

MATHS

T^{le}

COMPLÉMENTAIRES

Le numérique avec
Sésamath

MAGNARD

MATHS

T

le

COMPLÉMENTAIRES

Auteurs

Delphine ARNAUD
Thibault FOURNET-FAYAS
Muriel GOARIN
Hélène GRINGOZ
François GUIADER
Marie HASCOËT
Didier KRIEGER
Christine LADEIRA
Laura MAGANA
Paul MILAN
Frédéric WEYERMANN

Les auteurs et les éditions MAGNARD remercient vivement :

Les relectrices et relecteurs du manuel pour leurs remarques et leurs suggestions.
L'ensemble des enseignant•e•s pour leur participation aux études menées sur ce manuel.

MAGNARD

Partie 1

ANALYSE

1 Suites et modèles discrets

■ Pour prendre un bon départ	15
■ Activités	16
■ Cours et exercices résolus	18
1. Définition et représentation graphique d'une suite	18
2. Limite d'une suite	20
3. Limite et comparaison	22
4. Cas particuliers	24
■ Exercices apprendre à démontrer	28
calculs et automatismes	29
d'application	30
d'entraînement	32
bilan	36
préparer le BAC	37

2 Limites et continuité

■ Pour prendre un bon départ	41
■ Activités	42
■ Cours et exercices résolus	44
1. Limites	44
2. Continuité d'une fonction	50
■ Exercices apprendre à démontrer	56
calculs et automatismes	57
d'application	58
d'entraînement	60
bilan	63
préparer le BAC	65

3 Convexité

■ Pour prendre un bon départ	69
■ Activités	70
■ Cours et exercices résolus	72
1. Convexité d'une fonction	72
2. Fonction convexe et dérivées première et seconde	74
3. Tangente et point d'inflexion	76
■ Exercices apprendre à démontrer	80
calculs et automatismes	81
d'application	82
d'entraînement	84
bilan	86
préparer le BAC	87

4

Fonction logarithme népérien

■ Pour prendre un bon départ	91
■ Activités	92
■ Cours et exercices résolus	94
1. Fonction logarithme népérien, fonction inverse de la fonction exponentielle	94
2. Propriétés algébriques de la fonction \ln	96
3. Étude de la fonction logarithme népérien	98
4. Fonction $\ln(u)$	98
■ Exercices apprendre à démontrer	102
calculs et automatismes	103
d'application	104
d'entraînement	106
bilan	108
préparer le BAC	109

5

Primitives et équations différentielles

■ Pour prendre un bon départ	113
■ Activités	114
■ Cours et exercices résolus	116
1. Équations différentielles et primitives	116
2. Existence et calcul de primitives	118
3. Résolution des équations différentielles	120
■ Exercices apprendre à démontrer	124
calculs et automatismes	125
d'application	126
d'entraînement	130
bilan	133
préparer le BAC	135

6

Calcul intégral

■ Pour prendre un bon départ	139
■ Activités	140
■ Cours et exercices résolus	142
1. Intégrale d'une fonction continue positive	142
2. Intégrale et primitive	144
3. Calculs d'aires à l'aide des intégrales	146
■ Exercices apprendre à démontrer	150
calculs et automatismes	151
d'application	152
d'entraînement	154
bilan	158
préparer le BAC	159

Partie 2

PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

7

Lois discrètes

■ Pour prendre un bon départ	165
■ Activités	166
■ Cours et exercices résolus	170
1. Loi uniforme sur $\{1; 2; \dots; n\}$	170
2. Épreuve et loi de Bernoulli	170
3. Schéma de Bernoulli	172
4. Coefficients binomiaux et triangle de Pascal	172
5. Loi binomiale	174
6. Intervalles de fluctuation et loi binomiale	176
7. Loi géométrique	178
■ Exercices apprendre à démontrer	182
calculs et automatismes	183
d'application	184
d'entraînement	188
bilan	190
préparer le BAC	191

8

Lois de probabilité à densité

■ Pour prendre un bon départ	195
■ Activités	196
■ Cours et exercices résolus	198
1. Loi à densité	198
2. Espérance et variance d'une loi à densité	200
3. Loi uniforme sur $[0; 1]$	200
4. Loi uniforme sur $[a; b]$	202
5. Loi exponentielle	204
■ Exercices apprendre à démontrer	208
calculs et automatismes	209
d'application	210
d'entraînement	212
bilan	216
préparer le BAC	217

9

Statistiques à deux variables

■ Pour prendre un bon départ	221
■ Activités	222
■ Cours et exercices résolus	224
1. Généralités	224
2. Ajustement affine	226
3. Ajustement exponentiel	228
4. Interpolations et extrapolations	230
■ Exercices apprendre à démontrer	234
calculs et automatismes	235
d'application	236
d'entraînement	239
bilan	242
préparer le BAC	243

