmentera avec un taux à intérêt fixe. Ce taux est égal à 5 % de la somme placée au départ.

1. Calculer les intérêts annuels fixes.

2. On note  $(u_n)$  le capital de Mathilde  $n$  années après avoir déposé son argent à la banque.

Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ? On donnera son premier terme  $u_0$  et sa raison  $r$ .

3. Démontrer que  $u_1 = 315$  et  $u_2 = 330$ , puis calculer  $u_3$ .

4. Pour tout entier  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

5. Au bout de combien d'années le capital de Mathilde aura-t-il doublé ?

### Somme des $n$ premiers termes (suite arithmétique)

→ Aide Cours 1C p. 16

#### Question de cours

**32** Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0$  et de raison  $r$ . Démontrer que  $u_0 + u_1 + \dots + u_7 = 4(u_0 + 7r)$ .

**33** Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = 7 - 3n$ .

1. Calculer  $u_0, u_1$  et  $u_2$ .

2. Démontrer que  $(u_n)$  est une suite arithmétique et déterminer la raison de la suite.

3. Quelle est la valeur du 51<sup>e</sup> terme ?

4. Calculer la somme des 51 premiers termes.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 17

**34** On veut réaliser un forage de 120 m. Le premier mètre coûte 20 €, le 2<sup>e</sup> mètre coûte 25 €, le 3<sup>e</sup> coûte 30 €... ainsi de suite en augmentant de 5 € à chaque nouveau mètre.



1. Combien coûte le 120<sup>e</sup> mètre ?

2. Quel est le coût total du forage ?

**35** Le loyer annuel d'un appartement coûte 6 500 € à l'entrée dans les lieux en 2018. Chaque année, le loyer annuel augmente de 150 €. On modélise le prix des loyers annuels par une suite arithmétique  $(u_n)$ .

On note  $u_0$  le loyer annuel (en euros) payé en 2018. On note  $u_n$  le prix du loyer annuel (en euros) pendant l'année 2018 +  $n$ .

1. Exprimer le terme  $u_n$  en fonction de  $n$ .

2. En déduire la valeur du loyer en 2025.

3. Calculer la somme des 11 premiers loyers.

4. Le couple locataire avait envisagé d'acheter une maison pour un budget de 200 000 € avant de se décider à louer l'appartement. En quelle année la somme des loyers dépassera-t-elle les 200 000 € ?

→ Voir Exercice résolu 3 p. 17

### Expression en fonction de n du terme de rang n (suite géométrique)

→ Aide Cours 2B p. 18

#### Question de cours

- 36** Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_0$  et de raison  $q$ .

1. Exprimer le terme  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  et  $q$ .
2. Pour un entier  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

- 37** La population actuelle augmente de 1 % par an. En 2010, elle était de 6,9 milliards. On note  $u_n$  la population mondiale l'année  $2010 + n$ .

1. Expliquer pourquoi la suite  $(u_n)$  est géométrique. Préciser son premier terme  $u_0$  et sa raison.
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. En supposant que le taux d'accroissement se maintienne, estimer la population mondiale en 2025.
4. À l'aide de la calculatrice, estimer en quelle année les 9 milliards d'habitants seront atteints.

→ Voir Exercice résolu 5 p. 19

### ALGO Compléter un algorithme

En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale de déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de 5,4 % par an au cours des prochaines années.

On modélise l'évolution de la masse totale de ces déchets plastiques, si rien n'est fait pour la réduire, par une suite géométrique  $(u_n)$  de raison 1,054 et de 1<sup>er</sup> terme  $u_0 = 300$ . L'arrondi au centième du terme  $u_n$  représente la masse totale de ces déchets, exprimée en million de tonnes, pour l'année  $(2017 + n)$ .

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. On souhaite déterminer en quelle année la masse totale de ces déchets plastiques aura pour la première fois augmenté de 50 % par rapport à sa valeur de 2017.

- a. Recopier et compléter l'algorithme ci-contre pour que la variable  $N$  contienne la réponse au problème posé.
- b. Que contiennent les variables  $U$  et  $N$  après exécution de cet algorithme ? Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.



→ Voir Exercice résolu 5 p. 19

39

ST12D

ALGO



### Exécuter un algorithme

On décide de modéliser l'évolution de la production mondiale des énergies renouvelables à l'aide d'une suite géométrique de raison 1,026. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la production mondiale des énergies renouvelables, en milliards de TEP (tonnes équivalent pétrole), pendant l'année  $(2015 + n)$ . Ainsi  $(u_n)$  est la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 1,82$  et de raison 1,026.

1. Exprimer le terme général  $u_n$  en fonction de l'entier  $n$ .
2. Déterminer, d'après ce modèle, une estimation de la production mondiale des énergies renouvelables en 2020.
3. Selon l'Agence d'information sur l'énergie des États-Unis d'Amérique (EIA), l'approvisionnement pétrolier mondial a été, en 2016, d'environ 4,84 milliards de tonnes. On donne l'algorithme suivant :
  - a. Exécuter cet algorithme.
  - b. Quelle valeur la variable  $k$  contient-elle ?
  - c. Interpréter, dans le contexte étudié, cette valeur.
  - d. Modifier l'algorithme précédent afin d'afficher le contenu de la variable  $u$ . Interpréter alors la valeur de  $u$ .

→ Voir Exercice résolu 5 p. 19

40

ST1

ALGO



### Programmer un algorithme

On administre à un patient un médicament par voie intraveineuse. La concentration du produit actif est quasi immédiatement maximale après l'injection, puis elle diminue de 3 % par minute. On notera  $C_0$  la concentration à l'instant  $t = 0$  minute et  $C_n$  la concentration en  $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$  au bout de  $n$  minutes. On pose  $C_0 = 1$ .

1. Justifier que la suite  $(C_n)$  est géométrique. Préciser sa raison.
2. Exprimer  $C_n$  en fonction de  $n$ .
3. En résolvant une inéquation, déterminer à partir de quelle valeur de  $n$  la concentration du produit actif aura diminué de moitié.
4. On considère le 1<sup>er</sup> algorithme suivant en langage Python :

```
a. Quelle est la valeur  $k$  affichée à l'issue de l'exécution de cet algorithme ? On arrondira à 0,0001.
```

- b. Quelle interprétation peut-on donner de cette valeur de  $k$  en termes de concentration du médicament ?

