Exercices calculs et automatismes

18 Avec des factorielles

Simplifier les écritures suivantes.

a) $\dfrac{17!}{15!}$ b) $\dfrac{6!-5!}{5!}$ c) $\dfrac{7!\times 5!}{10!}$

d) $\dfrac{9!}{6!\times 3!}$ e) $\dfrac{16!}{12!5!}$ f) $\dfrac{16!}{(8!)^2}$

19 Autre écriture

À l'aide de la notation factorielle, donner une autre écriture des nombres suivants.

a) $4\times 5\times 6\times 7\times 8\times 9\times 10$ b) $\dfrac{9\times 8\times 7\times 6\times 5}{3\times 2}$

c) $n(n+1)(n+2)$ d) $\dfrac{1}{n(n-1)}$

e) $\dfrac{10 \,\square\, 9 \,\square\, 8 \,\square\, 7}{6 \,\square\, 5 \,\square\, 4}$ f) $\dfrac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{4\times 3\times 2}$

20 Avec des combinaisons

Simplifier les écritures suivantes.

a) $\dbinom{6}{2}$ b) $\dbinom{15}{4}$ c) $\dbinom{7}{3}$

d) $\dfrac{\dbinom{7}{5}}{\dbinom{9}{6}}$ e) $\dfrac{\dbinom{9}{2}}{\dbinom{5}{2}}$ f) $\dfrac{\dbinom{7}{4}}{\dbinom{10}{7}}$

g) $\dfrac{\dbinom{5}{3}\times\dbinom{6}{4}}{\dbinom{9}{3}}$ h) $\dfrac{\dbinom{5}{2}\times\dbinom{6}{3}}{\dbinom{7}{4}}$

21 Développements

Choisir le développement correct.

1. $(a+b)^2 =$

a a^2+b^2 b a^2+ab+b^2
c $a^2+2ab+b^2$ d $2(a+b)$

2. $(a-b)^2 =$

a a^2-b^2 b $a^2-2ab+b^2$
c $a^2+2ab-b^2$ d a^2+b^2

3. $(a-b)(a+b) =$

a $a^2-2ab+b^2$ b a^2+b^2
c a^2-b^2 d $(a-b)^2$

4. $(a+b)^2-(a-b)^2 =$

a $2b^2$ b $4ab$
c $2a^2$ d $2a^2+2b^2$

22 Combinaisons

Dire, pour les exemples suivants, si on utilise ou non les combinaisons pour déterminer toutes les possibilités.

a) On lance deux dés en même temps et on additionne les résultats obtenus.
b) On pioche trois boules dans une urne contenant 25 boules.
c) On distribue cinq cartes à chacun des joueurs autour d'une table.
d) On aligne les lettres de l'alphabet pour fabriquer des mots de sept lettres.
e) On lance un dé, on note son numéro, on le relance et on fabrique ainsi un nombre à deux chiffres.
f) On pioche sept lettres dans le sac de lettres pour jouer au Scrabble®.

23 Représentation graphique

Pour chaque cas, déterminer quelle(s) représentation(s) graphique(s) utiliser.

1. On lance une pièce plusieurs fois de suite.
a arbre b tableau c diagramme

2. On étudie dans une classe les élèves qui portent des lunettes ou non selon leur sexe.
a arbre b tableau c diagramme

3. Dans la population mondiale, on étudie les personnes âgées et, parmi celles-ci, celles qui ont plus de 95 ans.
a arbre b tableau c diagramme

24 Calcul mental

Effectuer mentalement les calculs suivants.

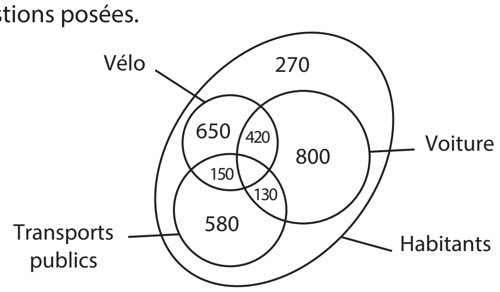
a) $5\times 6\times 7$ **b)** $8\times 7\times 6\times 5$

c) $\dfrac{9\times 8\times 7\times 6}{4\times 3\times 2}$ **d)** $\dfrac{12\times 11\times 10\times 9}{6\times 5\times 4\times 3\times 2}$

e) $\displaystyle\sum_{k=0}^{10}(k+1)$ **f)** $\displaystyle\sum_{k=2}^{5}k^2$

25 Lecture graphique

On a étudié les modes de transport utilisés par les habitants d'une ville. À l'aide du diagramme suivant répondre aux questions posées.



1. Combien d'habitants y a-t-il dans cette ville ?
2. Combien d'habitants prennent le vélo ou les transports ?
3. Combien d'habitants ne prennent que la voiture ?

Exercices d'application

Déterminer des ensembles

Méthode 1 p. 339

26 Combien y a-t-il de sous-ensembles à 3 éléments de l'ensemble $E = \{a ; b ; c ; d ; e ; f\}$?
Écrire tous ces sous-ensembles.

27 On considère les deux ensembles suivants :
$M = \{m ; a ; g ; n ; r ; d\}$ et $S = \{s ; e ; a ; m ; t ; h\}$.
Déterminer les ensembles suivants.
a) $M \cup S$ **b)** $M \cap S$

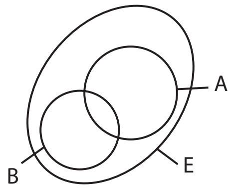
28 On considère l'ensemble C des chiffres de 0 à 9 et l'ensemble L composé des deux lettres m et s.
1. Déterminer tous les sous-ensembles de C comportant 2 éléments.
2. Déterminer l'ensemble $C \times L$.

Utiliser un diagramme

Méthode 2 p. 339

29 Un centre accueille 100 adolescents pour un séjour sportif. Parmi eux, 60 sont venus pour un stage d'escalade, 45 pour un stage d'équitation et 18 pour pratiquer ces deux sports.
1. Représenter les données par un diagramme.
2. Combien d'adolescents vont pratiquer l'escalade ?
3. Combien d'adolescents vont pratiquer l'équitation ?

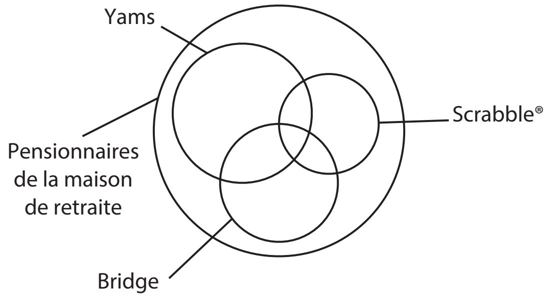
30 Dans un ensemble E, on considère les deux parties A et B incluses dans E.



