DIAPORAMA
Calculs et automatismes
lienmini.fr/maths-c08-05

# Exercices calculs et automatismes

## 24 Calculer des probabilités (1)

$X$ est une variable aléatoire à densité sur [0 ; 10].
On sait que $p(X \geqslant 8) = 0{,}1$ et $p(X < 3) = 0{,}2$.
Déterminer les probabilités suivantes.
**a)** $p(X \geqslant 0)$ **b)** $p(X = 2)$ **c)** $p(X < 8)$ **d)** $p(3 \leqslant X \leqslant 8)$.

## 25 Calculer des probabilités (2)

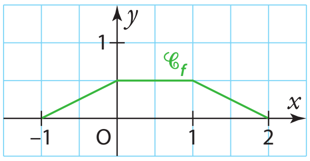
$X$ est une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité à densité $f$ sur [1 ; 9].

On sait que $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 0{,}14$ et $\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x = 0{,}48$.

Déterminer les probabilités suivantes.
**a)** $p(X \leqslant 7)$ **b)** $p(3 < X \leqslant 9)$

## 26 Densité de probabilité

Soit $f$ la fonction dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée ci-contre.




**L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse?** **V** **F**

$f$ est une densité de probabilité sur [–1 ; 2]. ☐ ☐

## 27 Densité sur un intervalle

On considère la fonction $f : x \mapsto 2x + 2$.

**Choisir la ( les) bonne(s) réponse(s).**
$f$ est une densité de probabilité sur :
**a** [0 ; 1] **b** [–1 ; 0] **c** [–1 ; 1] **d** [0 ; 2].

## 28 Identifier une probabilité

Soit $X$ la variable aléatoire à densité $f : x \mapsto 8x$ sur [0 ; 0,5].

**Choisir la ( les) bonne(s) réponse(s).**
La probabilité $p(X \in [0{,}1 ; 0{,}2])$ est égale à :
**a** 0,12 **b** 0,8 **c** 1,2 **d** 0,04

## 29 Loi uniforme et simulation TICE

Sur un tableur, l'instruction **=ALEA()** renvoie un nombre réel pris au hasard dans l'intervalle [0 ; 1].
La variable aléatoire $X$ prend pour valeur le résultat donné par cette instruction.
**1.** Quelle est la loi de probabilité suivie par $X$ ?
**2.** Déterminer la probabilité que $X$ prenne une valeur comprise entre 0,584 et 0,992
**3.** Quelle est l'espérance de $X$ ?

## 30 Loi uniforme

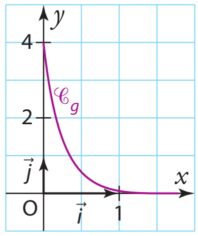
Une variable aléatoire $X$ suit la loi uniforme sur [0 ; 10].
**1.** Quelle est la fonction de densité associée à $X$ ?
**2.** Déterminer les probabilités suivantes .
**a)** $p(X > 9)$ **b)** $p(X \in [1 ; 4])$ **c)** $p(X \leqslant 2)$

## 31 Loi uniforme et coût

Loïc mange tous les midis à la cafétéria.
Son repas lui coûte à chaque fois entre 7 € et 9,50 €. On considère que le prix du repas de Loïc est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme.
Aujourd'hui il, part manger à la cafétéria.
**1.** Quelle est la probabilité que son repas lui coûte moins de 8,20 € ?
**2.** Quelle est la probabilité que le prix de son repas dépasse les 9 € ?
**3.** En moyenne, quelle somme dépense-t-il à chaque repas ?

## 32 Loi exponentielle (1)

Soit $X$ la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda$, dont la fonction de densité est représentée ci-contre.
**1.** Que vaut $\lambda$ ?
**2.** Déterminer l'espérance de $X$.