TP et problèmes thématiques

Thème 1	Modèles définis par une fonction d'une variable	247
Thème 2	Modèles d'évolution	252
Thème 3	Approche historique de la fonction logarithme	258
Thème 4	Calculs d'aires	263
Thème 5	Répartition des richesses, inégalités	268
Thème 6	Inférence bayésienne	273
Thème 7	Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage	277
Thème 8	Temps d'attente	282
Thème 9	Corrélation et causalité	287

Dicomaths

■ Lexique	294
■ Rappels de Seconde et de Première	298
■ Formulaire de Terminale	307
■ Formulaire de géométrie	312
■ Logique et raisonnement	313

Corrigés

Les corrigés des exercices dont
le numéro est sur fond blanc 1

Parcours Thématiques

Thème 1 Modèles définis par une fonction d'une variable

		En lien avec :
Activités		
4. Résoudre une équation	43	Chapitre 2
2. Étudier une fonction de production	70	Chapitre 3
Exercice d'application		
61	129	Chapitre 5
Exercices d'entraînement		
58 59 60	62	Chapitre 2
72	85	Chapitre 3
85	132	Chapitre 5
73 74	156	Chapitre 6
75 76 77	157	Chapitre 6
Exercices bilan		
62 63	63	Chapitre 2
64	64	Chapitre 2
80	158	Chapitre 6
TP et problèmes thématiques		
1. Alcool au volant	247	Chapitres 2 et 3
2. Satellites dans l'espace	248	Chapitres 2 et 3
3. Aire maximale d'un trapèze	249	Chapitres 3 et 6
4. Coût minimal moyen	249	Chapitre 3
5. Étude de marché	250	Chapitres 2 et 3
6. Évolution d'une population	251	Chapitre 2

Thème 2 Modèles d'évolution

		En lien avec :
Activités		
1. Introduire la notion de limite d'une suite	16	Chapitre 1
4. Découvrir les suites arithmético-géométriques	17	Chapitre 1
Exercice d'application		
67	129	Chapitre 5
Exercices d'entraînement		
70 73	33	Chapitre 1
80	35	Chapitre 1
57	61	Chapitre 2
83 84	132	Chapitre 5
Exercices bilan		
65 66	64	Chapitre 2
TP et problèmes thématiques		
1. TP Amortissement d'une dette par annuités constantes	252	Chapitre 1
2. Décroissance radioactive	252	Chapitres 1 et 4
3. TP Déplacement d'un solide dans un liquide visqueux	253	Chapitres 1 et 4
4. Dynamique des populations : modèle de Malthus	254	Chapitres 1 et 9
5. TP Dynamique des populations : modèle de Verhulst discret	255	Chapitre 1
6. TP Modèle de Verhulst continu	256	Chapitre 5
7. TP Modèle proie prédateur	257	Chapitre 1

Thème 3 Approche historique de la fonction logarithme

		En lien avec :
Activité		
2. Répondre à des besoins pratiques de calculs au XVI ^e siècle : les logarithmes	93	Chapitre 4
TP et problèmes thématiques		
1. Tables d'intérêt	258	Chapitre 4
2. Relation fonctionnelle $f(xy) = f(x) + f(y)$	259	Chapitre 2
3. TP Approximation de $\ln 2$ par dichotomie	260	Chapitres 2 et 4
4. TP Algorithme de Briggs	261	Chapitre 4
5. TP Raréfaction des nombres premiers	262	Chapitres 1 et 4

Thème 4 Calculs d'aires

		En lien avec :
Activité		
1. Évaluer l'intégrale d'une fonction continue positive	140	Chapitre 6
Exercices d'entraînement		
76	34	Chapitre 1
68 69	155	Chapitre 6
70 71	156	Chapitre 6
Exercice bilan		
79	158	Chapitre 6
TP et problèmes thématiques		
1. TP Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède	263	Chapitres 1 et 6
2. TP Quadrature de l'hyperbole	264	Chapitres 1, 4, 5 et 6
3. TP Approximation de l'aire sous la courbe de la fonction exponentielle	265	Chapitre 1
4. TP Estimation de l'aire sous la courbe par la méthode de Monte-Carlo	266	Chapitres 6 et 8
5. Approximation de π par les aires	267	Chapitres 1 et 6

Thème 5 Répartition des richesses, inégalités

		En lien avec :
Activité		
4. Reconnaître une courbe de Lorenz	71	Chapitre 3
Exercice bilan		
75	86	Chapitre 3
TP et problèmes thématiques		
1. TP Courbe de Lorenz	268	Chapitres 3 et 9
2. TP Un indicateur d'inégalités : le coefficient de Gini	270	Chapitres 5 et 6
3. Mesurer des inégalités avec des pourcentages et des indicateurs de dispersion	271	Chapitre 9
4. Des inégalités au niveau mondial	272	Chapitre 9