5. On considère maintenant l'algorithme ci-contre.
  - a. Expliquer pourquoi cet algorithme exécutera plus de 5 itérations de la boucle « Tant que ».
  - b. Le programmer. Quel résultat l'exécution de cet algorithme permet-elle de retrouver ?

`k=1`

```
for i in range (5):
    i=i+1
    k=0.97*k
    print(k)
```

`k=1`

```
i=0
while k>0.5:
    i=i+1
    k=0.97*k
    print(i)
```

# Exercices

## Pour commencer

### QCM

- 41**  Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.  
Un zoologiste étudie l'évolution de la population d'une espèce animale dans un secteur géographique délimité. Il a observé depuis 2010 que cette population diminue chaque année en moyenne de 5 %.  
Le 1<sup>er</sup> mars 2018, la population compte 2 375 individus. Le zoologiste émet l'hypothèse que cette baisse annuelle de 5 % va se poursuivre jusqu'en 2025.

1. Le nombre d'individus de la population au 1<sup>er</sup> mars 2022 est estimé, à la dizaine près, à :

- a. 1 840      b. 1 930      c. 2 040      d. 2 890

2. Le nombre d'individus au 1<sup>er</sup> mars 2017 était de :

- a. 2 300      b. 2 400      c. 2 500      d. 2 600

3. Le zoologiste souhaite connaître l'année à partir de laquelle la population aura diminué de plus de 25 % par rapport à sa valeur de 2018.

Parmi les quatre algorithmes suivants, celui pour lequel le contenu de la variable  $n$  fournit, après exécution, l'information souhaitée est :

- |  |  |
|--|--|
| a. n=2018<br>v=2375<br>while v>=0.75*v:<br>v=v-0.05*v<br>n=n+1<br>print (n)  | b. n=2018<br>v=2375<br>while v>=0.75*2375:<br>v=0.95*v<br>n=n+1<br>print (n) |
| c. n=2018<br>v=2375<br>while v<=0.75*2375:<br>v=0.95*v<br>n=n+1<br>print (n) | d. u=1.82<br>k=0<br>while u<4.84:<br>u=u*1.026<br>k=k+1<br>print (k)         |

4. L'année à partir de laquelle la population aura diminué de plus de 25 % par rapport à sa valeur de 2018 est :

- a. 2020      b. 2022      c. 2024      d. 2026

→ Voir Exercice résolu 5 p. 19

### Somme des $n$ premiers termes d'une suite géométrique → Aide Cours 2C p. 18

#### Question de cours

- 42** Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_0$  et de raison  $q$  avec  $q \neq 1$ .

$$\text{Démontrer que } u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = u_0 \times \frac{1-q^{11}}{1-q}.$$

- 43** Une horloge sonne toutes les heures, de 1 coup à 1 heure du matin à 24 coups à minuit. Quel est le nombre de sons de cloche entendus en 24 heures ?

**44** Nous avons tous 2 parents, 4 grands-parents, 8 arrières-grands-parents, etc. en supposant que nous appartenons à la génération 1, que nos parents appartiennent à la génération 2, nos grands-parents à la génération 3, etc.

- Combien d'ancêtres figurent à la génération 10 ?
- Si on pouvait remonter jusqu'en l'an 1000 (soit environ à la 40<sup>e</sup> génération), combien y aurait-il d'individus au total sur l'arbre généalogique (de la 1<sup>re</sup> génération c'est-à-dire nous, jusqu'à la 40<sup>e</sup> génération comprise) ? Que penser de ce résultat ?

→ Voir Exercice résolu 6 p. 19

**45** Soit  $(u_n)$  une suite géométrique telle que  $u_0 = 7$  et sa raison est égale à 3.

- Calculer les 3 premiers termes qui suivent  $u_0$ .
- Calculer  $u_9$ .
- Calculer la somme  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_9$ .
- Calculer la somme  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_7$ .

→ Voir Exercice résolu 6 p. 19

### 46 ALGO Python Modifier un algorithme

En décembre 2017, Malik emprunte 5 000 € à ses parents pour acheter une voiture. Il décide de les rembourser le premier jour de chaque mois. Le 1<sup>er</sup> janvier 2018, il effectue un premier versement de 100 €. Pour limiter la durée du prêt, il décide ensuite d'augmenter les versements de 2 % chaque mois.

- Quel montant verse-t-il le 1<sup>er</sup> février 2018 ?
- On modélise la situation par une suite  $u$ . On note  $u_n$  le montant versé le  $n$ ième mois. On a donc  $u_1 = 100$ .
- Justifier que la suite  $u$  est géométrique, préciser sa raison.
- Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- Calculer, à 0,01 près, le montant que Malik versera le 1<sup>er</sup> décembre 2018.
- Malik aura-t-il remboursé un quart de ce qu'il doit à ses parents le 30 décembre 2018 ?
- On considère l'algorithme suivant :

a. Que fait cet algorithme ?  
b. Le modifier et le programmer pour qu'une exécution de cet algorithme permette de remplir le tableau ci-dessous (après l'avoir recopié) avec les premières valeurs successives prises par les variables  $u$  et  $S$ . On arrondira les résultats au centime.

Valeurs de $n$	1	2	3	4
Valeurs de $u$	100			
Valeurs de $S$	100			

- Que représente le nombre inscrit dans la cellule grisée ?
- À l'aide de la formule permettant de calculer la somme des  $n$  premiers termes d'une suite géométrique, vérifier le résultat obtenu.

## Expression en fonction de $n$ du terme de rang $n$ (suite arithmétique)

- 47** Un tableau fournit les valeurs ci-contre :

1. Les nombres  $-6, -3$  et  $0$  sont-ils les trois premiers termes consécutifs d'une suite arithmétique ?

Conjecturer alors la valeur de la raison  $r$  de cette suite et la valeur de son premier terme.

2. Pour tout entier  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
3. Donner alors les valeurs de  $u_5$ ,  $u_{12}$  et  $u_{25}$ .

