

Le numérique avec
Sésamath

MAGNARD

MATHS

Ter

SPÉCIALITÉ

Auteurs

Delphine ARNAUD
Jérémy COUTEAU
Thibault FOURNET-FAYAS
Muriel GOARIN
Hélène GRINGOZ
François GUIADER
Marie HASCOËT
Didier KRIEGER
Christine LADEIRA
Laura MAGANA
Paul MILAN
Eric VERTUEL
Frédéric WEYERMANN

Les auteurs et les éditions MAGNARD remercient vivement :
Les relectrices et relecteurs du manuel pour leurs remarques et leurs suggestions.
L'ensemble des enseignant·e·s pour leur participation aux études menées sur ce manuel.

MAGNARD

Partie 1 ANALYSE

1 Suites et récurrence

■ Pour prendre un bon départ	13
■ Activités	14
■ Cours et exercices résolus	16
1. Raisonnement par récurrence	16
2. Limite d'une suite	18
3. Propriétés des limites	20
4. Limite et comparaison	22
5. Suites géométriques et suites monotones	24
■ Exercices apprendre à démontrer	28
calculs et automatismes	29
d'application	30
d'entraînement	33
bilan	38
préparer le BAC	39
vers le supérieur	42
■ Travaux pratiques	44

2 Limites de fonctions

■ Pour prendre un bon départ	49
■ Activités	50
■ Cours et exercices résolus	52
1. Limite d'une fonction en l'infini	52
2. Limite d'une fonction en une valeur réelle	54
3. Limite des fonctions de référence	56
4. Opérations sur les limites	56
5. Théorème de comparaison	58
6. Limites et fonction composée	58
■ Exercices apprendre à démontrer	62
calculs et automatismes	63
d'application	64
d'entraînement	67
bilan	70
préparer le BAC	71
vers le supérieur	74
■ Travaux pratiques	78

3 Fonctions cosinus et sinus

■ Pour prendre un bon départ	81
■ Activités	82
■ Cours et exercices résolus	84
1. Dérivabilité	84
2. Résolution d'équations et d'inéquations	86
■ Exercices apprendre à démontrer	90
calculs et automatismes	91
d'application	92
d'entraînement	94
bilan	98
préparer le BAC	99
vers le supérieur	102
■ Travaux pratiques	104

4 Continuité

■ Pour prendre un bon départ	109
■ Activités	110
■ Cours et exercices résolus	112
1. Définition et propriétés	112
2. Continuité et dérivation	114
3. Continuité et suite	114
4. Continuité et équation	116
■ Exercices apprendre à démontrer	120
calculs et automatismes	121
d'application	122
d'entraînement	124
bilan	127
préparer le BAC	129
vers le supérieur	132
■ Travaux pratiques	134

5 Dérivation et convexité

■ Pour prendre un bon départ	137
■ Activités	138
■ Cours et exercices résolus	140
1. Composée d'une fonction u par une fonction v	140
2. Dérivée d'une fonction composée	142
3. Convexité d'une fonction	144
4. Fonction convexe et dérivées première et seconde	146
5. Tangente et point d'inflexion	148
■ Exercices apprendre à démontrer	152
calculs et automatismes	153
d'application	154
d'entraînement	158
bilan	160
préparer le BAC	161
vers le supérieur	164
■ Travaux pratiques	166

Fonction logarithme népérien

■ Pour prendre un bon départ	169
■ Activités	170
■ Cours et exercices résolus	172
1. Fonction logarithme népérien, fonction inverse de la fonction exponentielle	172
2. Propriétés algébriques de la fonction \ln	174
3. Étude de la fonction logarithme népérien	176
4. Croissance comparée	178
5. Fonction $\ln(u)$	178
■ Exercices apprendre à démontrer	182
calculs et automatismes	183
d'application	184
d'entraînement	186
bilan	192
préparer le BAC	193
vers le supérieur	196
■ Travaux pratiques	198