## 33 Loi exponentielle(2)

Une variable aléatoire $Y$ suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$. On sait que l'espérance de $Y$ est égale à 20.
**1.** Que vaut $\lambda$ ?
**2.** Déterminer les probabilités suivantes.
**a)** $p(Y > 25)$ **b)** $p(Y \in [5 ; 15])$ **c)** $p(Y \leqslant 20)$

## 34 Durée de vie d'un composant électronique

La durée de vie $D$ d'un composant électronique, en année, suit une loi exponentielle.
On sait que la probabilité qu'il tombe en panne au cours de la première année est égale à 0,1.
Déterminer les probabilités suivantes.
**a)** $p(D > 1)$ **b)** $p_{D>5}(D > 6)$

## 35 Loi exponentielle (3)

On considère une variable aléatoire $X$ suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}05$.

**Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses?** **V** **F**

**1.** La fonction de densité associée à cette loi est la fonction $f$ définie sur $[0 ;+\infty[$ par $f(t) = 0{,}05\mathrm{e}^{0{,}05t}$ ☐ ☐
**2.** L'espérance de $X$ est 20. ☐ ☐
**3.** La probabilité que $X$ soit supérieure à 100 est égale à $\dfrac{1}{\mathrm{e}^5}$. ☐ ☐

## Densité de probabilité et calcul de probabilité

Méthode 1 p. 199

**36** **1.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathrm{I} = [5\,;5{,}5]$ par $f(x) = 2$. Démontrer que $f$ est une densité de probabilité sur l'intervalle I.
**2.** Soit $X$ une variable à densité $f$ sur I.
Déterminer $p(X \in [5{,}1\,;5{,}3])$.

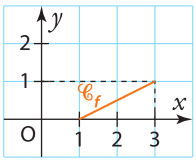
**37** **1.** Soit $g$ la fonction définie sur $\mathrm{I} = [0\,;\sqrt{2}\,]$ par $g(x) = x$.
Démontrer que $g$ est une densité de probabilité sur l'intervalle I.
**2.** Soit $X$ une variable à densité $g$ sur I. Déterminer $p(X \leqslant 1)$.

**38** **1.** Soit $h$ la fonction définie sur $\mathrm{I} = [1\,;\mathrm{e}]$ par $h(x) = \dfrac{1}{x}$.
Démontrer que $h$ est une densité de probabilité sur l'intervalle I.
**2.** Soit $X$ une variable à densité $h$ sur I. Déterminer $p(X > 2)$.

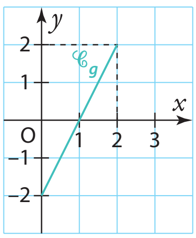
**39** Soit $f$ la fonction définie sur $[1\,;2]$ par $(x) = \dfrac{3}{7}x^2$.
$f$ est-elle une densité de probabilité sur l'intervalle $[1\,;2]$ ?

**40** Soit $g$ la fonction définie sur $[0\,;3]$ par $g(x) = x - 1$.
**1.** Calculer $\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x$.
**2.** $g$ est-elle une densité de probabilité sur $[0\,;3]$ ?

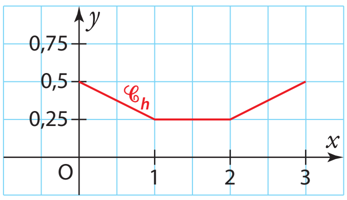
**41** Soit $f$ une fonction définie sur $[1\,;3]$ dont la courbe est représentée dans le repère ci- contre.
$f$ est-elle une densité de probabilité sur l'intervalle $[1\,;3]$ ?




**42** Soit $g$ une fonction définie sur $[0\,;2]$ dont la courbe est représentée dans le repère ci-contre.
**1.** $g$ est-elle une densité de probabilité sur l'intervalle $[0\,;1]$ ?
**2.** $g$ est-elle une densité de probabilité sur $[1\,;2]$ ?




**43** On considère une fonction $h$ définie sur $[0\,;3]$, dont la courbe est représentée dans le repère suivant.




**1.** Démontrer que $h$ est une densité de probabilité sur $[0\,;3]$.
**2.** Soit $X$ la variable aléatoire à densité $h$ sur $[0\,;3]$.
Déterminer $p(X \leqslant 2)$.