1. Recopier le diagramme et colorier les éléments de E qui appartiennent à A mais pas B.
2. Recopier le diagramme et colorier les éléments de E qui appartiennent à B mais pas A.
3. Recopier le diagramme et colorier les éléments de E qui n'appartiennent pas à A.

31 Dans un tournoi de bridge comportant 320 paires de joueurs, 90 paires sont composées uniquement d'hommes et 60 paires uniquement de femmes.
1. Représenter la situation par un diagramme.
2. Déterminer le nombre de paires composées d'un joueur et d'une joueuse.
3. Compléter le diagramme pour vérifier la cohérence des résultats.

32 Dans une maison de retraite, 100 personnes âgées jouent à différents jeux de société. 34 préfèrent le Scrabble®, 21 le bridge et 26 le yams. Par ailleurs, 10 jouent au bridge et au yams, 9 jouent au yams et au Scrabble® et 12 jouent au bridge et au Scrabble®. Sans oublier les 4 personnes qui jouent à tous les jeux.
1. Recopier et compléter le diagramme suivant.



2. En déduire le nombre de personnes qui ne jouent à aucun de ces jeux.
3. Déterminer le nombre de personnes qui ne jouent qu'à un seul jeu.
4. Déterminer le nombre de personnes qui jouent exactement à deux jeux.

Tirages successifs avec remise

Méthode 3 p. 341

33 À l'issue d'un concours inter-lycées, les 15 représentants d'une équipe et les 12 d'une autre se serrent la main.
Combien de poignées de mains ont été échangées ?

34 Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions.
Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles.
Combien y a-t-il de façons de répondre à ce QCM ?

35 En 1961, Raymond Queneau a écrit une œuvre majeure de la littérature combinatoire intitulée *Cent mille milliards de poèmes*. L'ouvrage est composé de 10 pages découpées horizontalement. Chaque page est ainsi formée de 14 bandes de papier contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages, puis le deuxième vers de l'une des 10 pages, et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers.
Justifier le titre de l'ouvrage. Français

36 En informatique, on utilise le système binaire pour coder les caractères. Un bit (*binary digit* : chiffre binaire) est un élément qui prend la valeur 0 ou la valeur 1. Un octet est composé de 8 bits.
Combien de caractères un octet peut-il coder ?

37 Combien de numéros de téléphone à 10 chiffres peut-on former ?

Tirages successifs sans remise

Méthode 3 p. 341

38 Dans une compétition sportive, on attribue une médaille d'or, une médaille d'argent et une médaille de bronze aux trois premiers arrivés.
Sachant qu'au départ, il y a 38 athlètes, combien de distributions possibles de médailles y a-t-il ?

39 Cinq élèves se mettent en rang.
Combien de manières y a-t-il de les disposer les uns derrière les autres ?

40 Un groupe de 35 élèves de terminale doivent constituer un bureau de l'association « Interact ». Ce bureau est constitué d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.
Combien de bureaux possibles y a-t-il ?

41 Combien d'anagrammes du mot MATH existe-t-il ?

42 Sept amis, quatre garçons et trois filles, se rendent à un concert. Ils s'assoient les uns à côté des autres dans la même rangée.
1. Quel est le nombre de dispositions possibles ?
2. Combien y en a-t-il avec les garçons d'un côté et les filles de l'autre ?
3. Combien y en a-t-il avec les filles et les garçons intercalés ?

43 Combien y a-t-il de nombres de trois chiffres dans lesquels un chiffre est répété deux fois ?

44 Dans une course de chevaux de 23 partants, combien d'arrivées possibles y a-t-il : au tiercé dans l'ordre ? au quinté dans l'ordre ?

45 **1.** Dénombrer les anagrammes du mot MATRICE.
2. Combien y en a-t-il qui commencent et finissent par une consonne ?
3. Combien y en a-t-il qui commencent et finissent par une voyelle ?
4. Combien y en a-t-il qui commencent par une consonne et finissent par une voyelle ?
5. Combien y en a-t-il qui commencent par une voyelle et finissent par une consonne ?

46 Un jeu fonctionne de la façon suivante : on creuse six trous, on attribue la valeur 500 à l'un d'entre eux, à deux autres la valeur 200 et aux trois derniers la valeur 100. On prend trois boules de couleurs différentes et on vise les trous. Chaque boule peut ou non tomber dans un trou (il ne peut pas y avoir plus d'une boule dans un trou). Quand on a lancé les trois boules, on totalise les points obtenus.
1. Quels sont les résultats possibles ?
2. Déterminer de combien de façons on peut obtenir chacun de ces résultats.

47 On découpe un rectangle en six cases carrées comportant les lettres A, B, C, D, E et F comme sur la figure ci-dessous.

A	B	C
D	E	F

On dispose également de six plaques carrées, de même taille que les cases et comportant également les six lettres A, B, C, D, E et F.
1. On place les plaques sur les cases à raison d'une seule par case.
a) Combien de positions possibles y a-t-il uniquement pour la disposition des plaques ?
b) Combien de positions possibles y a-t-il pour la disposition et la correspondance avec les lettres du rectangle ?
2. On dispose les plaques en coïncidence avec les lettres du rectangle et on colorie en bleu le périmètre ainsi obtenu, puis on mélange les plaques.
De combien de façons peut-on reconstituer un rectangle avec les plaques de telle sorte que son périmètre soit bleu ?

48 Le jeu de la grenouille est constitué de 14 trous. On doit lancer, d'une distance de 5 à 6 mètres, 8 palets, un par un, dans ces trous pour obtenir un certain nombre de points. La gueule de la grenouille rapporte 2 000 points, le tourniquet 1 000 points, les deux trous sous les ponts rapportent chacun 200 points, les deux trous avec les trappes rapportent 500 points et les autres trous rapportent 10 ; 20 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ou 90 points.
1. Quel est le nombre total de points que l'on peut obtenir ?
2. Déterminer de combien de façons chacun d'entre eux peut être obtenu .

Exercices d'application

Représentations

Méthode 4 p. 341 Méthode 7 p. 344

49 Un restaurant propose à ses clients un menu qui se compose d'une entrée à choisir parmi trois entrées, un plat principal à choisir parmi quatre plats possibles et d'un dessert à choisir parmi trois desserts possibles.

1. Représenter par un arbre toutes les possibilités de menus.
2. Déterminer le nombre de menus différents que peut composer un client.

50 Une usine fabrique des skis de piste. Sur les 1 000 paires de skis fabriquées, 150 présentent un défaut de carre et 40 présentent un défaut de fixation. De plus, le sérieux de l'usine montre qu'en général 820 paires n'ont aucun des deux défauts.
1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Défaut de carre	Pas de défaut de carre	Total
Défaut de fixation			
Pas de défaut de fixation			
Total			

2. En déduire le nombre de paires de skis qui ne présentent qu'un seul et unique défaut.
3. En déduire le nombre de paires de skis présentant les deux défauts.