Thème 6 Inférence bayésienne

Exercice d'application

74 187 ➤ Chapitre 7

TP et problèmes thématiques

1. Test de dépistage d'une maladie 273 ➤ Chapitre 7
2. De quelle urne vient la boule ? 273 ➤ Chapitre 7
3. Mails indésirables 274 ➤ Chapitre 7
4. Chez le médecin 275 ➤ Chapitre 7
5. D'autres maladies 276 ➤ Chapitre 7

En lien avec :

Thème 7 Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage

Activités

2. Découvrir les schémas de Bernoulli 166 ➤ Chapitre 7
5. Travailler avec la loi binomiale 167 ➤ Chapitre 7
6. Déterminer directement $p(X = k)$ avec la calculatrice pour la loi $\mathcal{B}(n; p)$ 168 ➤ Chapitre 7
8. Découvrir la loi géométrique 169 ➤ Chapitre 7
2. Choix d'un nombre aléatoire dans $[0; 1]$ 197 ➤ Chapitre 8

Exercices d'entraînement

- 79 85 86 188 ➤ Chapitre 7
- 93 189 ➤ Chapitre 7
- 85 214 ➤ Chapitre 8

TP et problèmes thématiques

1. TP Simulation de variable aléatoire, comportement des moyennes d'échantillons 277 ➤ Chapitres 7 et 8
2. Tirages aléatoires avec remise 278 ➤ Chapitre 7
3. Vérification d'une pièce 278 ➤ Chapitre 7
4. Problème de surréservation 279 ➤ Chapitre 7
5. TP Sondages et temps avant élection 280 ➤ Chapitre 7
6. TP Sondage et suffrage indirect 280 ➤ Chapitre 7
7. TP Sondages et marge d'erreur 281 ➤ Chapitre 7

En lien avec :

Thème 8 Temps d'attente

Activité

3. Loi de probabilité sans mémoire 197 ➤ Chapitre 8

Exercices d'entraînement

- 75 80 213 ➤ Chapitre 8
- 83 214 ➤ Chapitre 8
- 89 215 ➤ Chapitre 8

TP et problèmes thématiques

1. TP Jeu en réseau 282 ➤ Chapitres 7 et 8
2. À la gare 283 ➤ Chapitre 8
3. Loi exponentielle 283 ➤ Chapitre 8
4. Parcoursup 284 ➤ Chapitre 8
5. Rendez-vous à l'opéra 284 ➤ Chapitre 8
6. TP Datation au carbone 14 285 ➤ Chapitres 5, 7 et 8
7. Greffes de rosiers 286 ➤ Chapitre 7

En lien avec :

Thème 9 Corrélation et causalité

Activité

1. Nuages de points, point moyen 222 ➤ Chapitre 9

Exercices d'entraînement

- 82 131 ➤ Chapitre 5
- 37 239 ➤ Chapitre 9
- 39 240 ➤ Chapitre 9
- 44 47 241 ➤ Chapitre 9

TP et problèmes thématiques


1. TP Température et gaz à « effet de serre » 287 ➤ Chapitre 9
2. TP Loi de Moore 288 ➤ Chapitres 1 et 9
3. TP Chorale et décibels 289 ➤ Chapitre 9
4. TP Effet cigogne 290 ➤ Chapitre 9
5. TP Force centrifuge 292 ➤ Chapitre 9

En lien avec :

Tous les pictos pour se repérer dans le manuel

Algo Pour tester un programme avec un ordinateur ou une calculatrice

Algo ✂ Pour compléter un programme ou se référer à son utilisation.

 Pour la programmation en langage Python.

TICE Utilisation de logiciels (tableur, GeoGebra, géométrie dynamique...)

Calculatrice autorisée  Calculatrice non autorisée 

Pour faire le lien entre les maths et les autres disciplines

Histoire des sciences

Histoire des maths SVT Physique

Chimie SES EPS

Pour faire le lien entre les maths et les filières de l'enseignement supérieur :