	A	B
1	$n+1$	$an+1$
2	0	-6
3	1	-3
4	2	0

### 48 ALGO PYTHON Tester un programme

Voici une fonction U en langage Python.

```
u=5
for n in range (10):
    u=u+4
    print (u)
```

1. Définir par récurrence la suite  $(u_n)$  dont cette fonction permet de calculer les termes. On considérera que le premier terme de cette suite est  $u_0$ .

2. Saisir ce programme. Que représentent les résultats affichés ?  
3. Pour tout entier  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
4. En déduire la valeur de  $u_{15}$ .  
5. Modifier ce programme afin de pouvoir vérifier la valeur trouvée pour  $u_{15}$ .

### 49 ALGO PYTHON Écrire un programme

$(u_n)$  est la suite arithmétique de premier terme  $u_1 = 4$  et de raison  $r = 0,5$ .

1. Écrire en Python un programme permettant de calculer  $u_{10}$ ,  $u_{15}$  et  $u_{30}$ .  
2. Après avoir exprimé le terme  $u_n$  en fonction de  $n$ , vérifier par le calcul les résultats obtenus.

**50 STMG** Sofia place un capital initial  $C_0 = 3\,000$  € à un taux annuel de  $6\%$ , les intérêts étant simples, c'est-à-dire que le capital d'une année est égal à celui de l'année précédente augmenté de  $6\%$  du capital initial (les intérêts ne sont pas capitalisés chaque année, comme ce serait le cas pour des intérêts composés).

On note  $C_n$  le capital de Sofia au bout de  $n$  années, capital exprimé en euros.

1. Montrer que, pour tout entier  $n$ ,  $C_{n+1} = C_n + 180$ . Qu'en déduit-on ?  
2. Pour tout entier  $n$ , exprimer  $C_n$  en fonction de  $n$ .  
3. De quel capital Sofia dispose-t-elle au bout de 10 ans ?  
4. Au bout de combien d'années le capital a-t-il doublé ?  
5. Au bout de combien d'années le capital dépasse-t-il 10 000 € ?

## Somme des $n$ premiers termes (suite arithmétique)

- 51 ST2D** Une entreprise, spécialisée dans la confection de chaises, doit fabriquer pour un de ses clients, qui dirige une chaîne d'hôtels, 12 000 chaises.

Elle commence à expédier, au mois de janvier 2020, 600 chaises. Pour répondre à la demande de son client plus rapidement, cette entreprise décide de produire 50 chaises de plus par mois. On note  $p_n$  la quantité de chaises produite le  $n$ ème mois. Ainsi  $p_1 = 600$ .



1. Calculer  $p_2$  et  $p_3$ .
2. Quelle est la nature de la suite  $(p_n)$  ? Préciser le premier terme et la raison de cette suite.
3. Exprimer le nombre de chaises produites le  $n$ ème mois en fonction de  $n$ .
4. En déduire le nombre de chaises produites entre le mois de janvier 2020 et le  $n$ ème mois.
5. En déduire au bout de combien de temps l'entreprise aura terminé la commande de son client.

**52** En ce début d'année, Rémy a pris de bonnes résolutions. Il a décidé d'arrêter de fumer. Il fume 140 cigarettes par semaine et va réduire progressivement sa consommation hebdomadaire de 4 cigarettes chaque semaine.

1. Montrer que cette situation peut être modélisée par une suite arithmétique.
2. On note  $(u_n)$  cette suite. En déterminer le premier terme  $u_0$  et la raison.
3. Combien de cigarettes fume Rémy après 5 semaines d'efforts ?
4. Au bout de combien de semaines Rémy aura-t-il complètement arrêté la cigarette ?
5. Entre le moment où Rémy a décidé de faire des efforts et le moment où il a enfin arrêté de fumer, combien de cigarettes aura-t-il fumé en tout ?

**53** Un nouveau parking souterrain vient d'ouvrir en centre-ville. Le premier jour de son exploitation, on constate une fréquentation de 350 voitures. On prévoit une augmentation du passage dans ce parking de 10 voitures supplémentaires chaque jour.

1. Quelle est la somme totale de voitures passées dans ce parking la première semaine d'exploitation ?
2. Le parking peut accueillir un total de 1 500 voitures. Au bout de combien de jour sera-t-il saturé ?
3. Le coût de stationnement d'une voiture est en moyenne 8 € par jour. Combien la société exploitant ce parking aura-t-elle gagné quand le parking sera à saturation ?

# Exercices

## Pour s'entraîner

**54** On dispose d'un crédit de 414 000 € pour atteindre dans le désert une nappe phréatique. Le coût du forage est fixé à 1 000 € pour le premier mètre creusé, 1 200 € pour le deuxième, 1 400 € pour le troisième et ainsi de suite...

On pose  $u_0 = 1\ 000$ ,  $u_1 = 1\ 200$  et  $u_2 = 1\ 400$ .

- $u_n$  désigne le coût en euros du  $(n + 1)$ -ième mètre creusé.
- De quel type de suite les trois termes  $u_0$ ,  $u_1$  et  $u_2$  semblent-ils être les trois premiers termes consécutifs ?

**2.** Calculer  $u_5$ .

**3.** Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

**4.** En déduire la nature de la suite  $(u_n)$ . La conjecture émise en **1.** est-elle correcte ?

**5.** Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**6.** Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on désigne par  $S_n$  le coût total en euros d'un puits de  $n$  mètres.

**a.** Déterminer le coût total d'un puits de  $n$  mètres en fonction de  $n$ .

**b.** Déterminer la profondeur maximale que l'on peut atteindre avec le crédit de 414 000 €.

## Expression en fonction de $n$ du terme de rang $n$ (suite géométrique)

**55** On s'intéresse au recyclage des emballages ménagers en plastique issus de la collecte sélective (EMPCS). Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016. Cette masse est exprimée en millier de tonnes et arrondie au millier de tonnes.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Masse d'EMPCS recyclés	229	243	250	256	266	282

Source : <http://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr>

**1.** Justifier que le taux d'évolution global de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016, exprimé en pourcentage et arrondi à l'unité, est de 23 %.