51 Dans une urne, on a placé des jetons avec lettres suivantes : S, E, A, M, T et H.
On tire un jeton de l'urne et on note la lettre obtenue, puis on en tire un deuxième et on place la lettre à droite de la première, et on recommence une troisième fois de la même façon.
1. Représenter la situation par un arbre.
2. Combien de mots de 3 lettres ayant un sens ou non peut-on ainsi former ?
3. Combien de mots ne comportant que des consonnes peut-on former ?

52 Dans un club de natation, les nageurs ont le choix entre trois nages : le crawl, la brasse ou le dos, mais ne peuvent en pratiquer qu'une seule.
Parmi les 250 membres du club, il y a 160 filles et le reste de garçons. 60 filles préfèrent nager le dos, alors que, parmi les garçons, 10 préfèrent la brasse et 70 le crawl.
Le crawl est la nage préférée par 120 des nageurs (ou nageuses) du club.
1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Crawl	Brasse	Dos	Total
Filles				
Garçons				
Total				

2. Combien de filles du club nagent la brasse ?

Tirages simultanés

Méthode 5 et Méthode 6 p. 343

53 Une grille de loto comporte 49 numéros. Pour jouer, on doit choisir 6 numéros.
De combien de manières peut-on remplir une grille ?

54 On cherche à constituer un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes.
1. Combien de façons y a-t-il de constituer ce groupe ?
2. Combien y en a-t-il ne comportant que des hommes ?
3. Combien y en a-t-il ne comportant que des personnes de même sexe ?
4. Combien y en a-t-il comportant au moins une femme et au moins un homme ?

55 Une urne contient 8 boules blanches et 7 boules noires. On extrait simultanément 2 boules de cette urne. En imaginant les boules numérotées pour les différencier, déterminer :
a) le nombre de tirages de 2 boules.
b) le nombre de tirages bicolores.
c) le nombre de tirages de 2 boules blanches.

56 Yann et Assia font partie d'un club d'échecs de 20 personnes. On doit former un groupe de 6 d'entre elles pour représenter le club lors d'un tournoi.
1. Combien de groupes de 6 personnes peut-on constituer ?
2. Dans combien de groupes peut figurer Yann ?
3. Yann et Assia ne pouvant pas être ensemble, combien de groupes peut-on alors former ?

57 Un capitaine de tennis dispose de cinq joueuses. Pour faire une équipe de double, il doit choisir deux d'entre elles.
1. Combien d'équipes de double peut-il former avec ses cinq joueuses ?
2. Parmi ses joueuses il y en a une qui est indispensable, combien d'équipes peut-il alors former ?

58 Lors d'une compétition de jeux vidéo en ligne, on compte 12 joueurs professionnels parmi les 30 participants. On désire réaliser un sondage sur les habitudes de jeux : pour cela on choisit un échantillon de 4 personnes parmi les participants.
1. Combien d'échantillons différents y a-t-il ?
2. Combien d'échantillons y a-t-il ne contenant aucun joueur professionnel ?
3. Combien d'échantillons y a-t-il contenant au moins un joueur professionnel ?

59 Au jeu du 421, on jette trois dés simultanément. Le but est de réaliser des combinaisons qui rapportent un certain nombre de points.
1. De combien de façons peut-on obtenir le plus grand score avec un 421 ?
2. De combien de façons peut-on obtenir le plus petit score avec un 221, appelé nénette ?
3. De combien de façons peut-on obtenir un brelan, où les trois dés sont identiques ?

60 Dans un jeu de Scrabble®, la répartition des 102 lettres est la suivante.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
9	2	2	3	15	2	2	2	8
J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	1	5	3	6	6	2	1	6
S	T	U	V	W	X	Y	Z	Joker
6	6	6	2	1	1	1	1	2

Chaque joueur tire 7 lettres simultanément qu'il dispose sur son chevalet.
1. Combien de tirages peut-on obtenir comprenant 3 voyelles et 4 consonnes ?
2. Combien de tirages existe-t-il comprenant seulement des consonnes et un joker ?
3. Combien de tirages existe-t-il comprenant deux lettres E et des consonnes ?
4. Combien de tirages existe-t-il permettant d'écrire le mot TIRAGES ?

Utiliser les dénombrements

Méthode 8 p. 345

61 On lance cinq dés distincts A, B, C, D et E ayant chacun six faces numérotées de 1 à 6.
1. Dénombrer tous les résultats possibles.
2. Dénombrer les résultats ayant un 1 sur trois faces.
3. Dénombrer les résultats ne comportant aucune face numérotée 1.
4. En déduire les résultats ayant au moins une face numérotée 1.
5. Dénombrer les résultats comportant exactement un seul 1 sur une face d'un des dés.

62 On dispose de huit boules dans un sac : trois noires, deux rouges et trois vertes.
1. On tire simultanément trois boules du sac.
a) Combien de tirages possibles existe-t-il ?
b) Combien de tirages comportent exactement deux boules noires ?
c) Combien de tirages comportent au moins une boule noire ?
2. On tire simultanément deux boules du sac.
Combien de tirages comportent deux boules de la même couleur ?

63 Une boîte contient six jetons blancs numérotés de 1 à 6 et trois jetons noirs numérotés de 7 à 9.
On tire trois jetons sans remise de la boîte.
1. Combien d'ensembles différents de trois jetons peut-on former ?
2. Combien de nombres différents de trois chiffres peut-on former ?
3. Combien d'ensembles différents de trois jetons dont deux sont blancs et un est noir peut-on former ?

64 On a placé dans une urne opaque cinq jetons noirs, trois jetons blancs et un jeton rouge, indiscernables au toucher.
1. On tire un jeton de l'urne, on le remet et on en tire un second.
a) Combien de tirages possibles y a-t-il ?
b) Combien de tirages y a-t-il comportant le jeton rouge ?
c) Combien de tirages y a-t-il ne comportant que des jetons blancs ?
2. On tire 1 jeton de l'urne, puis un second sans remettre le premier.
a) Combien de tirages possibles y a-t-il ?
b) Combien de tirages y a-t-il comportant le jeton rouge ?
c) Combien de tirages y a-t-il ne comportant que des jetons blancs ?
3. On tire les 2 jetons simultanément dans l'urne.
a) Combien de tirages possibles y a-t-il ?
b) Combien de tirages y a-t-il comportant le jeton rouge ?
c) Combien de tirages y a-t-il ne comportant que des jetons blancs ?

Exercices d'entraînement

Représentations

65 On jette un dé à six faces, trois fois de suite et on note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure.
1. Représenter la situation par un arbre.
2. Combien de résultats possibles y a-t-il ?
3. Combien de résultats y a-t-il comportant 3 chiffres identiques ?
4. Combien de résultats y a-t-il comportant 3 chiffres distincts deux à deux ?
5. Combien de résultats y a-t-il comportant exactement 2 chiffres identiques ?