MPSI Économie Sciences
PCSI Médical Droit

Programme

Thèmes d'étude

■ Modèles définis par une fonction d'une variable	Dans le manuel
<p>Problèmes possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Modèles issus de contextes géométriques (expression de distance, d'aires, de volumes en fonction d'un paramètre), physiques, biologiques, économiques (fonctions de coût, coût marginal, coût moyen). – Études de variations, résolutions d'équation, optimisation dans des configurations géométriques, physiques, économiques, etc. <p>Contenus associés</p> <ul style="list-style-type: none"> – Continuité, théorème des valeurs intermédiaires. – Fonction dérivée. Sens de variation. Extremums. – Fonctions de référence. – Convexité. – Statistique à deux variables. <p>Exemple d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Résolution d'équations par balayage, par dichotomie. 	Thème 1
■ Modèles d'évolution	Dans le manuel
<p>Problèmes possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Évolution d'un capital, amortissement d'une dette. – Loi de décroissance radioactive : modèle discret, modèle continu. – Décharge, charge d'un condensateur, à partir de l'équation différentielle. – Loi de refroidissement de Newton (modèle discret). – Chute d'un corps dans un fluide visqueux. – Dynamique des populations : modèle de Malthus (géométrique), modèle de Verhulst (logistique) discret $N_{t+1} = N_t + rN_t(k - N_t)$, ou continu : $y' = ay(b - y)$. – Modèle proie prédateur discrétisé : évolution couplée de deux suites récurrentes. <p>Contenus associés</p> <ul style="list-style-type: none"> – Suites récurrentes. – Suites géométriques. Fonction exponentielle. – Suites arithmético-géométriques. Équation différentielle $y' = ay + b$. – Limites. <p>Exemples d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcul des termes d'une suite. – Recherche de seuils. – Méthode d'Euler. 	Thème 2
■ Approche historique de la fonction logarithme	Dans le manuel
<p>Problèmes possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Le développement des besoins pratiques de calcul, notamment pour l'astronomie ou la navigation conduit à la recherche de méthodes facilitant multiplication, division, extraction de racine. Influence des tables trigonométriques. – Lien entre suites arithmétiques et géométriques (depuis Archimède). Construction de tables d'intérêts. – Les travaux de Neper. Le passage du discret au continu. – Vision fonctionnelle $f(xy) = f(x) + f(y)$ plus tardive. – Quadrature de l'hyperbole, problème des sous-tangentes constantes. <p>Contenus associés</p> <ul style="list-style-type: none"> – Suites arithmétiques, suites géométriques. – Fonction logarithme. – Calcul intégral. <p>Exemples d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Algorithme de Briggs. – Approximation de $\ln 2$ par dichotomie selon l'algorithme de Brouncker. 	Thème 3
■ Calculs d'aires	Dans le manuel
<p>Problèmes possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède. – Quadrature de l'hyperbole par une ou deux méthodes (Brouncker, Grégoire de Saint-Vincent). – Approximation de l'aire sous la courbe de la fonction exponentielle sur $[0, 1]$ par la méthode des rectangles. – Estimation de l'aire sous une courbe par la méthode de Monte-Carlo. – Approximation de π et aire d'un disque. <p>Contenus associés</p> <ul style="list-style-type: none"> – Limites de suites. – Intégrale d'une fonction continue et positive. – Primitives. – Continuité et dérivation. – Probabilités. <p>Exemples d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcul d'un terme de rang donné d'une suite. – Recherche d'une valeur approchée de précision donnée. 	Thème 4



Thèmes d'étude

■ Répartition des richesses, inégalités

Dans le manuel

Problèmes possibles

- Courbe de Lorenz : sur des données réelles, présentation, définition, lecture, construction d'une ligne polygonale à partir des quantiles, interprétation. Modélisation par la courbe représentative d'une fonction continue, croissante, convexe de $[0, 1]$ dans $[0, 1]$ et ayant 0 et 1 comme points fixes. Position par rapport à la première bissectrice.
- Indice de Gini : définition, calcul, interprétation comme mesure du degré d'inégalité d'une répartition. Comparaison de plusieurs répartitions. Évolution de l'indice sur une période.

Contenus associés

- Statistique descriptive : caractéristiques de dispersion (médiane, quartiles, déciles, rapport interdécile).
- Fonctions d'une variable.
- Convexité.
- Calcul intégral.

Thème 5

■ Inférence bayésienne

Dans le manuel

Problèmes possibles

- Tests binaires pour le diagnostic médical. Notion de vrais/faux positifs et négatifs, sensibilité, spécificité, valeurs prédictives positive (diagnostique) et négative, lien avec les probabilités conditionnelles. Tests de dépistage de sensibilité et de spécificité données : étude des valeurs prédictives en fonction de la proportion de malades et interprétation.
- Exemples de problèmes du type : « De quelle urne vient la boule ? ».

Contenus associés

- Probabilités conditionnelles, inversion du conditionnement, formule de Bayes.
- Étude de fonction.

Thème 6

■ Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage

Dans le manuel

Problèmes possibles

- Tirages aléatoires avec remise d'une boule dans une urne contenant des boules de deux couleurs différentes. Simulations. Calculs de probabilité.

– Test d'une pièce, par construction d'un intervalle I centré en $n/2$ tel que $P(X \in I) \geq 1 - \alpha$ où X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$.

– Surréservation. Construction d'un intervalle I de la forme $[0, k]$ tel que $P(X \in I) \geq 1 - \alpha$ où X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.