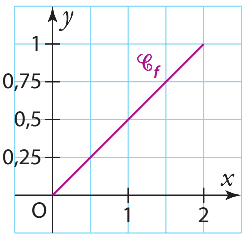
**44** La fonction $f$ définie par $f(x) = 0{,}1$ est une densité de probabilité sur $[2\,;12]$. Soit $X$ la variable aléatoire à densité $f$ sur $[2\,;12]$. Calculer les probabilités suivantes.
**a)** $p(X \geqslant 6)$ **b)** $p(X \in [3\,;10])$

**45** La fonction $f$ définie par $f(x) = x + \dfrac{1}{2}$ est une densité de probabilité sur $[0\,;1]$.
Soit $X$ la variable aléatoire à densité $f$ sur $[0\,;1]$.
**1.** Déterminer la fonction de répartition $F$ de la variable aléatoire $X$.
**2.** Calculer $F\left(\dfrac{1}{2}\right)$.
Interpréter le résultat en termes de probabilités.

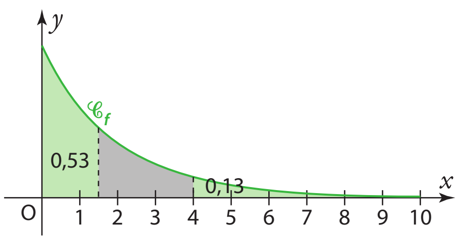
**46** La fonction $g$ définie par $f(x) = \dfrac{3}{2}(x^2 - x)$ est une densité de probabilité sur $[0\,;2]$.
Soit $X$ la variable aléatoire à densité $f$ sur $[0\,;2]$.
**1.** Déterminer la fonction de répartition $F$ de la variable aléatoire $X$.
**2.** Calculer $F\left(\dfrac{1}{2}\right)$.
Interpréter le résultat en termes de probabilités.

**47** La fonction $h$ définie par $h(x) = \dfrac{1}{x^2}$ est une densité de probabilité sur $\left[\dfrac{2}{3}\,;2\right]$. Soit $X$ la variable aléatoire qui suit la loi à densité $h$ sur $\left[\dfrac{2}{3}\,;2\right]$.
Calculer les probabilités suivantes.
**a)** $p(X \leqslant 1)$ **b)** $p\left(1 < X \leqslant \dfrac{5}{3}\right)$

**48** Soit $X$ la variable aléatoire suivant la loi de densité $f$ sur $[0\,;2]$ où $f$ est la fonction dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée ci-contre .
**1.** Déterminer $p(X \in [0\,;1])$.
**2.** En déduire $p(X \in [1\,;2])$.
**3.** Déterminer $p(X \in [0{,}5\,;1{,}5])$




**49** Soit $X$ la variable aléatoire suivant la loi de densité $f$ sur $[0\,;10]$ où $f$ est la fonction dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée ci-dessous. Déterminer :
**a)** $p(X > 1{,}5)$ **b)** $p(X \leqslant 4)$ **c)** $p(1{,}5 \leqslant X \leqslant 4)$




**50** On considère la fonction $h$ de l'exercice **43** .
Soit $X$ la variable aléatoire qui suit la loi à densité $h$ sur $[0\,;3]$.
Calculer les probabilités suivantes.
**a)** $p(X \in [0\,;1])$ **b)** $p(X \in [1\,;2])$ **c)** $p(X \in [2\,;3])$

## Espérance et variance d'une variable aléatoire

Méthode 2 p. 201

**51** Dans chaque cas suivant, calculer l'espérance $E(X)$ et la variance $V(X)$ de la variable aléatoire $X$.

**a)** $X$ suit la loi de densité $f$ définie par $f(x) = 2$ sur $\mathrm{I} = [5 ; 5{,}5]$.

**b)** $X$ suit la loi de densité $g$ définie par $g(x) = x$ sur $\mathrm{I} = [0 ; \sqrt{2}]$.

**c)** $X$ suit la loi de densité $h$ définie par $h(x) = \dfrac{1}{x}$ sur $\mathrm{I} = [1 ; \mathrm{e}]$.

**52** On considère la densité de probabilité $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$ sur $I = \left[\dfrac{1}{2} ; 1\right]$.

$X$ est la variable aléatoire à densité $f$ sur I.

Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

## Loi uniforme

Méthode 3 p. 201 Méthode 4 et Méthode 5 p. 203

**53** $X$ est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

**1.** Quelle est la probabilité de l'évènement : « $X > 0{,}2$ » ?

**2.** Calculer $p\left(\dfrac{1}{3} \leqslant X \leqslant \dfrac{4}{7}\right)$.

**3.** Déterminer l'espérance et la variance de $X$.

**54** Sur le chemin du retour du lycée, Wissam a perdu un gant qui se trouvait dans sa poche.
Arrivé chez lui, il s'en rend compte et refait le chemin inverse pour le retrouver. La distance qui sépare sa maison de son lycée fait 1 km et on suppose que personne n'a ramassé son gant entre-temps. Quelle est la probabilité qu'il retrouve son gant :

**a)** avant d'avoir parcouru 0,5 km ?

**b)** à plus de 0,25 km de chez lui ?

**55** On choisit au hasard un nombre réel dans l'intervalle $[120 ; 175]$. Déterminer la probabilité que ce nombre soit :

**a)** égal à 150.

**b)** compris entre 120 et 125.

**c)** inférieur à 170.

**56** $T$ est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $\left[\dfrac{2}{9} ; \dfrac{8}{9}\right]$.

**1.** Calculer les probabilités des événements suivants.

**a)** $T = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ **b)** $T \in \left[\dfrac{1}{3} ; \dfrac{2}{3}\right]$

**c)** $T < \dfrac{1}{2}$ **d)** $T \geqslant \dfrac{8}{9}$

**2.** Déterminer l'espérance et la variance de $T$.

**57** Julie rend visite à sa mère tous les dimanches après-midi. Son heure d'arrivée est aléatoire mais uniformément comprise entre 14 h 00 et 15 h 00.
Sa mère, impatiente, est dans l'attente dès que la pendule sonne 14h00.

**1.** Quelle est la probabilité qu'elle l'attende moins de dix minutes ?

**2.** Quelle est la probabilité qu'elle l'attende plus de quinze minutes ?

**3.** En moyenne pendant combien de temps sa mère l'attend-elle ?

**58** Pierre fait des courses tous les samedis matin dans un supermarché. Le temps qu'il met pour faire ses courses est toujours compris entre 1 h 10 min et 1 h 45 min.
Ce samedi matin il arrive dans le magasin à 11 h 25.
Quelle est la probabilité qu'il ait fini ses courses avant 13 h 00 ?

## Loi exponentielle

Méthode 6 et Méthode 7 p. 205

**59** $Y$ est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}4$.

**1.** Déterminer les valeurs exactes des probabilités des évènements suivants, puis donner une valeur approchée à $10^{-4}$ près.

**a)** $Y \in [0 ; 6]$ **b)** $Y \in [3 ; +\infty[$

**c)** $Y \in ]1 ; 2[$ **d)** $Y \in ]1 ; 2[ \cup [3 ; +\infty[$

**2.** Déterminer $p_{(Y>5)}(Y > 15)$ et donner une valeur approchée à $10^{-4}$ près.

**3.** Déterminer l'espérance de $Y$.

**60** $X$ est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

**1.** Sachant que l'espérance de $X$ est égale à $\dfrac{1}{2}$, déterminer la valeur du paramètre $\lambda$.

**2.** Déterminer les probabilités suivantes, à $10^{-2}$ près.

**a)** $p(X \leqslant 0{,}8)$ **b)** $p(X > 1)$ **c)** $p(0{,}1 < X < 0{,}2)$

**3.** Déterminer $p_{(X>0{,}5)}(X \geqslant 2)$ et donner une valeur approchée à $10^{-4}$ près.

**61** La durée de vie, en années, d'un appareil est une variable aléatoire $T$ qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}09$.