66 Dans un groupe de 1 000 personnes, on constate que 179 d'entre elles ont un groupe sanguin avec un rhésus négatif. De plus, parmi ces personnes, 33 sont du groupe AB et 74 du groupe B. Le groupe O est représenté avec 350 personnes de rhésus positif et 90 de rhésus négatif. Le rhésus négatif se trouve chez 12 personnes du groupe B et 5 personnes du groupe AB. Enfin l'effectif le plus courant correspond aux 381 personnes de groupe A et de rhésus positif.
1. Représenter la situation par un tableau à double entrée.
2. Combien de personnes sont du groupe AB et de rhésus positif ?
3. Combien de personnes sont de groupe A ou de rhésus positif ?

67 Un quartier résidentiel vient de sortir de terre et il comporte 335 appartements. Parmi ceux-ci, on compte 155 appartements qui comportent une cave dont 55 comportent également un garage. 20 appartements seulement ne comportent ni cave, ni garage.
1. Représenter la situation par un diagramme.
2. Combien d'appartements comportent un garage mais n'ont pas de cave ?
3. Combien d'appartements comportent une cave ou un garage ?

Dénombrer dans différents cas

68 Sept équipes s'affrontent lors d'un tournoi sportif. Chaque équipe doit rencontrer une fois et une seule toutes les autres.
Combien de matchs doit-on organiser ?

69 Le jeu de Master Mind® se joue à deux joueurs. L'un dispose cinq pions dans cinq trous, les pions étant choisis parmi 8 couleurs. L'autre joueur doit deviner la disposition choisie par l'autre.
1. Combien de dispositions peut-on constituer ?
2. Le constructeur annonce 59 049 combinaisons possibles. Vérifier qu'en autorisant des trous vides cette annonce est correcte.

70 Combien d'anagrammes peut-on former avec les lettres du mot TABLE ?

71 Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).
1. On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, en remettant le jeton tiré à chaque fois.
Combien de possibilités y a-t-il d'obtenir :
a) uniquement 3 jetons verts ?
b) aucun jeton vert ?
c) au plus 2 jetons verts ?
d) exactement 1 jeton vert ?
2. Cette fois-ci, on ne remet pas le jeton tiré.
Répondre aux quatre mêmes questions.
3. Enfin, on tire les 3 jetons simultanément.
Répondre aux quatre mêmes questions.

72 Un candidat à un examen connaît quatre questions d'histoire sur les dix possibles et sept questions de géographie sur les onze possibles. Un examinateur lui pose une question d'histoire et une question de géographie.
1. Combien de choix possibles a-t-il ?
2. Dans combien de cas le candidat connaît-il les deux questions ?
3. Dans combien de cas le candidat connaît-il seulement la question d'histoire ?
4. Dans combien de cas le candidat connaît-il seulement la question de géographie ?
5. Dans combien de cas le candidat ne connaît-il aucune des deux questions ?

73 Un jeu de 32 cartes est formé des cartes 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as dans chacune des quatre couleurs trèfle, carreau, cœur et pique.
1. Combien de mains de 5 cartes peut-on former avec un jeu de 32 cartes ?
2. Combien de mains de 5 cartes contiennent :
a) exactement un roi, une dame et deux valets ?
b) l'as de pique et au moins deux trèfles ?
c) exactement un roi et deux carreaux ?

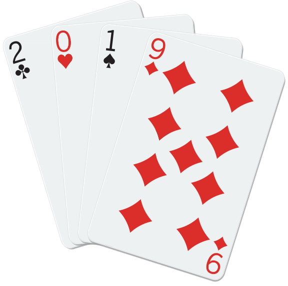
Coup de pouce Penser au cas du roi de carreau.

d) exactement trois cartes de couleur noire ?

74 Au poker, on distribue des mains de 5 cartes.
Combien y a-t-il de mains contenant :
a) un carré ? **b)** une paire ?
c) deux paires distinctes ?
d) un full (trois cartes de même valeur et deux autres de même valeur) ?
e) un brelan (trois cartes de même valeur, sans full, ni carré) ?

75 Dans un jeu de 52 cartes, on tire cinq cartes simultanément.
1. Combien de tirages y a-t-il comportant exactement cinq piques ?
2. Combien de tirages y a-t-il comportant exactement deux trèfles ?
3. Combien de tirages y a-t-il comportant exactement deux As et trois cœurs ?

76 À partir d'un jeu de 32 cartes, on veut obtenir une main de 4 cartes comportant exactement deux cœurs.



1. Tirage simultané : on tire les 4 cartes simultanément dans le jeu.
Combien de tirages possibles y a-t-il ?
2. Tirages successifs sans remise : on tire les cartes l'une après l'autre sans remettre la carte tirée dans le jeu.
Combien de tirages possibles y a-t-il ?
3. Tirages successifs avec remise : on tire les cartes l'une après l'autre en remettant la carte tirée dans le jeu.
Combien de tirages possibles y a-t-il ?

Démonstrations

Démo

77 Démontrer l'égalité suivante :

$$n \times \binom{n-1}{p-1} = p \times \binom{n}{p}.$$

78 Démontrer l'égalité suivante :

$$(n-p) \times \binom{n}{p} = (p+1) \times \binom{n}{p+1}.$$

79 Démontrer l'égalité suivante :

$$\binom{n}{2} - \binom{n-p}{2} - \binom{n-q}{2} + \binom{n-p-q}{2} = pq.$$

80 **1.** En utilisant deux fois la relation de Pascal, démontrer la relation suivante :

$$\binom{n}{p} = \binom{n-2}{p} + 2\binom{n-2}{p-1} + \binom{n-2}{p-2}$$

2. De même, en utilisant plusieurs fois la relation de Pascal, démontrer l'égalité suivante :

$$\binom{n}{p} = \binom{n-3}{p} + 3\binom{n-3}{p-1} + 3\binom{n-3}{p-2} + \binom{n-3}{p-3}$$

Algorithmes

Algo

81 **1.** Vérifier que l'algorithme ci-dessous donne les permutations d'un ensemble et expliquer quels sont les deux cas étudiés ici.

```
def permutliste(seq, er=False):
   p = [seq]
   n = len(seq)
   for k in range(0,n-1):
      for i in range(0,len(p)):
         z = p[i][:]
         for c in range(0,n-k-1):
            z.append(z.pop(k))
            if er==False or (z not in
                                      p):
               p.append(z[:])
   return p
def permutchaine(ch, er=False):
   return[' '.join(z) for z in
permutliste(list(ch), er)]
```

2. On considère un ensemble à 4 éléments : 1, 2, 3 et 4.
a) Donner la liste de toutes les permutations possibles.
b) Faire tourner l'algorithme précédent pour vérifier les résultats obtenus.