– Sondages par échantillonnage aléatoire simple. Fourchette de sondage. Réflexion sur la réalisation effective d'un sondage et les biais possibles (représentativité, sincérité des réponses, etc.).

– Démarche des tests d'hypothèse et de l'estimation. Les observations étant vues comme un échantillon aléatoire d'expériences régies par une loi inconnue (à découvrir), il s'agit de confronter une modélisation théorique proposée avec les résultats mesurés. Une bonne adéquation peut permettre de valider *a priori* le modèle (avec un certain degré de confiance), tandis que l'observation d'événements donnés avec une probabilité très faible dans le modèle peut conduire à rejeter le modèle et à en chercher un autre.

Contenus associés

- Épreuve et loi de Bernoulli.
- Schéma de Bernoulli et loi binomiale.
- Lois uniformes discrètes et continues sur $[0, 1]$

Exemples d'algorithme

– Dans le cadre de la loi binomiale : calcul de coefficients binomiaux (triangle de Pascal), de probabilités ; détermination d'un intervalle I pour lequel la probabilité $P(X \in I)$ est inférieure à une valeur donnée α , ou supérieure à $1 - \alpha$.

– Simulation avec Python d'une variable aléatoire (de la loi de Bernoulli, d'une loi uniforme discrète, etc.) d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire. Fonction Python renvoyant une moyenne pour un échantillon. Série des moyennes pour N échantillons de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et d'écart-type σ . Calcul de l'écart-type s de la série des moyennes des échantillons observés, à comparer à $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Calcul de la proportion des cas où l'écart entre la moyenne m et μ est inférieur ou égal à $\frac{k\sigma}{\sqrt{n}}$ ou à ks , pour $k = 2$ ou $k = 3$.

Thème 7

■ Temps d'attente

Dans le manuel

Problèmes possibles

- Durée de vie d'un atome radioactif. Discrétisation d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.
- Exemples de modélisation par une variable aléatoire suivant une loi géométrique ou exponentielle : durée entre deux appels téléphoniques, durée de vie d'un composant électronique, période de retour de crue, etc.
- Utilisation de la loi uniforme. Temps d'attente à un arrêt de bus, paradoxe de l'inspection.

Contenus associés

- Lois à densité.
- Loi géométrique, loi exponentielle.
- Absence de mémoire, discrète ou continue.

Exemples d'algorithme

- Simulation d'une variable aléatoire de loi géométrique à partir du schéma de Bernoulli.
- Simulation d'une loi exponentielle à partir d'une loi uniforme.
- Demi-vie d'un échantillon de grande taille d'atomes radioactifs.

Thème 8

Programme

Thèmes d'étude

■ Corrélation et causalité	Dans le manuel
<p>Problèmes possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Établissement de la loi d'Ohm. – Loi de désintégration radioactive. – Évolution de la température et des émissions de gaz à effet de serre dans le cadre du réchauffement climatique. – Loi de Moore. <p>Contenus associés</p> <ul style="list-style-type: none"> – Fonctions usuelles. – Représentations graphiques. – Minimum d'une fonction trinôme. – Séries statistiques à deux variables. 	<p>Thème 9</p>

Analyse

■ Suites numériques, modèles discrets	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none"> – Approche intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite, des opérations sur les limites, du passage à la limite dans les inégalités et du théorème des gendarmes. – Limite d'une suite géométrique de raison positive. – Limite de la somme des termes d'une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1. – Suites arithmético-géométriques. <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none"> – Modéliser un problème par une suite donnée par une formule explicite ou une relation de récurrence. – Calculer une limite de suite géométrique, de la somme des termes d'une suite géométrique de raison positive et strictement inférieure à 1. – Représenter graphiquement une suite donnée par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue d'un intervalle I dans lui-même. Conjecturer le comportement global ou asymptotique d'une telle suite. – Pour une récurrence arithmético-géométrique : recherche d'une suite constante solution particulière ; utilisation de cette suite pour déterminer toutes les solutions. <p>Démonstrations possible</p> <ul style="list-style-type: none"> – Limite des sommes des termes d'une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1. <p>Exemples d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Recherche de seuils. – Pour une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$, calcul des termes successifs. – Recherche de valeurs approchées de constantes mathématiques, par exemple π, $\ln 2$, $\sqrt{2}$. 	<p>1</p>
■ Fonctions : continuité, dérivabilité, limites, représentation graphique	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none"> – Notion de limite. Lien avec la continuité et les asymptotes horizontales ou verticales. Limites des fonctions de référence (carré, cube, racine carrée, inverse, exponentielle, logarithme). – Théorème des valeurs intermédiaires (admis). Cas des fonctions strictement monotones. – Réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle, représentation graphique. – Fonction logarithme népérien : réciproque de la fonction exponentielle. Limites, représentation graphique. Équation fonctionnelle. Fonction dérivée. – Fonction dérivée de $x \mapsto f(ax + b)$, $x \mapsto e^{u(x)}$, $x \mapsto \ln u(x)$, $x \mapsto u(x)^2$. <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calculer une fonction dérivée, calculer des limites. Dresser un tableau de variation. – Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser le calcul des limites, l'allure des courbes représentatives des fonctions inverse, carré, cube, racine carrée, exponentielle et logarithme. – Exploiter le tableau de variation pour déterminer le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$, pour résoudre une inéquation du type $f(x) \leq k$. – Déterminer des valeurs approchées, un encadrement d'une solution d'une équation du type $f(x) = k$. – Utiliser l'équation fonctionnelle de l'exponentielle ou du logarithme pour transformer une écriture, résoudre une équation, une inéquation. – Utiliser la relation $\ln q^n = n \ln q$ pour déterminer un seuil. <p>Démonstrations possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Relations $\ln(ab) = \ln a + \ln b$, $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$. – Calcul de la fonction dérivée du logarithme, en admettant sa dérivabilité. – Calcul de la fonction dérivée de $\ln u$, de $\exp u$. <p>Exemples d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Méthodes de recherche de valeurs approchées d'une solution d'équation du type $f(x) = k$: balayage, dichotomie, méthode de Newton. – Algorithme de Briggs pour le calcul de logarithmes. 	<p>2 4</p>