**2.** En déduire le taux d'évolution annuel moyen de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016.

**3.** Les nombres 229, 243 et 250 sont-ils les premiers termes d'une suite arithmétique ? géométrique ?

On fait l'hypothèse qu'à partir de 2016, le taux d'évolution annuel de la masse d'EMPCS recyclés est constant et égal à 4,2 %.

La masse d'EMPCS recyclés au cours de l'année  $(2016 + n)$ , exprimée en millier de tonnes, est modélisée par le terme de rang  $n$  d'une suite  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 282$ .

**4.** Justifier que la suite  $(u_n)$  est géométrique. Préciser sa raison.

**5.** Exprimer  $u_n$  en fonction de l'entier  $n$ .

**6.** En déduire une estimation de la masse d'EMPCS recyclés en 2019.

## 56 STL ALGO PYTHON Interpréter un algorithme

Une solution contient initialement 5 millions de bactéries par mL. Toutes les 10 minutes, la concentration en bactéries augmente de 15 %.

**1.** Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $c_n$  la concentration en bactéries en millions par mL au bout de  $n$  dizaines de minutes.

**a.** Quelle est la nature de la suite  $(c_n)$  ? En préciser le premier terme et la raison.

**b.** Vérifier qu'au bout d'une heure et demie, la concentration des bactéries en millions par mL, est égale à 17,6 (valeur arrondie à 0,1).

**c.** En précisant la démarche, déterminer au bout de combien de minutes la concentration en bactéries dépasse 20 millions par mL.

**2.** Les phages sont des virus infectant les bactéries ; ils peuvent donc servir d'agents antibactériens. Le but de l'exercice est d'étudier l'action de phages sur une population de bactéries.



On introduit des phages au bout de 90 minutes. Cette introduction de phages provoque une diminution globale de la concentration en bactéries de 40 % toutes les dix minutes. On souhaite connaître le temps nécessaire pour que la concentration en bactéries devienne inférieure à 10 % de la concentration initiale. Pour ce faire, on utilise l'algorithme ci-dessous.

**a.** Que représentent les valeurs 17,6 et 0,5, figurant dans l'algorithme par rapport à la situation concrète proposée ?

**b.** Quelles sont les valeurs affichées par l'algorithme en sortie ? Comment les interpréter ?

```
C=17.6  
I=0  
while C>0.5:  
    I=I+1  
    C=C*0.6  
print(I)  
print(C)
```

## 57 ALGO PYTHON Lire un algorithme

À partir du 1<sup>er</sup> janvier 2019, Alice a décidé de travailler son endurance à la course à pied.

Pour cela, elle va s'entraîner régulièrement. Tous les mois, elle note ses performances afin d'évaluer ses progrès.

Alice suit l'évolution des distances parcourues. Au mois de janvier 2019, la distance qu'elle est capable de courir en une fois est égale à 10 km et cette distance courue en une fois augmente tous les mois de 6 %.

Pour tout entier naturel  $n$ , on appelle  $d_n$  la distance, en kilomètres, qu'Alice est capable de courir en une fois le  $n$ ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi,  $d_0 = 10$ .

**1.** Justifier que  $d_1 = 10,6$ .

**2.** Quelle est la nature de la suite  $(d_n)$  ? Préciser les éléments caractéristiques de cette suite.

**3.** Exprimer, pour tout entier naturel  $n$ ,  $d_n$  en fonction de  $n$ .

4. Déterminer la distance qu'est capable de courir Alice en une fois au mois de septembre 2019. On donnera la valeur arrondie à 0,1 km.

5. Au bout de combien de mois Alice sera-t-elle capable de courir en une fois 25 km ? Justifier.

## Somme des $n$ premiers termes (suite géométrique)

### 58 STI2D ALGO PYTHON Écrire un programme

Une éolienne est un générateur qui produit du courant électrique à partir de l'énergie cinétique du vent.



Une entreprise européenne fabrique des pales d'éoliennes. Son service de presse a publié un article en janvier 2017 dont voici un extrait : « Une de nos usines, située en Espagne, a produit au total plus de 40 000 pales d'éoliennes de 2001 à 2016. » On dispose également des données suivantes sur la production de l'usine espagnole :

Année	Quantité de pales produites
2001	800
2008	2 002

On examine maintenant une modélisation de la production par la suite géométrique ( $v_n$ ) de premier terme  $v_0 = 800$  et de raison  $q$ .

1. En utilisant les données du tableau, on constate alors que  $v_7 = 2\ 002$ . Déterminer la valeur de la raison  $q$  de cette suite géométrique (donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près).

2. On admet que  $q = 1,14$ . Exprimer alors  $v_n$  en fonction de  $n$ .

3. Calculer  $v_{15}$ . On donnera le résultat arrondi à l'unité.

4. Calculer  $v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$ . On donnera le résultat arrondi à l'unité.

Réaliser un programme en langage Python permettant la réalisation de ce calcul.

5. Peut-on modéliser par la suite ( $v_n$ ) la production, depuis 2001, de pales d'éoliennes de l'usine espagnole ? Justifier la réponse.

59

STMG

En 2019, le maire d'une ville a fait comptabiliser le nombre de mégots ramassés dans la rue principale. Sur l'ensemble de l'année, le nombre de mégots ramassés est de 20 000.

Souhaitant que ce nombre diminue fortement, le maire fait voter en conseil municipal une loi instaurant une amende de 160 € par mégot laissé par terre.

Des statisticiens ont prévu, sur une période de 10 ans, une diminution du nombre de mégots jetés par terre de 15 % par an grâce à cette amende.

Sous cette hypothèse, pour tout entier naturel  $n$ , on appelle  $u_n$  le nombre de mégots jetés par terre pendant l'année 2019 +  $n$ . Ainsi,  $u_0$  est le nombre de mégots jetés par terre en 2019. On a  $u_0 = 20\ 000$ .

1. Justifier par le calcul que  $u_1 = 17\ 000$ . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

2. a. Quelle est la nature de la suite ( $u_n$ ) ? Justifier.

b. Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

c. Calculer le nombre de mégots qui, selon ce modèle, seraient jetés par terre en 2028. Arrondir le résultat à l'unité.