**1.** Déterminer la probabilité que l'appareil ait une durée de vie supérieure à 8 ans.

**2.** Sachant que l'appareil a déjà fonctionné pendant 5 ans sans panne, quelle est la probabilité que l'appareil ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

**3.** Quelle est la durée de vie moyenne d'un appareil ?

# Exercices d'entraînement

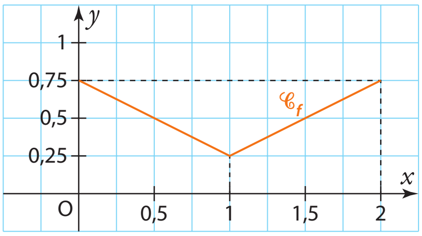
## Loi à densité

**62** **Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.**

| | V | F |
|---|---|---|
| **a)** La fonction $h$ définie sur $I = [-2 ; -1]$ par $h(x) = \dfrac{2}{x^2}$ est une densité de probabilité sur I. | ☐ | ☐ |
| **b)** La fonction $g$ définie sur $J = [0 ; \ln(2)]$ par $g(x) = 2e^{-x}$ est une densité de probabilité sur J. | ☐ | ☐ |

**63** Soit $f$ la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x)$.
**1.** Montrer que la fonction $F : x \mapsto x\ln x - x$ est une primitive de $f$ sur $]0 ; +\infty[$.
**2.** En déduire que la fonction $f$ est une densité de probabilité sur l'intervalle $[1 ; e]$.

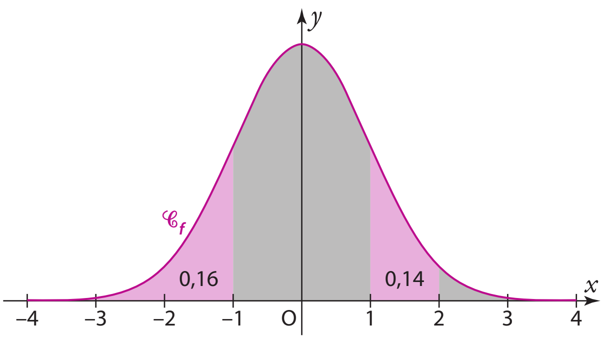
**64** Soit $f$ une fonction définie sur $[0 ; 2]$ dont la courbe est représentée dans le repère ci-contre.




**1.** Reproduire la figure.
**2.** Montrer que $f$ est une densité de probabilité sur $[0 ; 2]$.
**3.** Soit $X$ la variable aléatoire à densité $f$.
Représenter, sur le graphique, le domaine correspondant à :
**a)** $p\left(X \in \left[\dfrac{1}{2} ; \dfrac{3}{2}\right]\right)$ **b)** $p\left(X \leqslant \dfrac{1}{2}\right)$
**4.** Déterminer les probabilités précédentes.

**65** Soit $f$ la fonction définie sur $I = [2 ; 5]$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{39}$.
**1.** Démontrer que $f$ est une densité de probabilité sur I.
**2.** Soit $X$ la variable aléatoire qui suit la loi à densité $f$ sur $[2 ; 5]$
**a)** Calculer $p(X > 3)$ **b)** Calculer $p(3 \leqslant X \leqslant 4)$
**3.** Déterminer l'espérance de $X$.

**66** Soit $X$ la variable aléatoire suivant la loi de densité $f$ sur $[-4 ; 4]$ où $f$ est la fonction dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée ci-dessous.
**1.** Sachant que $f$ est paire, que peut-on dire de $p(X \leqslant 0)$ et $p(X \geqslant 0)$ ? En déduire $p(-1 \leqslant X \leqslant 0)$.
**2.** Déterminer $p(-1 \leqslant X \leqslant 2)$




**67** **1.** Soit $f$ la fonction définie sur $I = [0 ; 4]$ par $f(x) = \dfrac{1}{4\sqrt{x}}$.
Montrer que $f$ est une densité de probabilité sur I.
**2.** Dans une certaine population on a pu établir que le temps passé par jour sur les réseaux sociaux était une variable aléatoire $X$ qui suivait la loi de densité $f$. On choisit au hasard une personne dans la population.
**a)** Quelle est la probabilité qu'elle passe quotidiennement plus de deux heures sur les réseaux sociaux ?
**b)** Quelle est la probabilité qu'elle passe quotidiennement moins d'une heure sur les réseaux sociaux ?
**3. a)** On considère la fonction $g : x \mapsto \dfrac{x}{4\sqrt{x}}$ définie sur I.
Montrer que la fonction $G : x \mapsto \dfrac{1}{6}x\sqrt{x}$ est une primitive de $g$ sur I.
**b)** Déterminer le temps moyen passé quotidiennement sur les réseaux sociaux par une personne de cette population.