Primitives et équations différentielles

■ Pour prendre un bon départ	203
■ Activités	204
■ Cours et exercices résolus	206
1. Équations différentielles et primitives	206
2. Existence et calcul de primitives	208
3. Résolution des équations différentielles	210
■ Exercices apprendre à démontrer	216
calculs et automatismes	217
d'application	218
d'entraînement	222
bilan	225
préparer le BAC	227
vers le supérieur	230
■ Travaux pratiques	234

Calcul intégral

■ Pour prendre un bon départ	239
■ Activités	240
■ Cours et exercices résolus	242
1. Intégrale d'une fonction continue positive	242
2. Intégrale et primitive	244
3. Propriétés	246
4. Valeur moyenne d'une fonction	248
5. Calculs d'aires à l'aide des intégrales	248
■ Exercices apprendre à démontrer	252
calculs et automatismes	253
d'application	254
d'entraînement	258
bilan	262
préparer le BAC	263
vers le supérieur	266
■ Travaux pratiques	270

Vecteurs, droites et plans de l'espace

■ Pour prendre un bon départ	277
■ Activités	278
■ Cours et exercices résolus	280
1. Les vecteurs de l'espace	280
2. Positions relatives de droites et de plans dans l'espace	282
3. Décomposition de vecteurs dans l'espace	284
4. Repérage dans l'espace	286
■ Exercices apprendre à démontrer	290
calculs et automatismes	291
d'application	292
d'entraînement	295
bilan	298
préparer le BAC	299
vers le supérieur	302
■ Travaux pratiques	304

Produit scalaire et plans de l'espace

■ Pour prendre un bon départ	307
■ Activités	308
■ Cours et exercices résolus	310
1. Produit scalaire dans l'espace	310
2. Plans de l'espace	312
■ Exercices apprendre à démontrer	316
calculs et automatismes	317
d'application	318
d'entraînement	322
bilan	324
préparer le BAC	325
vers le supérieur	328
■ Travaux pratiques	332

Dénombrément

■ Pour prendre un bon départ	335
■ Activités	336
■ Cours et exercices résolus	338
1. Définitions	338
2. Dénombrément	340
3. Combinaisons	342
■ Exercices apprendre à démontrer	346
calculs et automatismes	347
d'application	348
d'entraînement	352
bilan	354
préparer le BAC	355
vers le supérieur	358
■ Travaux pratiques	360

Partie 3 PROBABILITÉS

12

Succession d'épreuves indépendantes et loi binomiale



■ Pour prendre un bon départ	365
■ Activités	366
■ Cours et exercices résolus	368
1. Succession d'épreuves indépendantes	368
2. Épreuve, loi et schéma de Bernouilli	370
3. Loi binomiale	372
■ Exercices apprendre à démontrer	380
calculs et automatismes	381
d'application	382
d'entraînement	387
bilan	392
préparer le BAC	393
vers le supérieur	396
■ Travaux pratiques	398

13

Variables aléatoires, concentration et loi des grands nombres



■ Pour prendre un bon départ	403
■ Activités	404
■ Cours et exercices résolus	406
1. Somme de deux variables aléatoires : espérance et variance	406
2. Somme de variables aléatoires identiques et indépendantes	408
3. Concentration et loi des grands nombres	410
■ Exercices apprendre à démontrer	416
calculs et automatismes	417
d'application	418
d'entraînement	424
bilan	428
préparer le BAC	429
vers le supérieur	432
■ Travaux pratiques	434

Dossier BAC

■ Les Maths au lycée	439
■ Le Grand Oral	441
■ Présentation de l'épreuve écrite de Terminale	442
■ Sujets type	444

Dicomaths

■ Lexique	460
■ Rappels de Seconde et de Première	465
■ Formulaire de Terminale	474
■ Formulaire de géométrie	482
■ Logique et raisonnement	483

Corrigés

Les corrigés des exercices dont le numéro est sur fond blanc 1

Tous les pictos pour se repérer dans le manuel

Algo Pour tester un programme avec un ordinateur ou une calculatrice

Algo ✎ Pour compléter un programme ou se référer à son utilisation.

 Pour la programmation en langage Python.