3. Le maire souhaite savoir combien de mégots seraient ramassés par les agents municipaux de 2019 à 2028.

a. Exprimer la somme que le maire doit effectuer pour trouver ce nombre en fonction des termes de la suite ( $u_n$ ).

b. Trouver alors le nombre de mégots ramassés.

60

ALGO

PYTHON

### Exécuter un programme

Une entreprise produisait 30 tonnes de déchets non recyclables en 2015. L'entreprise a voulu diminuer la masse de déchets non recyclables de 3 % par rapport à l'année précédente.

Pour tout entier naturel  $n \geq 0$ , on note  $p_n$  la masse de déchets non recyclables à l'année 2015 +  $n$ .

1. Justifier que ( $p_n$ ) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme  $p_0$  et la raison.

2. Exprimer  $p_n$  en fonction de  $n$ .

3. Quelle sera la masse de déchets non recyclables en 2026 ? On donnera la valeur arrondie au kilogramme.

4. a. Un programme écrit en langage Python est donné ci-dessous :

```
S=30
n=0
while S<=300:
    u=0.97*u
    S=S+u
    n=n+1
print(2015+n)
```

Le saisir. Quelle est la valeur du résultat affiché ?

b. À l'aide de la formule permettant de calculer la somme des  $n$  premiers termes d'une suite géométrique, vérifier le résultat obtenu.

c. Que représente la valeur donnée par Python dans le contexte de l'exercice ?

# Exercices

## Pour faire le point

Tests

S'entraîner  
en ligne



[lienmini.fr/10445-58](http://lienmini.fr/10445-58)

### Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses,  
puis justifier.

Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de raison 3 et telle que  $u_4 = 81$ .

		V	F
61	Le premier terme $u_0$ de la suite $(u_n)$ est : 72.		
62	Le terme de rang $n$ de cette suite en fonction de $n$ est : $u_n = 69 + 3n$ .		
63	$u_{10} = 100$ .		
64	$\sum_{k=0}^{20} u_k = 1\,950$ .		

Soit  $(v_n)$  la suite géométrique de raison  $q = 1,2$  et de premier terme  $v_1 = 6$ .

		V	F
65	La valeur de $v_6$ arrondie au dixième est : 14,9.		
66	Le terme de rang $n$ de cette suite en fonction de $n$ est : $v_n = 6 \times 1,2^n$ .		
67	Au dixième près, la valeur de $v_8$ est : 25,8.		
68	Au centième près, $\sum_{k=1}^{10} v_k = 155,75$ .		

→ Vérifier **les résultats** p. 324

### QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

Une espèce d'oiseaux rares voit sa population diminuer de 3 % chaque année. On recense 300 oiseaux de cette espèce en 2017. On modélise le nombre d'oiseaux de cette espèce en l'année 2017 +  $n$  par une suite  $(u_n)$ . Ainsi  $u_0 = 300$ .

- 69 En 2018, la population sera de :
- a. 291 oiseaux.
  - b. 297 oiseaux.
  - c. 210 oiseaux.
- 70 La suite  $(u_n)$  est :
- a. arithmétique de raison -9.
  - b. géométrique de raison 0,03.
  - c. géométrique de raison 0,97.
- 71 L'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$  est :
- a.  $u_n = 300 + 0,03n$
  - b.  $u_n = 300 \times 0,97^n$
  - c.  $u_n = 300 \times 1,03^n$
- 72 Le terme  $u_{10}$  donne le nombre d'oiseaux en :
- a. 2028
  - b. 2027
  - c. 2026
- 73 À l'unité près, le terme  $u_{10}$  est égal à :
- a. 228
  - b. 221
  - c. 215
- 74 On donne la feuille de tableur ci-contre. La formule à saisir dans la cellule B3 permettant d'afficher, en l'étirant vers le bas, les termes successifs de la suite  $(u_n)$  est :
- a.  $=B2*0,03$
  - b.  $=B2*0,97^A3$
  - c.  $=B2*0,97$

	A	B
1	$n$	$u_n$
2	0	300
3	1	
4	2	

→ Vérifier **les résultats** p. 324

## Pour approfondir

## Exercices

### 75 In English



Antoine, a young French trader, wants to work in the City (London).

He has applied for a job in two companies, has been interviewed, and has finally been offered a job in both companies. Now he has to choose between the two job offers. Conditions of the job offer:

Company	A	B
Start of the contract	01/01/2019	01/01/2019
Monthly salary	£ 4,500	£ 4,200
Each year, on the 1 <sup>st</sup> of January, the monthly salary increases by	£ 60	3 %

- Model the salary of each offer.
- What will Antoine's annual salary be in 2028 if he chooses company A?
- When will Antoine's annual salary reach 60,000 if he chooses company B?
- Antoine plans to stay for eight years in London. Figure out which job offer would be the most interesting for him.

### Vrai ou faux

### 76 COMPÉTENCE S'approprier, raisonner

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 400$  et  $u_{n+1} = 0,4 \times u_n + 12$  et la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_n - 20$ .

- La valeur de  $u_2$  est 80,8.
- La valeur de  $v_1$  est 125.
- La suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique.
- La suite  $(v_n)$  est une suite géométrique.
- Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 20 + 380 \times 0,4^n$ .

### 77 COMPÉTENCE Valider, communiquer

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.

1<sup>er</sup> contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 5 euros par mois jusqu'à la fin du bail.

2<sup>e</sup> contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

1. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.

2. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du dernier mois (c'est-à-dire du 36<sup>e</sup> mois).

3. Quel est le contrat globalement le plus avantageux pour un bail de 3 ans ? (Justifier à l'aide de calculs.)

### QCM

### 78 COMPÉTENCE S'approprier, analyser

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse, puis justifier.

Dans le cadre d'une étude économique, une hypothèse retenue sur l'évolution du montant mensuel brut du SMIC pour 35 heures de travail hebdomadaire est, qu'entre 2017 et 2025, ce montant augmente de 1 % par an. Ce montant mensuel est modélisé par une suite géométrique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 1\ 480,27$  (SMIC brut en euros en 2017, source INSEE).