PYTHON
Permutations d'un ensemble
lienmini.fr/maths-s11-09

82 **1.** Vérifier que l'algorithme ci-dessous donne les parties d'un ensemble et expliquer quels sont les deux cas étudiés ici.

```
def partiesliste(seq):
   p = []
   i, imax = 0, 2**len(seq)-1
   while i <= imax:
      s = []
      j, jmax = 0, len(seq)-1
      while j <= jmax:
         if (i>>j)&1 == 1:
            s.append(seq[j])
         j += 1
      p.append(s)
      i += 1
   return p
def partieschaine(ch):
   return[' '.join(z) for z in
partiesliste(list(ch))]
```

2. On considère un ensemble à 4 éléments : 1, 2, 3 et 4.
a) Donner la liste de toutes les parties possibles.
b) Faire tourner l'algorithme précédent pour vérifier les résultats obtenus.

PYTHON
Parties d'un ensemble
lienmini.fr/maths-s11-10

Travailler le Grand Oral

83 Oral Combien y a-t-il de zéros à la fin de $n!$?

84 Oral À quoi sert l'étude des nombres premiers ?

85 Sondage

Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants : 50 personnes consomment régulièrement du café, 80 personnes préfèrent le thé et 35 personnes boivent du thé et consomment du café régulièrement.

1. Représenter les résultats de ce sondage dans un tableau à double entrée.

2. Combien de personnes boivent du thé mais ne consomment pas de café ?

3. Combien de personnes consomment du café mais ne boivent pas de thé ?

4. Combien de personnes ne boivent pas de thé et ne consomment pas de café ?

5. Combien de personnes boivent du thé ou consomment du café ?

86 Prévention

Une campagne de prévention routière s'intéresse à l'état des pneus et des amortisseurs. Sur les 300 véhicules examinés, 120 présentent une usure des pneus, 100 présentent une usure des amortisseurs et 60 véhicules présentent les deux types de défauts.

1. Représenter les données par un diagramme.

2. Combien de véhicules présentent une usure des pneus mais pas des amortisseurs ?

3. Combien de véhicules présentent une usure des amortisseurs mais pas des pneus ?

4. Combien de véhicules ne présentent aucun défaut ?

5. Combien de véhicules présentent au moins un des deux défauts ?

87 Des animaux

Une pension animalière a recensé ses 2 000 clients selon qu'ils sont propriétaires de chiens et/ou de chats. 300 possèdent les deux espèces, 1 160 ont un chien et 840 n'en ont pas.

1. Représenter les données par un diagramme.

2. Combien de clients ont un chien mais pas de chat ?

3. Combien de clients ont un chat mais pas de chien ?

88 Histoire de dés

On joue avec deux dés. Le dé n° 1 est cubique et ses six faces sont numérotées de 1 à 6. Le dé n° 2 est tétraédrique et ses faces sont notées A, B, C et D. On lance les deux dés en même temps.

Combien de résultats possibles y a-t-il ?

89 Alphabet

L'alphabet grec est composé de 24 lettres permettant d'écrire des mots. Un mot est une liste de caractères distincts ou non, ayant un sens ou non, par exemple « αβγ » ou « εηθ » sont deux mots.

Un mot simple est un mot dont les caractères sont tous distincts, par exemple « αβγ » est un mot simple, mais « θθε » n'est pas un mot simple.

La longueur d'un mot est le nombre de caractères qui le composent, par exemple « μαθημαΤΙΚά » a pour longueur 10.

1. Justifier que le nombre de mots possibles de longueur 1 est 24 et que le nombre de mots possibles de longueur 2 est 576.

2. Déterminer le nombre de mots simples possibles de longueur 1 et le nombre de mots simples possibles de longueur 2.

3. Donner le nombre de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 3 et le nombre de mots simples possibles de longueur inférieure ou égale à 3.

4. Donner le nombre de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 5 et le nombre de mots simples possibles de longueur inférieure ou égale à 5.

90 Test

Dans un test d'aptitude, on pose à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes auxquelles il doit répondre par « vrai » ou « faux ». Un candidat répond au hasard à ce test.

Déterminer le nombre de possibilités qu'il a de répondre au questionnaire.

91 Puissances de dix

On considère un entier naturel p.

1. Combien de nombres entiers inférieurs à 10^p existe-t-il ?

2. Parmi ces nombres, combien sont tels que la somme de leurs chiffres vaut exactement 3 ?

92 Nombres à dix chiffres

1. Combien de nombres entiers y a-t-il comportant exactement 10 chiffres ?

2. Combien de nombres entiers y a-t-il comportant 10 chiffres tous différents ?

3. Combien de nombres entiers de 10 chiffres y a-t-il tels que deux chiffres consécutifs ne soient pas de même parité ?

Définitions

- **Ensemble :** collection d'objets distincts.
- **Partie :** une partie d'un ensemble est telle que tous ses éléments appartiennent aussi à l'ensemble.
- **Liste ou p-uplet d'un ensemble :** collection ordonnée d'objets qui peuvent se répéter.
- **Produit cartésien $E \times F$:** ensemble des couples (x, y) tels que $x \in E$ et $y \in F$.

Propriétés

- Principe additif : le nombre d'éléments de $E \cup F$ est (E et F étant disjoints) :
$$n + p.$$
- Principe multiplicatif : le nombre d'éléments de $E \times F$ est :
$$np.$$
- Nombre de p-uplets d'un ensemble à n éléments :
$$n^p.$$
- Nombre de permutations d'un ensemble à n éléments :
$$n!$$
- Nombre de p-uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments :
$$\frac{n!}{(n-p)!}.$$
- Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments :
$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)! \times p!}.$$
- Nombre de parties d'un ensemble à n éléments :
$$2^n.$$

Combinaison

- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$
- $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$

Relation de Pascal

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

Factorielles

- $0! = 1$
- $(n+1)! = (n+1) \times n!$

Préparer le BAC Je me teste

Je dois être capable de...