Analyse	
■ Primitives et équations différentielles	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none">– Sur des exemples, notion d’une solution d’équation différentielle.– Notion de primitive, en liaison avec l’équation différentielle $y' = f$. Deux primitives d’une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d’une constante. Exemples.– Équation différentielle $y' = ay + b$, où a et b sont des réels ; allure des courbes. <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none">– Vérifier qu’une fonction donnée est solution d’une équation différentielle.– Déterminer les primitives d’une fonction, en reconnaissant la dérivée d’une fonction de référence ou une fonction de la forme $2uu' e^u u'$ ou $\frac{u'}{u}$.– Résoudre une équation différentielle $y' = ay$. Pour une équation différentielle $y' = ay + b$: déterminer une solution particulière constante ; utiliser cette solution pour déterminer la solution générale. <p>Démonstrations possibles</p> <ul style="list-style-type: none">– Deux primitives d’une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d’une constante.– Résolution de l’équation différentielle $y' = ay$. <p>Exemples d’algorithme</p> <ul style="list-style-type: none">– Sur des exemples, résolution approchée d’une équation différentielle par la méthode d’Euler.	5
■ Fonctions convexes	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none">– Dérivée seconde d’une fonction.– Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes, équivalence admise, lorsque f est dérivable, avec la position par rapport aux tangentes.– Caractérisation admise par la croissance de f' la positivité de f''.– Point d’inflexion. <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none">– Reconnaître sur une représentation graphique une fonction convexe, concave, un point d’inflexion.– Étudier la convexité, la concavité, d’une fonction deux fois dérivable sur un intervalle.	3
■ Intégration	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none">– Définition de l’intégrale d’une fonction continue et positive sur $[a, b]$ comme aire sous la courbe. Notation $\int_a^b f(x) dx$. Relation de Chasles.– Valeur moyenne d’une fonction continue sur $[a, b]$. Approche graphique et numérique. La valeur moyenne est comprise entre les bornes de la fonction.– Approximation d’une intégrale par la méthode des rectangles.– Présentation de l’intégrale des fonctions continues de signe quelconque.– Théorème : si f est continue sur $[a, b]$, la fonction F définie sur $[a, b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ est dérivable sur $[a, b]$ et a pour dérivée f.– Calcul d’intégrales à l’aide de primitives : si F est une primitive de f, alors $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none">– Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne.– Calculer une intégrale, une valeur moyenne.– Calculer l’aire sous une courbe ou entre deux courbes.– Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d’une autre discipline. <p>Démonstration possible</p> <ul style="list-style-type: none">– Dérivée de $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ lorsque f est une fonction continue positive croissante. <p>Exemples d’algorithme</p> <ul style="list-style-type: none">– Méthode des rectangles, des trapèzes.– Méthode de Monte-Carlo pour un calcul d’aire.	6