L'entier  $n$  désigne le rang de l'année (2017 +  $n$ ).

- Pour tout entier naturel  $n$ , une expression de  $u_n$  est :
  - $u_n = 1\ 480,27 \times 1,01^n$
  - $u_n = 1\ 480,27 + 0,01n$
  - $u_n = 1\ 480,27 \times 0,01^n$
  - $u_n = 1\ 480,27 + 1,01n$
- Avec ce modèle, une estimation du montant mensuel brut du SMIC en 2022 est :
  - 1 540,37 €
  - 1 554,28 €
  - 1 555,78 €
  - 1 571,34 €
- On considère l'algorithme suivant :   
 $n=0$   
 $u=1480.27$   
 $while u < 1600:$   
 $n=n+1$   
 $u=u*1.01$   
 $print (n,u)$
- Au centième près, une personne payée au SMIC aura gagné du 1<sup>er</sup> janvier 2017 au 31 décembre 2025 la somme de :
  - 147 180,35 €
  - 128 135,76 €
  - 137 230,45 €
  - 12 265,03 €

### 79 COMPÉTENCE Réaliser, raisonner

Mouna a reçu 80 000 € en héritage. Elle décide de placer cette somme et trouve un placement au taux de 6 %. Mais chaque année, elle doit retirer 4 000 € pour payer les impôts dus à ce placement. On appelle  $C_n$  le capital acquis au bout de  $n$  années de placement.

- Expliquer pourquoi  $(C_n)$  vérifie la relation suivante :  
 $C_{n+1} = 1,06 \times C_n - 4\ 000$ .
- Calculer à la calculatrice les premiers termes de cette suite. Est-elle arithmétique ? géométrique ?
- On considère la suite auxiliaire  $(U_n)$  définie par :  
 $U_n = C_n - 50\ 000$ .
  - Montrer que  $(U_n)$  est une suite géométrique dont on précisera les caractéristiques.
  - Exprimer  $U_n$  puis  $C_n$  en fonction de  $n$ .
  - De quelle somme Mouna disposera-t-elle au bout de 5 ans ?
  - Mouna veut acheter une maison à 180 000 €. Combien d'années devra-t-elle attendre avant de disposer de cette somme ?

## ► Le permis de conduire

**CAPACITÉ** Savoir prendre une décision entre deux propositions en justifiant.

Chloé, âgée de 15 ans au 1<sup>er</sup> janvier 2019, réside dans une agglomération française.

Pour anticiper le financement de son permis de conduire, elle décide de placer sur un produit d'épargne ses 600 euros d'économies à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2019.

### Information 1 : conditions de souscription du livret jeune

- Montant maximum de placement : 1 600 euros.
- Taux d'intérêt annuel de 2,75 % (proposé par sa banque).
- Avoir entre 12 et 25 ans.
- Résider en France.
- Montant minimum à l'ouverture : 10 euros.



### Information 2 : coût moyen du permis de conduire

- La loi impose un minimum de 20 heures de conduite avant de se présenter au permis.
  - Une enquête de la CLCV (Consommation, Logement et Cadre de Vie) menée au printemps 2019 auprès de 665 auto-écoles souligne que ce forfait de 20 heures est facturé du simple au double selon les régions.
  - Par ailleurs, même si le minimum imposé par la loi est de vingt heures de conduite, il en faut plutôt trente en moyenne.
  - Ainsi, en comptant les frais de dossier, il est préférable de prévoir un budget de 1 500 euros.
- Expliquer pourquoi Chloé remplit les conditions permettant de souscrire au livret jeune.
  - On modélise le placement de Chloé par une suite  $(u_n)$  de premier terme  $u_0$  correspondant au placement de Chloé.
    - Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$ . On précisera la valeur de  $u_0$  et de la raison  $q$ .
    - Pour tout entier  $n$ , exprimer le terme  $u_n$  en fonction de  $n$ .
    - Chloé aura-t-elle la somme nécessaire pour passer son permis au 1<sup>er</sup> janvier 2022 ?



En salle informatique



[lienmini.fr/10445-59](http://lienmini.fr/10445-59)

Chloé aura besoin de 1 500 euros pour financer son permis. Ses parents lui conseillent de verser chaque mois sur le livret la somme supplémentaire de 25 euros, à partir du 1<sup>er</sup> février 2019. Ils lui expliquent que le taux annuel du livret jeune correspond à un taux mensuel de 0,226 %. Ses parents lui conseillent d'utiliser un tableau afin de simuler l'évolution de son épargne.

Voici le tableau imaginé par Chloé :

#### Aide pour le tableur :

- dans la colonne A, à partir de la cellule A2 choisir, comme format de cellule, une date ;
  - dans la colonne B, à partir de la cellule B2, choisir, comme format de cellule, un nombre à deux décimales.
1. Quelle formule Chloé doit-elle saisir dans la cellule B3 afin d'obtenir la somme de 626,36 € ?

	A	B
1	Date	Epargne en Euros
2	01/01/19	600,00
3	02/01/19	
4	03/01/19	
5	04/01/19	
6	05/01/19	
7	06/01/19	
8	07/01/19	

2. Déterminer la somme dont Chloé pourrait disposer au 1<sup>er</sup> juillet 2019.

3. Chloé veut déterminer au bout de combien de mois elle aurait l'argent nécessaire pour financer son permis en suivant le conseil de ses parents. À l'aide du tableur, proposer une valeur.