Je dois être capable de...	Méthode	Parcours d'exercices
▶ Déterminer des ensembles	1	1, 2, 26, 27
▶ Déterminer une partie d'un ensemble	2	3, 4, 29, 30
▶ Dénombrer des ensembles simples	3	5, 6, 33, 38
▶ Utiliser le principe multiplicatif	4	7, 8, 49, 51
▶ Dénombrer des combinaisons	5	9, 10, 53, 54
▶ Utiliser les combinaisons	6	11, 12, 55, 58
▶ Utiliser une représentation adaptée	7	13, 14, 50, 52
▶ Dénombrer dans différents cas	8	15, 16, 61, 62

EXOS
QCM interactifs
lienmini.fr/maths-s11-08

QCM

Pour les exercices suivants, choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

	A	B	C	D
93 Le nombre de codes possibles pour le code à trois chiffres de 0 à 9 au dos d'une carte bancaire est :	3	600	1 000	30
94 Le nombre de résultats possibles quand on lance un dé cubique trois fois de suite est :	1 000	18	216	120
95 Le nombre de groupes de quatre personnes qu'on peut former à l'aide d'un ensemble de 15 personnes est :	4×15	$\binom{15}{4}$	15^4	4^{15}
96 Quand un groupe de 18 personnes s'échange des poignées de mains, le nombre de poignées de mains est de :	18×17	18^2	$\binom{18}{2}$	2^{18}
97 Parmi tous les entiers d'exactement cinq chiffres, combien y en a-t-il qui ne contiennent que des chiffres pairs ?	5^5	4×5^4	$\binom{10}{5}$	$5!$
98 Dans un bureau de 27 personnes, combien de façons y a-t-il de choisir un président, un trésorier, un secrétaire et un vice-président ?	27×4	27^4	$\binom{27}{4}$	$27 \times 26 \times 25 \times 24$
99 Le calcul de $\binom{7}{5}$ vaut :	21	35	42	20

100 Intersection

Dans un club de 30 joueurs de tennis, 20 aiment jouer au fond du court et 15 aiment jouer en montant au filet. Combien de joueurs y a-t-il :

a) jouant au fond du court et aimant monter au filet ?

b) jouant seulement au fond du court mais ne montant jamais au filet ?

c) jouant seulement au filet et ne restant jamais au fond du court ?

Méthode 2 p. 339

101 Rangement

On dispose de deux objets distincts que l'on souhaite ranger dans quatre cases vides de sorte qu'il y ait au plus un objet par case.
Combien de rangements possibles y a-t-il ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

102 Encore des maths

À l'aide des lettres du mot MATHS, combien peut-on écrire de mots, ayant un sens ou non, en utilisant toutes les lettres une fois et une seule ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

103 Au tiercé

Lors d'un tiercé, il y a vingt chevaux au départ de la course. Pour une fois, on souhaite jouer le tiercé dans le désordre (pas d'ex-aequo possible).
Combien de possibilités y a-t-il ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

104 Choix

Dans un jeu télévisé, un candidat doit répondre à sept questions sur un total de dix.

1. Combien de choix possibles a-t-il ?

2. Combien de choix a-t-il sachant qu'il doit répondre aux trois premières questions ?

3. Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à trois des quatre premières questions ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

105 Bridge

Dans un jeu de 52 cartes, on forme des mains de 13 cartes.

1. Combien de mains y a-t-il qui contiennent les 4 rois ?

2. Combien de mains y a-t-il qui contiennent au moins un roi ?

3. Combien de mains y a-t-il qui contiennent le roi de trèfle et au moins quatre piques ?

4. Combien de mains y a-t-il qui contiennent exactement 5 cartes d'une couleur, 4 cartes d'une autre couleur, 3 cartes d'une troisième couleur et 1 seule carte de la quatrième couleur ?

Méthode 5 Méthode 6 p. 343

106 Équation

Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels les équations suivantes.

a) $\binom{n+1}{2}+\binom{n+1}{3}=\frac{5}{3}n^2-\frac{4}{3}n$.

b) $5n=\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}$

Méthode 6 p. 343

107 Somme (1)

On utilise les deux chiffres 1 et 3 (éventuellement plusieurs fois chacun).

1. Combien de nombres de trois chiffres peut-on former ?

2. Quelle est leur somme ?

Méthode 4 p. 341

108 Somme (2)

On utilise les trois chiffres 1, 3 et 7 (éventuellement plusieurs fois chacun).

1. Combien de nombres de trois chiffres peut-on former ?

2. Quelle est leur somme ?

Méthode 4 p. 341

109 Gâteaux

Trois personnes choisissent chacune un gâteau parmi cinq et le mangent. Deux d'entre elles se partagent les deux gâteaux restants.
Combien de répartitions possibles y a-t-il ?
(On ne tiendra pas compte de l'ordre dans lequel les gâteaux sont mangés par les personnes qui en mangent deux.)

Méthode 8 p. 345

110 Jeu de dés

On jette trois dés de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Combien de résultats possibles y a-t-il ?

2. Dans combien de cas obtient-on deux résultats pairs ?

3. Dans combien de cas obtient-on des résultats tous distincts ?

4. Dans combien de cas obtient-on deux résultats égaux ?

Méthode 8 p. 345

111 Second degré

On considère les polynômes du second degré de la forme ax^2+bx+c (avec a non nul).

1. Combien de polynômes peut-on former si on souhaite que les coefficients a, b et c soient des chiffres ?

2. Parmi les polynômes précédents, combien admettent 0 comme racine ?

Méthode 6 p. 343

Exercices vers le supérieur

112 Digicode

Un clavier de 12 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre parmi A, B et C, et de 3 chiffres distincts ou non parmi les entiers de 1 à 9.

1. Combien de codes différents peut-on former ?

2. Combien de codes y a-t-il sans le chiffre 1 ?

3. Combien de codes y a-t-il comportant au moins une fois le chiffre 1 ?

4. Combien de codes y a-t-il comportant des chiffres distincts ?

5. Combien de codes y a-t-il comportant au moins deux chiffres identiques ?

113 Variations autour de crayons

1. Une maman veut ranger 3 des 5 crayons de couleur de sa fille dans une boîte à 3 cases.
Combien de rangements possibles a-t-elle ?

2. La maman ne dispose plus que de 3 crayons de couleur.
Combien de rangements possibles a-t-elle alors ?

3. La fille prend une poignée de 3 crayons de couleur parmi les cinq crayons.
Combien de poignées possibles y a-t-il ?

114 Au tarot

Dans un jeu de tarot, il y a 21 atouts. On en tire (simultanément) cinq au hasard.
Combien de tirages y a-t-il pour lesquels :

a) au moins un atout est un multiple de cinq ?

b) il y a exactement un multiple de cinq et un multiple de trois ?

c) on a tiré le 1 ou le 21 ?

115 En colonie

Une colonie de vacances compte 30 filles, 25 garçons et 5 moniteurs. Cette colonie possède un mini-bus de 12 places pour les excursions.

1. Sachant que deux moniteurs doivent accompagner l'excursion, quel est le nombre de remplissages possibles du mini-bus ?

2. Sachant que seul l'un des moniteurs connaît le lieu de l'excursion et doit donc venir, quel est le nombre de remplissages possibles du mini-bus ?

3. Sachant que deux des moniteurs ne peuvent pas être ensemble, quel est le nombre de remplissages possibles du mini-bus ?