TICE Utilisation de logiciels (tableur, GeoGebra, géométrie dynamique...)

Calculatrice autorisée  Calculatrice non autorisée 

Pour faire le lien entre les maths et les autres disciplines

Histoire des sciences **Histoire des maths**
SVT **Physique** **Chimie** **SES** **EPS**

Pour faire le lien entre les maths et les filières de l'enseignement supérieur

MPSI **Économie** **Sciences**
PCSI **Médical** **Droit**

Programme

Algèbre et géométrie

■ Combinatoire et dénombrement

Contenus

- Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints.
- Principe multiplicatif : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k -uplets (ou k -listes) d'un ensemble à n éléments.
- Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Lien avec les n -uplets de $\{0, 1\}$, les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments, les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de n épreuves de Bernoulli.
- Nombre des k -uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Définition de $n!$ Nombre de permutations d'un ensemble fini à n éléments.
- Combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments : parties à k éléments de l'ensemble. Représentation en termes de mots ou de chemins.
- Pour $0 \leq k \leq n$, formules : $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
- Explication pour $k = 0, 1, 2$. Symétrie. Relation et triangle de Pascal.

Capacités attendues

- Dans le cadre d'un problème de dénombrement, utiliser une représentation adaptée (ensembles, arbres, tableaux, diagrammes) et reconnaître les objets à dénombrer.
- Effectuer des dénominvements simples dans des situations issues de divers domaines scientifiques (informatique, génétique, théorie des jeux, probabilités, etc.).

Démonstrations

- Démonstration par dénombrement de la relation : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.
- Démonstrations de la relation de Pascal (par le calcul, par une méthode combinatoire).

Dans le manuel

11

2 7
3 4 5 6 8

Cours 3
Apprendre
à démontrer

■ Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace

Dans le manuel

9

Contenus

- Vecteurs de l'espace. Translations.
- Combinaisons linéaires de vecteurs de l'espace.
- Droites de l'espace. Vecteurs directeurs d'une droite. Vecteurs colinéaires.
- Caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur.
- Plans de l'espace. Direction d'un plan de l'espace.
- Caractérisation d'un plan de l'espace par un point et un couple de vecteurs non colinéaires.
- Bases et repères de l'espace. Décomposition d'un vecteur sur une base.

Capacités attendues

- Représenter des combinaisons linéaires de vecteurs donnés.
- Exploiter une figure pour exprimer un vecteur comme combinaison linéaire de vecteurs.
- Décrire la position relative de deux droites, d'une droite et d'un plan, de deux plans.
- Lire sur une figure si deux vecteurs d'un plan, trois vecteurs de l'espace, forment une base.
- Lire sur une figure la décomposition d'un vecteur dans une base.
- Étudier géométriquement des problèmes simples de configurations dans l'espace (alignement, colinéarité, parallélisme, coplanarité).

1
5
3 10
6
9 4 9
10 6 7

Dans le manuel

10

■ Orthogonalité et distances dans l'espace

Contenus

- Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace. Bilinéarité, symétrie.
- Orthogonalité de deux vecteurs. Caractérisation par le produit scalaire.
- Base orthonormée, repère orthonormé.
- Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée. Expressions du produit scalaire et de la norme. Expression de la distance entre deux points.
- Développement de $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$, formules de polarisation.
- Orthogonalité de deux droites, d'un plan et d'une droite.
- Vecteur normal à un plan. Étant donnés un point A et un vecteur non nul \vec{n} , plan passant par A et normal à \vec{n} .
- Projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

Capacités attendues

- Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer un angle, une longueur dans l'espace.
- Utiliser la projection orthogonale pour déterminer la distance d'un point à une droite ou à un plan.
- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs et mesures : longueur, angle, aire, volume.
- Étudier des problèmes de configuration dans l'espace : orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan ; lieux géométriques simples, par exemple plan médiateur de deux points.

1 2
4
5
6 7

Apprendre
à démontrer

Démonstration

- Le projeté orthogonal d'un point M sur un plan \mathcal{P} est le point de \mathcal{P} le plus proche de M.