4. Chloé décide de noter  $u_n$  la somme, en euros, disponible le  $n$ ème mois après l'ouverture du livret.

Ainsi  $u_0 = 600$ .

a. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .

b. Chloé décide d'écrire l'algorithme suivant :

Compléter l'algorithme pour que Chloé puisse déterminer le nombre de mois cherché.

c. Programmer cet algorithme en utilisant Python.

d. Au bout de combien de mois Chloé aura-t-elle l'argent nécessaire pour financer son permis si elle suit les conseils de ses parents ?

```
N ← 0
U ← 600
Tant que...
  N ← ...
  U ← ...
Fin Tant que
```

**Énoncé****Automatisme à utiliser****Réponse**

<b>80</b> $(u_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = -2$ . Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ .	Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ dans le cadre d'une suite arithmétique.	$u_n = 4 - 2n$
<b>81</b> $(u_n)$ est la suite géométrique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison $q = -5$ . Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ .	Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ dans le cadre d'une suite géométrique.	$u_n = -3(-5)^n$
<b>82</b> $(u_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $r = -4$ . Calculer $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ .	Calculer la somme de $n$ termes consécutifs d'une suite arithmétique.	$S = \frac{20}{2}(5 - 71) = -660$
<b>83</b> $(u_n)$ est la suite géométrique de premier terme $u_1 = -2$ et de raison $q = -2$ . Calculer $S = \sum_{k=1}^{19} u_k$ .	Calculer la somme de $n$ termes consécutifs d'une suite géométrique.	$S = -2 \times \frac{1 - (-2)^{19}}{1 - (-2)} = -349\,526$

**84**  Initialement, une population de bactéries compte 50 000 individus. Cette population augmente de 23 % toutes les heures, évolution modélisée par une suite  $(u_n)$ .

1. Donner la valeur de  $u_0$ . Calculer  $u_1$  et  $u_2$  (arrondir les valeurs à l'entier le plus proche).
2. a. En déduire que  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 1,23.
- b. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .
3. a. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- b. Calculer  $u_7$  à l'entier près. Que représente ce nombre ?
4. En utilisant la calculatrice, déterminer au bout de combien d'heures la population de bactéries dépassera 500 000.

**Méthode à appliquer****Solution rédigée**

1. On utilise le coefficient multiplicateur : $1 + \frac{23}{100} = 1,23$ qui traduit une hausse de 23 %.	1. $u_0 = 50\,000$ (population de départ) $u_1 = 1,23 \times u_0 = 61\,500$ ; $u_2 = 1,23 \times u_1 = 75\,645$ .
2. a. $\frac{u_1}{u_0} = \frac{u_2}{u_1} = q$ , $u_0$ , $u_1$ et $u_2$ sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q$ . b. $u_{n+1} = q \times u_n$ .	2. a. $\frac{u_1}{u_0} = \frac{61\,500}{50\,000} = 1,23$ et $\frac{u_2}{u_1} = \frac{75\,645}{61\,500} = 1,23$ . $(u_n)$ est géométrique de raison 1,23. b. $u_{n+1} = 1,23 \times u_n$ .
3. a. $u_n = u_0 \times q^n$ . → Voir Exercice résolu 5 p. 19 b. On remplace $n$ par 7. On contextualise la valeur de 7 dans l'énoncé.	3. a. $u_n = 5\,000 \times 1,23^n$ b. $u_7 = 5\,000 \times 1,23^7$ . À l'entier près $u_7 = 212\,964$ . Au bout de 7 heures la population de bactéries compte 212 964 individus.
4. On utilise la formule $u_{n+1} = 1,23u_n$ avec $u_0 = 50\,000$ .	4. $n = 12$ . Au bout de 12 heures, la population aura dépassé 500 000 individus.

# Exercices

Pour l'épreuve du

BAC

## SUJET GUIDÉ **BAC**

85

CAPACITÉS



- Prouver que trois nombres sont (ou ne sont pas) les termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Exprimer en fonction de  $n$  le terme général d'une suite géométrique.
- Calculer la somme des  $n$  premiers termes d'une suite géométrique.

À l'Île de La Réunion, la variété d'ananas la plus cultivée est l'ananas Victoria.

L'exportation de cette variété d'ananas vers la métropole est en plein essor. Une coopérative réunionnaise se consacre exclusivement à l'exportation d'ananas Victoria vers la métropole. Entre 2012 et 2019, la coopérative a augmenté ses exportations de 10,5 % par an. En 2019, les exportations ont atteint 1 100 tonnes.

Le but de cet exercice est d'étudier deux modélisations différentes de l'évolution de la quantité d'ananas Victoria exportés par cette coopérative.

**1.** Dans cette question, on s'intéresse à une première modélisation : on suppose qu'après 2019, les exportations vont continuer à progresser de 10,5 % par an. Ainsi, la situation peut être modélisée par une suite géométrique  $(u_n)$  où pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  est une estimation de la quantité, en tonnes, d'ananas exportés en 2019 +  $n$ . On a :  $u_0 = 1\ 100$ .

**a.** Déterminer la quantité, arrondie à la tonne, d'ananas que la coopérative peut prévoir d'exporter en 2020 puis en 2021.

**b.** Exprimer en fonction de  $n$  le terme de rang  $n$  de cette suite.

**Méthode** On regarde l'indice du premier terme de la suite. Ici, l'indice est 0. On sélectionne alors la formule :  $u_n = u_0 \times q^n$ , où  $q$  est la raison de la suite.

→ Voir **Exercice résolu 5** p. 19

**c.** Donner alors la quantité, arrondie à la tonne, d'ananas que la coopérative peut prévoir d'exporter en 2030 puis en 2035.

**Méthode** On détermine l'entier naturel  $n$  pour lequel  $2025 = 2019 + n$ , puis on remplace  $n$  par la valeur trouvée dans l'expression  $u_n = u_0 \times q^n$ .

→ Voir **Exercice résolu 5** p. 19

- d.** En utilisant un tableau ou un programme, déterminer en quelle année on peut prévoir que la quantité d'ananas exportés par cette coopérative dépassera 2 000 tonnes.
- e.** Déterminer le nombre de tonnes d'ananas qui seront exportées entre 2019 et 2040. On arrondira à la tonne près.

**Méthode** On détermine l'entier naturel  $n$  pour lequel  $2040 = 2019 + n$ , puis on calcule la somme des  $n$  premiers termes de cette suite géométrique :

$$1^{\text{er}} \text{ terme de la somme} \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

→ Voir **Exercice résolu 6** p. 19

- 2.** Dans cette question, l'exportation des ananas est modélisée par la suite  $(v_n)$ , définie par :  $v_0 = 1\ 100$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_{n+1} = 0,7 v_n + 477$  où  $v_n$  est une estimation de la quantité, en tonnes, d'ananas exportés en 2019 +  $n$ .