Programme

Probabilités et statistique

Lois discrètes	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none"> – Loi uniforme sur $\{1, 2, \dots, n\}$. Espérance. – Épreuve de Bernoulli. Loi de Bernoulli : définition, espérance et écart-type. – Schéma de Bernoulli. Représentation par un arbre. – Coefficients binomiaux : définition (nombre de façons d'obtenir k succès dans un schéma de Bernoulli de taille n), triangle de Pascal, symétrie. – Variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. Interprétation : nombre de succès dans le schéma de Bernoulli. Expression, espérance et écart-type (admis). Représentation graphique. – Loi géométrique : définition, expression, espérance (admise), représentation graphique et propriété caractéristique (loi sans mémoire). <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none"> – Identifier des situations où une variable aléatoire suit une loi de Bernoulli, une loi binomiale ou une loi géométrique. – Déterminer des coefficients binomiaux à l'aide du triangle de Pascal. – Dans le cas où X suit une loi binomiale, calculer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, les probabilités des événements de type $P(X = k)$ ou $P(X \leq k)$, etc. Calculer explicitement ces probabilités pour une variable aléatoire suivant une loi géométrique. – Dans le cas où X suit une loi binomiale, déterminer un intervalle I pour lequel la probabilité $P(X \in I)$ est inférieure à une valeur donnée α, ou supérieure à $1 - \alpha$. – Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser l'espérance des lois précédentes. – Utiliser en situation la caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire. – Calculer des probabilités dans des situations faisant intervenir des probabilités conditionnelles, des répétitions d'expériences aléatoires. <p>Démonstrations possibles</p> <ul style="list-style-type: none"> – Espérance et écart-type d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli. – Espérance d'une variable aléatoire uniforme sur $\{1, 2, \dots, n\}$. – Espérance d'une variable aléatoire suivant une binomiale ($n \leq 3$). – Caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire. 	7
Lois à densité	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none"> – Notion de loi à densité à partir d'exemples. Représentation d'une probabilité comme une aire. Fonction de répartition $x \mapsto P(X \leq x)$. – Espérance et variance d'une loi à densité, expressions sous forme d'intégrales. – Loi uniforme sur $[0, 1]$ puis sur $[a, b]$. Fonction de densité, fonction de répartition. Espérance et variance. – Loi exponentielle. Fonction densité, fonction de répartition. Espérance, propriété d'absence de mémoire. <p>Capacités attendues</p> <ul style="list-style-type: none"> – Déterminer si une fonction est une densité de probabilité. Calculer des probabilités. – Calculer l'espérance d'une variable aléatoire à densité. <p>Exemples d'algorithme</p> <ul style="list-style-type: none"> – Simulation d'une variable de Bernoulli ou d'un lancer de dé (ou d'une variable uniforme sur un ensemble fini) à partir d'une variable aléatoire de loi uniforme sur $[0, 1]$. – Simulation du comportement de la somme de n variables aléatoires indépendantes et de même loi. 	8
Statistique à deux variables quantitatives	Dans le manuel
<p>Contenus</p> <ul style="list-style-type: none"> – Nuage de points. Point moyen. – Ajustement affine. Droite des moindres carrés. Coefficient de corrélation. – Ajustement se ramenant par changement de variable à un ajustement affine. – Application des ajustements à des interpolations ou extrapolations. <p>Capacités</p> <ul style="list-style-type: none"> – Représenter un nuage de points. – Calculer les coordonnées d'un point moyen. – Déterminer une droite de régression, à l'aide de la calculatrice, d'un logiciel ou par calcul. – Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser un ajustement pour interpoler, extrapoler. <p>Démonstration possible</p> <ul style="list-style-type: none"> – Droite des moindres carrés. 	9



Algorithmique et programmation

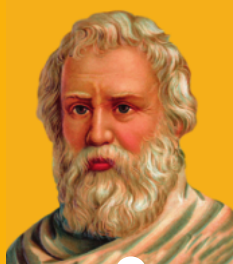
	Dans le manuel
La démarche algorithmique est, depuis les origines, une composante essentielle de l'activité mathématique. Au collège, en mathématiques et en technologie, les élèves ont appris à écrire, mettre au point et exécuter un programme simple. Les classes de seconde et de première ont permis de consolider les acquis du collège (notion de variable, type, de variables, affectation, instruction conditionnelle, boucle notamment), d'introduire et d'utiliser la notion de fonction informatique et de liste. En algorithmique et programmation, le programme de mathématiques complémentaires reprend les programmes des classes de seconde et de première sans introduire de notion nouvelle, afin de consolider le travail des classes précédentes. Les algorithmes peuvent être écrits en langage naturel ou utiliser le langage Python. On utilise le symbole « \leftarrow » pour désigner l'affectation dans un algorithme écrit en langage naturel. L'accent est mis sur la programmation modulaire qui permet de découper une tâche complexe en tâches plus simples. L'algorithmique trouve naturellement sa place dans toutes les parties du programme et aide à la compréhension et à la construction des notions mathématiques.	Tous les chapitres