Programme

Algèbre et géométrie

▪ Représentations paramétriques et équations cartésiennes

Contenus

- Représentation paramétrique d'une droite.
- Équation cartésienne d'un plan.

Capacités attendues

- Déterminer une représentation paramétrique d'une droite. Reconnaître une droite donnée par une représentation paramétrique.
 - Déterminer l'équation cartésienne d'un plan dont on connaît un vecteur normal et un point. Reconnaître un plan donné par une équation cartésienne et préciser un vecteur normal à ce plan.
 - Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan donné par une équation cartésienne, ou sur une droite donnée par un point et un vecteur directeur.
 - Dans un cadre géométrique repéré, traduire par un système d'équations linéaires des problèmes de types suivants : décider si trois vecteurs forment une base, déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base, étudier une configuration dans l'espace (alignement, colinéarité, parallélisme, coplanarité, intersection et orthogonalité de droites ou de plans), etc.
- Dans des cas simples, résoudre le système obtenu et interpréter géométriquement les solutions.

Démonstration

- Équation cartésienne du plan normal au vecteur \vec{n} et passant par le point A.

Dans le manuel



Analyse

▪ Suites

Contenus

- La suite (u_n) tend vers $+\infty$ si tout intervalle de la forme $[A ; +\infty[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang. Cas des suites croissantes non majorées. Suite tendant vers $-\infty$.
- La suite (u_n) converge vers le nombre réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang.
- Limites et comparaison. Théorèmes des gendarmes.
- Opérations sur les limites.
- Comportement d'une suite géométrique (q^n) où q est un nombre réel.
- Théorème admis : toute suite croissante majorée (ou décroissante minorée) converge.

Capacités attendues

- Établir la convergence d'une suite, ou sa divergence vers $+\infty$ ou $-\infty$.

Dans le manuel



Démonstrations

- Toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.
- Limite de (q^n) , après démonstration par récurrence de l'inégalité de Bernoulli.
- Divergence vers $+\infty$ d'une suite minorée par une suite divergant vers $+\infty$.
- Limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction exponentielle.

Apprendre à démontrer

Cours 5
Cours 4
2

Exemples d'algorithme

- Recherche de seuils.
- Recherche de valeurs approchées de π , e , $\sqrt{2}$, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\ln(2)$, etc.

• Limites des fonctions

Dans le manuel



Contenus

- Limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$, en $-\infty$, en un point. Asymptote parallèle à un axe de coordonnées.
- Limites faisant intervenir les fonctions de référence étudiées en classe de première : puissances entières, racine carrée, fonction exponentielle.
- Limites et comparaison.
- Opérations sur les limites.

Dans le manuel



Capacités attendues

- Déterminer dans des cas simples la limite d'une suite ou d'une fonction en un point, en $\pm\infty$, en utilisant les limites usuelles, les croissances comparées, les opérations sur les limites, des majorations, minorations ou encadrements, la factorisation du terme prépondérant dans une somme.

3

- Faire le lien entre l'existence d'une asymptote parallèle à un axe et celle de la limite correspondante.

Démonstration

- Croissance comparée de $x \mapsto x^n$ et \exp en $+\infty$.

Apprendre à démontrer

Analyse

■ Compléments sur la dérivation

Dans le manuel

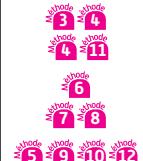
5

Contenus

- Composée de deux fonctions, notation $v \circ u$. Relation $(v \circ u)' = (v' \circ u) \times u'$ pour la dérivée de la composée de deux fonctions dérivables.
- Dérivée seconde d'une fonction.
- Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes, la croissance de f' , la positivité de f'' .
- Point d'inflexion.

Capacités attendues

- Calculer la dérivée d'une fonction donnée par une formule simple mettant en jeu opérations algébriques et composition.
- Calculer la fonction dérivée, déterminer les limites et étudier les variations d'une fonction construite simplement à partir des fonctions de référence.
- Démontrer des inégalités en utilisant la convexité d'une fonction.
- Esquisser l'allure de la courbe représentative d'une fonction f à partir de la donnée de tableaux de variations de f , de f' ou de f'' .
- Lire sur une représentation graphique de f , de f' ou de f'' les intervalles où f est convexe, concave, et les points d'inflexion.