116 Podium

Lors de la finale du 100 m des mondiaux d'athlétisme huit coureurs s'élancent. Trois de ces coureurs sont américains. Les trois premiers arrivés montent sur le podium dans leur ordre d'arrivée.

1. Combien de podiums possibles y a-t-il ?

2. Combien de podiums y a-t-il entièrement américains ?

3. Combien de podiums y a-t-il comprenant au moins un Américain ?

4. Combien de podiums y a-t-il comprenant exactement deux Américains ?

117 Droites

Dans un plan, on considère n droites telles que deux d'entre elles ne soient pas parallèles et que trois d'entre elles ne soient pas concourantes en un point.
Combien y a-t-il de points d'intersection de ces droites prises deux à deux ?

118 Région d'un disque

On place n points sur un cercle et on les relie par des segments tels que deux d'entre eux ne soient pas parallèles et que trois d'entre eux ne soient pas concourants en un point.

1. Combien de régions y a-t-il ainsi définies dans le disque ?

2. Écrire les premiers termes de cette suite.

119 À la poste

Un postier doit affranchir une lettre à 2,40 €. Pour cela, il a à sa disposition une pochette avec : un timbre à 2 €, deux timbres à 1 €, cinq timbres à 0,20 € et quatre timbres à 0,10 €.
Calculer le nombre de combinaisons différentes possibles lui permettant d'affranchir sa lettre.

120 Maths et musique

Dans une classe de 34 étudiants, 26 aiment les maths, 20 sont sportifs et 7 sont musiciens. Aucun étudiant ne déteste les maths, le sport et la musique. De plus, 4 sont des matheux musiciens, 15 sont des matheux sportifs et 3 sont des musiciens sportifs.
Y a-t-il un élève satisfaisant les idéaux grecs, c'est-à-dire matheux, musicien et sportif ?

121 Sélectionneur

Un sélectionneur d'une équipe de football dispose de 20 joueurs dont 3 gardiens de but.
Combien d'équipes différentes de 11 joueurs, dont 1 gardien, peut-il former ?

122 Proverbe ?
Combien d'expressions différentes, ayant un sens ou non, peut-on former en utilisant tous les mots du proverbe : « pluie en novembre, Noël en décembre » ?

123 Gouvernement et sport
Le gouvernement est composé de 23 membres.
1. Combien d'équipes de football (composées de 11 joueurs chacune) peut-on composer sans tenir compte de la place des joueurs ?
2. Combien d'équipes de football peut-on composer en tenant compte de la place des joueurs ?
3. Comme il y a 9 femmes, on décide de faire des doubles mixtes. Combien d'équipes peut-on former ?

124 Second degré
Trouver l'entier n vérifiant la condition donnée dans chacun des cas suivants.
a) $\binom{n}{2} = 36$ **b)** $3 \times \binom{n}{4} = 14 \times \binom{n}{2}$

125 Lecture
Dans une bibliothèque, vingt livres sont exposés sur une étagère rectiligne et répartis au hasard. Parmi ces livres, quatre sont du même auteur « A », les autres sont d'auteurs tous différents.
Déterminer le nombre de façons de ranger ces vingt livres pour que les quatre livres de « A » se retrouvent côte à côte.

126 Anagrammes
Combien d'anagrammes peut-on former avec les mots suivants ?
a) ARBRE **b)** ENSEMBLE **c)** SESAMATH

127 Au restaurant
Dans le bouchon Chez Didier, trois collègues souhaitent se partager sept douzaines d'huîtres pour les fêtes.
Combien de répartitions possibles des huîtres y a-t-il sachant que chacun des amis doit en avoir au moins une ?

128 Au bridge
Au cours d'une partie de bridge, les cartes restantes des 4 joueurs sont réparties comme sur le schéma ci-dessous.

	♠ A R D ♥ D 10 ♦ 2 ♣ A V	
♠ V 8 7 ♥ 9 8 ♦ V ♣ 3 2		♠ 6 4 2 ♥ A R ♦ A ♣ R D
	♠ 10 5 3 ♥ V 3 ♦ R ♣ 10 9	

Sachant qu'au bridge, les joueurs sont obligés de fournir la couleur demandée, de combien de manières différentes cette partie peut-elle se terminer ?

129 Dans le TGV
Vingt-trois personnes attendent un TGV. Un train arrive avec cinq voitures vides dont une réservée aux voyageurs de première classe.
1. Sans faire de distinction entre la première et la deuxième classe, calculer le nombre de manières possibles de répartir les personnes dans ce train.
2. Un peu plus tard dans la journée, seules sept personnes parmi 35 voyageurs possèdent un ticket donnant accès à une voiture de première classe. Calculer alors le nombre de manières de répartir les personnes dans les cinq voitures en tenant compte de la distinction entre les deux classes.

130 Dans une entreprise
Dans une entreprise espagnole, on parle comme langue le castillan. Le siège social, à Madrid, emploie p catalans et q basques. Chaque matin, les employés se saluent deux par deux :
– en catalan si les deux employés sont catalans ;
– en basque si les deux employés sont basques ;
– en castillan lorsqu'un employé est catalan et l'autre est basque.
1. Combien de saluts en catalan y a-t-il ?
2. Combien de saluts en basque y a-t-il ?
3. Combien de saluts en castillan y a-t-il ?
4. En déduire la relation $\binom{p+q}{2} = \binom{p}{2} + pq + \binom{q}{2}$.
5. Démontrer également cette relation par le calcul.

131 Démonstration (1) — Démo
Montrer que $\sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p} = \binom{n+1}{p+1}$.

132 Intersection et réunion
On considère les ensembles A, B et C.
Pour les questions suivantes, on pourra s'aider d'un diagramme.
1. Enlever la parenthèse dans $A \cap (B \cup C)$.
2. De même dans $A \cup (B \cap C)$.
3. Comment énonce-t-on ces propriétés ?

133 Démonstration (2) — Démo
1. Démontrer que $\binom{n}{p}\binom{p}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{p-k}$ où les entiers vérifient $0 \leqslant p \leqslant k \leqslant n$.
2. En déduire la valeur de $\sum_{k=0}^{p} \binom{n}{k}\binom{n-k}{p-k}$.

134 Démonstration (3) — Démo
Une urne contient p boules rouges et n boules blanches.
1. En calculant de deux manières différentes le nombre de tirages de k boules de l'urne, montrer que $\sum_{j=0}^{k} \binom{p}{j}\binom{n}{k-j} = \binom{n+p}{k}$.
2. En déduire $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$.

Travaux pratiques

15 min — Chercher, Raisonner

1 Combinaisons avec répétition

A ▶ Différences d'énoncés

Voici deux énoncés.

• **Énoncé 1 :** on lance simultanément 5 dés cubiques équilibrés.
Quel est le nombre de façons d'obtenir exactement 3 fois le chiffre 6 ?