Vocabulaire ensembliste et logique

	Dans le manuel
L'apprentissage des notations mathématiques et de la logique est transversal à tous les chapitres du programme. Aussi, il importe d'y travailler d'abord dans des contextes où ils se présentent naturellement, puis de prévoir des temps où les concepts et types de raisonnement sont étudiés, après avoir été rencontrés plusieurs fois en situation. Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire, et savoir utiliser les symboles de base correspondant : \in , \subset , \cap , \cup , ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Ils connaissent également la notion de couple. Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation des probabilités \bar{A} , ou la notation $E \setminus A$.	Dicomaths
Les élèves apprennent en situation à : <ul style="list-style-type: none">– reconnaître ce qu'est une proposition mathématique, à utiliser des variables pour écrire des propositions mathématiques ;– lire et écrire des propositions contenant les connecteurs « et », « ou » ;– formuler la négation de propositions simples (sans implication ni quantificateurs) ;– mobiliser un contre-exemple pour montrer qu'une proposition est fausse ;– formuler une implication, une équivalence logique, et à les mobiliser dans un raisonnement simple ;– formuler la réciproque d'une implication ;– lire et écrire des propositions contenant une quantification universelle ou existentielle (les symboles \forall et \exists ne sont pas exigibles). Le symbole de somme Σ est utilisé pour écrire concisément certaines expressions, mais son emploi comme outil de calcul n'est pas un objectif du programme.	Tous les chapitres

Analyse

Archimède de Syracuse
[287-212 av. J.-C.]



Au III^e siècle avant J.-C., Archimède s'intéresse à différents problèmes de mesures : longueur du cercle (problème de rectification), quadrature de la parabole, cubature des solides. Au cours des X^e et XI^e siècles, Ibn al-Haytham énonce les lois de la démarche scientifiques et calcule le volume d'un paraboloïde.

→ **Dicomaths** p. 294

Bonaventure Cavalieri
[1598-1647]



Au XVII^e siècle, Cavalieri invente une méthode de calcul d'aire et de volume portant son nom, ou méthode des indivisibles (déjà énoncée par Liu-Hui en 263 pour le calcul du volume d'un cylindre) et très utilisée par la suite par Roberval, Torricelli et Pascal.

→ **Dicomaths** p. 294

Grégoire de St Vincent
[1584-1667]



En 1647, Grégoire de Saint-Vincent utilise la méthode d'exhaustion pour tenter de résoudre le problème de la quadrature du cercle. À la même époque des scientifiques tels que Fermat, Huygens, Pascal

Mon parcours au lycée



Dans les classes précédentes

- J'ai étudié des fonctions de références (polynomiales, homographiques, exponentielles et trigonométriques), le concept de dérivée et ses applications quand aux variations d'une fonction.



En Terminale générale

- Je vais étudier la limite d'une suite numérique et approfondir mes connaissances sur les fonctions : limites, continuité, compléments sur la dérivation, convexité.
- Je vais découvrir la fonction logarithme ainsi que le lien entre primitives et intégrales.

Chapitre 1	Suites et modèles discrets	p. 14
Chapitre 2	Limites et continuité	p. 40
Chapitre 3	Convexité	p. 68
Chapitre 4	Fonction logarithme népérien	p. 90
Chapitre 5	Primitives et équations différentielles	p. 112
Chapitre 6	Calcul intégral	p. 138

Isaac Barrow
(1630-1677)



et Barrow montrent que les problèmes des aires et des tangentes sont inverses l'un de l'autre. En cela, ils montrent le lien entre calcul intégral et dérivation.

→ **Dicomaths** p. 294 p. 297

Isaac Newton
(1703-1727)



Au début du XVIII^e siècle, la querelle entre Newton et Leibniz concernant la découverte du calcul infinitésimal fait rage.

→ **Dicomaths** p. 297

Joseph Louis Lagrange
(1736-1813)



En 1797, Lagrange publie sa *Théorie des fonctions analytiques* dans laquelle il présente le calcul des variations d'Euler et les ajouts effectués par Legendre et lui-même.

→ **Dicomaths** p. 296

Augustin Louis Cauchy
(1789-1857)



En 1821, Cauchy définit dans son *Cours d'Analyse* la notion de limite et propose un cadre plus rigoureux du calcul différentiel.

→ **Dicomaths** p. 294

Domaines professionnels

- ✓ Un-e **économiste** utilisera la convexité afin de déterminer le moment où il y a accélération d'une production. Il résoudra également des équations différentielles pour étudier la loi de l'offre et de la demande concernant un produit.
- ✓ Un-e **concepteur·trice de manèges à sensations fortes** utilisera dérivation et convexité pour prévoir la vitesse et l'accélération de la cabine en différents endroits du parcours.
- ✓ Un-e **conseiller·ère) bancaire** utilisera les suites numériques pour calculer les intérêts d'un prêt, d'une épargne.
- ✓ Un-e **épidémiologiste** modélisera l'évolution de certaines maladies par des fonctions.
- ✓ Un-e **physicien·ne** utilisera également les primitives et les intégrales pour déterminer des équations horaires de mouvement à partir de l'accélération d'un solide.