Démonstration

- Si f'' est positive, alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes.

Apprendre à démontrer

■ Continuité des fonctions d'une variable réelle

Dans le manuel

4

Contenus

- Fonction continue en un point (définition par les limites), sur un intervalle. Toute fonction dérivable est continue.
- Image d'une suite convergente par une fonction continue.
- Théorème des valeurs intermédiaires. Cas des fonctions continues strictement monotones.

Capacités attendues

- Étudier les solutions d'une équation du type $f(x) = k$: existence, unicité, encadrement.
- Pour une fonction continue f d'un intervalle dans lui-même, étudier une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.



■ Fonction logarithme

Dans le manuel

6

Contenus

- Fonction logarithme népérien, notée \ln , construite comme réciproque de la fonction exponentielle.
- Propriétés algébriques du logarithme.
- Fonction dérivée du logarithme, variations.
- Limites en 0 et en $+\infty$, courbe représentative. Lien entre les courbes représentatives des fonctions logarithme népérien et exponentielle.
- Croissance comparée du logarithme népérien et de $x \mapsto x^n$ en 0 et en $+\infty$.



Capacités attendues

- Utiliser l'équation fonctionnelle de l'exponentielle ou du logarithme pour transformer une écriture, résoudre une équation, une inéquation.
- Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser les propriétés des fonctions exponentielle et logarithme.

Démonstration

- Calcul de la fonction dérivée de la fonction logarithme népérien, la dérивabilité étant admise.
- Limite en 0 de $x \mapsto x \ln(x)$.

Cours 3
Apprendre à démontrer

■ Fonctions sinus et cosinus

Dans le manuel

3

Contenus

- Fonctions trigonométriques sinus et cosinus : dérivées, variations, courbes représentatives.

Capacités attendues

- Résoudre une équation du type $\cos(x) = a$, une inéquation de la forme $\cos(x) \leq a$ sur $[-\pi ; \pi]$.
- Dans le cadre de la résolution de problème, notamment géométrique, étudier une fonction simple définie à partir de fonctions trigonométriques, pour déterminer des variations, un optimum.



Programme

Analyse

■ Primitives, équations différentielles

Contenus

– Équation différentielle $y' = f$. Notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante.

– Primitives des fonctions de référence : $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$, exponentielle, sinus, cosinus.

– Équation différentielle $y' = ay$, où a est un nombre réel ; allure des courbes. Équation différentielle $y' = ay + b$.

Capacités attendues

– Calculer une primitive en utilisant les primitives de référence et les fonctions de la forme $(v' \circ u) \times u'$.

– Pour une équation différentielle $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) : déterminer une solution particulière constante ; utiliser cette solution pour déterminer toutes les solutions.

– Pour une équation différentielle $y' = ay + f$: à partir de la donnée d'une solution particulière, déterminer toutes les solutions.

Démonstrations

– Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante.

– Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$ où a est un nombre réel.

Dans le manuel

7



Cours 2
Apprendre
à démontrer

■ Calcul intégral

Contenus

– Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment $[a, b]$, comme aire sous la courbe représentative de f . Notation $\int_a^b f(x)dx$.

– Théorème : si f est une fonction continue positive sur $[a, b]$, alors la fonction F_a définie sur $[a, b]$ par $F_a(x) = \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a .

– Sous les hypothèses du théorème, relation $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de f . Notation $[F(x)]_a^b$.

– Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.

– Définition par les primitives de $\int_a^b f(x)dx$ lorsque f est une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle contenant a et b .

– Linéarité, positivité et intégration des inégalités. Relation de Chasles.

– Valeur moyenne d'une fonction.

– Intégration par parties.

Capacités attendues

– Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne.

– Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive, à l'aide d'une intégration par parties.

– Majorer (minorer) une intégrale à partir d'une majoration (minoration) d'une fonction par une autre fonction.