• **Énoncé 2 :** on lance simultanément 5 dés cubiques équilibrés.
On note les numéros des faces du dessus sans tenir compte de l'ordre.
Quel est le nombre de lancers possibles ?

1. Quelles différences peut-on noter entre ces deux énoncés ?

2. Vérifier que la réponse dans le cas de l'énoncé 1 est 250.

Formule : On définit le nombre de p combinaisons avec répétition d'un ensemble à n éléments par « Gamma np » qui vaut $\Gamma_n^p = \binom{n+p-1}{p}$.
C'est le nombre de p combinaisons (avec répétition) de $n + p - 1$ éléments.

B ▶ Exemples

1. L'énoncé 2 correspond à un cas de combinaisons avec répétition car les dés sont indiscernables.
Vérifier qu'alors la réponse est 35.

2. Autre exemple : les pièces d'un jeu de domino sont fabriquées en disposant côte à côte deux éléments choisis parmi l'ensemble {blanc ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}.
Combien de pièces y a-t-il dans un jeu de domino ?

15 min — Raisonner

2 Promenade aléatoire

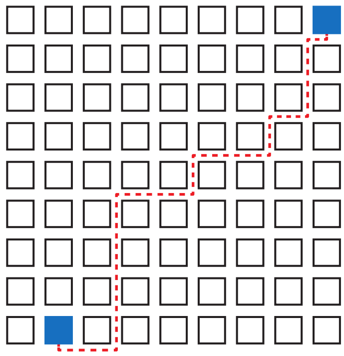
Un homme travaille à Manhattan, dans un quartier où les avenues sont orientées nord-sud et les rues est-ouest.
Il travaille à sept pâtés de maisons à l'est et huit pâtés de maisons au nord de son domicile.
Pour aller à son travail chaque jour il parcourt donc la longueur de quinze pâtés de maison (il ne se dirige ni au sud ni à l'ouest).
On suppose qu'il existe une voie le long de chaque pâté de maisons et qu'il peut prendre n'importe lesquelles dans ce schéma rectangulaire.

Le dessin ci-contre illustre la situation, un trajet a été représenté en pointillés.

1. Proposer un codage permettant de décrire le trajet représenté.

2. Combien de trajets différents l'homme peut-il emprunter ?

3. L'homme prétend que le nombre de trajets est aussi le nombre de suites de 8 entiers naturels dont la somme est 8.
A-t-il raison ?



Algo 20 min Chercher Communiquer

3 Triangle de Pascal et binôme de Newton

A ▸ Algorithme

Décrire ce que fait l'algorithme suivant.

```
def entrer_entier(a=""):
   verification=0
   while verification==0:
      x=input("Entrer un nombre entier")
      try:
         x=int(x)
         verification=1
         return(x)
      except:
         verification=0
def factorielle(n):
   x=1
   if n<1:
      return(1)
   else:
      for i in range(n):
         x=x*(i+1)
      return(x)
def combinaison(n,p):
   x=(factorielle(n))/(factorielle(p)*factorielle(n-p))
   x=int(x)
   return(x)
def triangle_pascal(n):
   for i in range(n):
      for j in range(i+1):
         x=combinaison(i,j)
         print(x, end=" ")
      print()
n=entrer_entier("n")
triangle_pascal(n)
```

PYTHON
Triangle de Pascal
lienmini.fr/maths-s11-11

Histoire des Maths

Pascal n'a jamais inventé ce triangle, il le reconnaît lui-même. Il était connu des mathématiciens européens depuis plus d'un siècle, et des mathématiciens arabes, chinois et indiens environ 2000 ans avant.

DOCUMENT
Triangle de Pascal
lienmini.fr/maths-s11-04

	0	1	2	3	4	5	...
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
...							

B ▸ Développements

1. Développer $(a+b)^2$, $(a+b)^3$, puis $(a+b)^4$.

2. Quelle remarque peut-on faire sur les coefficients obtenus ?
Et sur les puissances de a et de b ?

3. En déduire le développement de $(a+b)^5$ et de $(a+b)^6$.

PARTIE 3

Probabilités

Christiaan Huygens (1629-1695)

En 1713, Jacques Bernoulli publie son *Ars Conjectandi* où il approfondit des travaux de Huygens.
Il y étudie pour la première fois la distribution binomiale et la loi des grands nombres.

↳ Dicomaths p. 462

Antoine Deparcieux (1703-1768)

En 1746, Deparcieux présente son *Essai sur les probabilités de la durée de vie humaine* où l'on trouve certaines des premières tables de mortalité, servant aux compagnies d'assurance-vie.

↳ Dicomaths p. 461

Mon parcours au lycée

Dans les classes précédentes

- J'ai calculé des probabilités dans des cas simples, des probabilités conditionnelles et des probabilités de deux événements indépendants.
- J'ai étudié la notion de variable aléatoire ainsi que ses paramètres : espérance, variance et écart-type.

En Terminale générale

- Je vais étudier le schéma de Bernoulli et la loi binomiale.
- Je vais approfondir mes connaissances sur les variables aléatoires en étudiant la somme de deux variables aléatoires (et les paramètres qui lui sont associés) puis en étudiant la loi des grands nombres et ses applications.

Adrien Marie Legendre (1752-1833)

Irénée Jules Bienaymé (1796-1878)

Pafnouti Tchebychev (1821-1894)

Au début du XIX^e siècle, la statistique inférentielle émerge du fait notamment de l'approche probabiliste de la théorie des erreurs de Lagrange et Laplace et de la méthode des moindres carrés imaginée par Legendre puis par Gauss, qui l'applique à la prédiction de la position d'un astéroïde.

↪ Dicomaths p. 462

Dans les années 1830, Quételet introduit des méthodes statistiques en sociologie et étudie la distribution de données autour de la moyenne.
En 1867, Bienaymé et Tchebychev démontrent l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev et parlent de fréquences d'échantillons.

↪ Dicomaths p. 460, p. 464

Au XX^e siècle, la loi des grands nombres s'applique dans de nombreux domaines notamment en physique statistique et en biostatistiques.

Domaines professionnels

- Un·e **créateur·trice de jeux** se servira de la loi binomiale pour déterminer la probabilité qu'un joueur gagne un certain nombre k de parties parmi n parties jouées.
- Un·e **ingénieur·e** concevra des tests pour vérifier la fiabilité d'une machine automatique.
- Un·e **sociologue** se servira de la loi des grands nombres pour étudier un caractère concernant une population ou pour comparer deux populations à travers ce critère.
- Un·e **professeur·e** vérifiera la dispersion ou l'homogénéité de ses notes lors d'un examen grâce à la loi normale.
- Un **médecin** étudiera la pertinence d'un protocole de traitement.
- Un·e **statisticien·ne** dans un institut de sondages fera des estimations concernant le nombre de votants pour tel ou tel candidat lors d'élections.