**a.** Calculer  $v_1$  et  $v_2$ .

**b.** La suite  $(v_n)$  est-elle arithmétique ou géométrique ? Justifier.

**Méthode** On calcule  $v_1 - v_0$  et  $v_2 - v_1$ .

Si  $v_1 - v_0 = v_2 - v_1 = r$ , alors  $(v_n)$  est arithmétique de raison  $r$ . Ou on calcule  $\frac{v_1}{v_0}$  et  $\frac{v_2}{v_1}$ . Si  $\frac{v_1}{v_0} = \frac{v_2}{v_1} = q$  alors  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q$ .

- c.** On considère l'algorithme ci-contre :
- ```
v=1100  
for i in range(3):  
    v=0.7*v+477  
    print(v)
```
- Quelle valeur est affichée par cet algorithme en sortie ? Interpréter ce résultat en termes d'exportation d'ananas.

|   | A   | B     | C     |
|---|-----|-------|-------|
| 1 | $n$ | année | $v_n$ |
| 2 | 0   | 2019  | 1100  |
| 3 | 1   |       |       |
| 4 | 2   |       |       |

- d.** On dispose du tableau de valeurs suivant :
- que faut-il saisir dans la cellule B3 pour afficher 2020 ?
  - que faut-il saisir dans la cellule C3 pour obtenir la valeur de  $v_1$  ?
  - e.** En recopiant les cellules des colonnes A, B et C vers le bas, trouver le nombre de tonnes d'ananas exportés en 2040.
  - f.** En utilisant la fonction somme, déterminer le nombre de tonnes d'ananas qui seront exportées entre 2019 et 2040. On arrondira à la tonne près.
  - 3.** Entre la modélisation proposée à la question **1.** et celle proposée à la question **2.**, laquelle permettra la réalisation du plus gros volume d'exportation entre 2019 et 2040 ?

- 86 ALGO** Créer un programme permettant de réaliser pour tout entier  $n$  non nul :

1. La somme des  $n$  premiers entiers naturels.
2. La somme des carrés des  $n$  premiers entiers naturels.
3. La somme des cubes des  $n$  premiers entiers naturels.
4. La somme des inverses des  $n$  premiers entiers naturels.

- 87** Jules et Léo décident d'acheter le même ordinateur portable. Ils ne disposent pas de la somme nécessaire pour régler immédiatement leur achat. Le vendeur leur propose des facilités de paiement.

En incluant les intérêts, chacun devra verser un acompte et rembourser un total de 2 000 euros (acompte compris) sur une durée de 12 mois selon des modalités à définir. Jules choisit de verser 80 euros au moment de l'achat, puis il rembourse des mensualités fixes de 160 euros chacun des 12 mois suivants.

Léo verse 125 euros à l'achat, puis ses mensualités augmentent à chaque fois de 3 % chacun des 11 mois suivants. Ainsi, sa première mensualité augmentera de 3 % par rapport aux 125 euros initialement versés. Le 12<sup>e</sup> mois, il rembourse la différence entre les 2 000 euros dus et la somme totale qu'il a déjà remboursée.

#### Partie A : Le choix de Jules

On note  $u_0$  la somme versée par Jules à l'achat de l'ordinateur, et  $u_n$  la somme totale remboursée par Jules au bout de  $n$  mois.

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. a. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?

Justifier.

- b. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

#### Partie B : Le choix de Léo

On note  $v_0$  la somme versée par Léo à l'achat de l'ordinateur, et  $v_n$  le montant de la mensualité de Léo le  $n$ ième mois avec  $n$  entier compris entre 1 et 11.

1. Calculer  $v_1$  et  $v_2$ . On arrondira les résultats à l'euro le plus proche.
2. a. Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ? Justifier.
- b. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
3. Quelle somme totale Léo a-t-il remboursée à la fin du 11<sup>e</sup> mois ?
- Quel est le montant de la 12<sup>e</sup> mensualité ?
4. À partir de quel mois les mensualités de Léo sont-elles plus élevées que celles de Jules ?

- 88**



La survie des éléphants d'Afrique est menacée par le braconnage (chasse illégale).

#### Partie A

En l'absence de braconnage, on estime le taux de croissance de la population d'éléphants d'Afrique à 1,5 % par an. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  l'effectif de cette population pour l'année  $2013 + n$  en l'absence de braconnage. La population totale d'éléphants d'Afrique était estimée à 470 000 individus en 2013.

1. a. Calculer le nombre d'éléphants d'Afrique en 2014 en l'absence de braconnage.
- b. Donner la nature de la suite  $(u_n)$  et en préciser le premier terme et la raison.
- c. Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Estimer le nombre d'éléphants d'Afrique en 2028 dans ces conditions.

#### Partie B

1. Actuellement, un éléphant d'Afrique est tué tous les quarts d'heure par le braconnage.

Justifier qu'environ 35 000 éléphants d'Afrique sont tués chaque année par le braconnage. On considérera qu'une année a 365 jours.

2. À l'aide d'un tableur, on a obtenu les résultats suivants, arrondis à 0,1 (les effectifs de la population d'éléphants tiennent compte du braconnage).

| Année                                    | 2013  | 2014  | 2015  | 2016  | 2017  | 2018  |
|------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Effectif<br>(en milliers<br>d'individus) | 470,0 | 442,1 | 413,7 | 384,9 | 355,7 | 326,0 |

| Année                                    | 2019  | 2020  | 2021  | 2022  | 2023  |
|------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Effectif<br>(en milliers<br>d'individus) | 295,9 | 265,3 | 243,3 | 202,9 | 170,9 |

Dans une interview accordée en 2013, le Fonds mondial pour la nature s'alarme : « si l'on ne réagit pas, la population d'éléphants d'Afrique aura baissé de près de 64 % en dix ans ».

Justifier cette affirmation par un calcul.

3. On considère l'algorithme suivant.

- a. Programmer cet algorithme et donner le résultat qui s'affiche.
- b. Comment l'interpréter ?

```

n=2013
u=470000
while u>0:
    n=n+1
    u=u*1.015-35000
print (n)
  
```