– Calculer l'aire entre deux courbes.

– Étudier une suite d'intégrales, vérifiant éventuellement une relation de récurrence.

– Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d'une autre discipline.

Démonstrations

– Pour une fonction positive croissante f sur $[a, b]$, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f . Pour toute primitive F de f , relation $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

– Intégration par parties.

Dans le manuel

8



Apprendre
à démontrer
Cours 2

Probabilités

■ Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli

Dans le manuel

12

Contenus

- Modèle de la succession d'épreuves indépendantes : la probabilité d'une issue (X_1, \dots, X_n) est égale au produit des probabilités des composantes X_i . Représentation par un produit cartésien, par un arbre.
- Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli.
- Schéma de Bernoulli : répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes.
- Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$: loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux.

Capacités attendues

- Modéliser une situation par une succession d'épreuves indépendantes, ou une succession de deux ou trois épreuves quelconques. Représenter la situation par un arbre. Calculer une probabilité en utilisant l'indépendance, des probabilités conditionnelles, la formule des probabilités totales.
- Modéliser une situation par un schéma de Bernoulli, par une loi binomiale.
- Utiliser l'expression de la loi binomiale pour résoudre un problème de seuil, de comparaison, d'optimisation relatif à des probabilités de nombre de succès.
- Dans le cadre d'une résolution de problème modélisé par une variable binomiale X , calculer numériquement une probabilité du type $P(X = k)$, $P(X \leq k)$, $P(k \leq X \leq k')$, en s'aidant au besoin d'un algorithme ; chercher un intervalle I pour lequel la probabilité $P(X \in I)$ est inférieure à une valeur donnée α , ou supérieure à $1 - \alpha$.

Démonstration

- Expression de la probabilité de k succès dans le schéma de Bernoulli.

Apprendre à démontrer

1



■ Sommes de variables aléatoires

Dans le manuel

13

Contenus

- Somme de deux variables aléatoires. Linéarité de l'espérance : $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ et $E(aX) = aE(X)$.
- Dans le cadre de la succession d'épreuves indépendantes, exemples de variables indépendantes X, Y et relation d'additivité $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$. Relation $V(aX) = a^2V(X)$.
- Application à l'espérance, la variance et l'écart-type de la loi binomiale.
- Échantillon de taille n d'une loi de probabilité : liste (X_1, \dots, X_n) de variables indépendantes identiques suivant cette loi. Espérance, variance, écart-type de la somme $S_n = X_1 + \dots + X_n$ et de la moyenne $M_n = S_n/n$.

Capacités attendues

- Représenter une variable comme somme de variables aléatoires plus simples.
- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire, notamment en utilisant la propriété de linéarité.
- Calculer la variance d'une variable aléatoire, notamment en l'exprimant comme somme de variables aléatoires indépendantes.



Démonstrations

- Espérance et variance de la loi binomiale.

Apprendre à démontrer

2

■ Concentration, loi des grands nombres

Dans le manuel

13

Contenus

- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev. Pour une variable aléatoire X d'espérance μ et de variance V , et quel que soit le réel strictement positif δ : $P(|X - \mu| \geq \delta) \leq \frac{V(X)}{\delta^2}$
- Inégalité de concentration. Si M_n est la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et de variance V , alors pour tout $\delta > 0$, $P(|M_n - \mu| \geq \delta) \leq \frac{V}{n\delta^2}$.
- Loi des grands nombres.

Capacité attendue

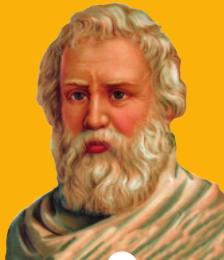
- Appliquer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour définir une taille d'échantillon, en fonction de la précision et du risque choisi.

9



Analyse

Archimède de Syracuse
(287-212 av. J.-C.)



Bonaventure Cavalieri
(1598-1647)



Grégoire de St Vincent
(1584-1667)



Au III^e siècle avant J.-C., Archimède s'intéresse à différents problèmes de mesures : longueur du cercle (problème de rectification), quadrature de la parabole, cubature des solides. Au cours des X^e et XI^e siècles, Ibn al-Haytham énonce les lois de la démarche scientifique et calcule le volume d'un paraboloïde.

↳ **Dicomaths** p. 460

Au XVII^e siècle, Cavalieri invente la méthode de calcul d'aire et de volume portant son nom (ou méthode des indivisibles déjà énoncée par Liu-Hui en 263 pour le calcul du volume d'un cylindre) et très utilisée par la suite par Roberval, Torricelli et Pascal.

↳ **Dicomaths** p. 461

En 1647, Saint-Vincent utilise la méthode d'exhaustion pour résoudre le problème de la quadrature du cercle. À la même époque Fermat, Huygens, Pascal et Barrow montrent que les problèmes des aires et des tangentes sont inverses l'un de l'autre et font le lien entre calcul intégral et dérivation.

↳ **Dicomaths** p. 464

Mon parcours au lycée



Dans les classes précédentes

- J'ai étudié des fonctions de référence (polynomiales, homographiques, exponentielles et trigonométriques), le concept de dérivée et ses applications quant aux variations d'une fonction.



En Terminale générale

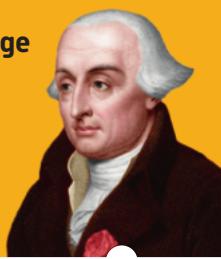
- Je vais étudier le raisonnement par récurrence et approfondir mes connaissances sur les fonctions : limites, continuité, compléments sur la dérivation, la convexité.
- Je vais découvrir la fonction logarithme népérien, le lien entre primitives et intégrales et je vais apprendre à résoudre des équations différentielles.

Gottfried Leibniz
(1646-1716)



Chapitre 1	Suites et récurrence	p. 12
Chapitre 2	Limites de fonctions	p. 48
Chapitre 3	Fonctions cosinus et sinus	p. 80
Chapitre 4	Continuité	p. 108
Chapitre 5	Dérivation et convexité	p. 136
Chapitre 6	Fonction logarithme népérien	p. 168
Chapitre 7	Primitives et équations différentielles	p. 202
Chapitre 8	Calcul intégral	p. 238

Joseph Louis Lagrange
(1736-1813)



Augustin Louis Cauchy
(1789-1857)



Au début du XVIII^e siècle, la querelle entre Newton et Leibniz concernant la découverte du calcul infinitésimal fait rage.

Au milieu du XVIII^e siècle, Clairaut trouve les solutions de certaines équations différentielles, ces résultats seront généralisés par la suite par Lagrange.

↳ **Dicomaths** p. 462

En 1797, Lagrange publie sa *Théorie des fonctions analytiques* dans laquelle il présente le calcul des variations d'Euler et les ajouts effectués par Legendre et lui-même.

↳ **Dicomaths** p. 462

En 1821, Cauchy définit, dans son *Cours d'Analyse*, la notion de limite et propose un cadre plus rigoureux du calcul différentiel. Le théorème de Cauchy-Lipschitz énonce les conditions pour obtenir existence et unicité de solution à la donnée d'une équation différentielle et de conditions initiales.

↳ **Dicomaths** p. 461

Domaines professionnels

- ✓ Un-e **économiste** utilisera la convexité afin de déterminer le moment où il y a accélération d'une production. Il résoudra également des équations différentielles pour étudier la loi de l'offre et de la demande concernant un produit.
- ✓ Un-e **concepteur-trice de manèges à sensations fortes** utilisera dérivation et convexité pour prévoir la vitesse et l'accélération de la cabine en différents endroits du parcours.
- ✓ Un-e **conseiller-ère bancaire** utilisera les suites numériques pour calculer les intérêts d'un prêt, d'une épargne.
- ✓ Un-e **chercheur-se en météorologie** utilisera les équations différentielles pour prévoir le temps sur un certain nombre de jours.
- ✓ Un-e **épidémiologiste** résoudra des équations différentielles ou étudiera certaines suites numériques afin de déterminer l'évolution de certaines maladies.