## Loi de probabilité sur $[a ; +\infty[$ ou sur $]-\infty ; a]$

Méthode 8 p. 206

**68** $g$ est la fonction définie sur $I = [1 ; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{3}{x^4}$.
**1.** Justifier que la fonction $g$ est une densité de probabilité sur I.
**2.** Soit $X$ la variable aléatoire à densité $g$ sur I.
Déterminer l'espérance de $X$.

**69** **1.** Soit $h : x \mapsto e^{-0,1x}$ une fonction définie sur un intervalle I de la forme $[a ; +\infty[$ où $a$ est un réel.
Déterminer la valeur exacte du réel a telle que $h$ soit une densité de probabilité sur I.
**2.** Soit $X$ la variable aléatoire à densité $h$ sur I.
**a)** On considère la fonction $g$ définie sur I par $g(x) = xe^{-0,1x}$.
Montrer que la fonction $G : x \mapsto (-10x - 100)e^{-0,1x}$ est une primitive sur I de la fonction $g$.
**b)** En déduire l'espérance $E(X)$.

**70** $f$ est la fonction définie sur $I = \left]-\infty ; -\dfrac{3}{2}\right]$ par $f(x) = \dfrac{-9}{2x^3}$.
**1.** Justifier que la fonction $f$ est une densité de probabilité sur I.
**2.** Soit $X$ la variable aléatoire à densité $f$ sur I.
Déterminer l'espérance de $X$.

## Loi uniforme

**71** Tous les jours à 16 h 00, Paul joue à un jeu en ligne avec deux amis. La durée $D$, en minutes, pour réunir les trois joueurs est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[10 ; 80]$.

**1.** Déterminer la probabilité que les trois joueurs soient réunis avant 16h30.
**2.** Calculer l'espérance de $D$. Interpréter ce résultat.

**72** $X$ est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.
**1.** Quelle est la fonction de densité associée à cette variable aléatoire ?
**2.** Calculer $p(X \leqslant 0)$ et $p\left(X \in \left[-\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{4}\right]\right)$
**2.** Déterminer l'espérance et la variance de $X$.

**73** Sur un tableur, on utilise l'instruction TICE
=5*ALEA()–1. La variable aléatoire $X$ prend pour valeur le résultat donné par cette instruction.
**1.** Démontrer que l'ensemble des valeurs prises par $X$ est l'intervalle $[-1 ; 4]$. Quelle loi de probabilité suit la variable $X$ ?
**2.** Calculer la probabilité que la valeur prise par $X$ soit :
**a)** inférieure à 3. **b)** comprise entre 0 et 2.

**74** Le temps d'attente $T$, en minutes, à un guichet de banque suit une loi uniforme sur $[10 ; 30]$.
**1.** Une personne attend depuis un quart d'heure. Quelle est la probabilité qu'elle doive encore attendre plus de 10 minutes ?
**2. a)** Soit $t$ un réel compris entre 10 et 30. Exprimer $p(X \leqslant t)$ en fonction de $t$.
**b)** Pour quelle valeur de $t$ la probabilité d'attendre moins de $t$ minutes est supérieure ou égale à 90 % ?

**75** Deux amis, Adam et Maël, ont rendez-vous le même jour avec un conseiller d'orientation après les cours. Thème 8
Adam arrive à 16 h 30 tandis que Maël arrive au hasard entre 16 h 00 et 17 h 00.
Soit $H$ la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée de Maël.
**1.** Quelle loi suit la variable aléatoire H ?
**2.** Déterminer la probabilité pour qu'Adam attende Maël plus de dix minutes.
**3.** Sachant que Maël est arrivé avant Adam, quelle est la probabilité que Maël attende Adam plus de dix minutes ?

## Paramètres *a* et *b* d'une loi uniforme

Méthode 10 p. 207

**76** $X$ est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1 ; b]$ où $b$ est un réel supérieur à 1.
On sait que $p(X \leqslant 2) = \frac{2}{5}$. Déterminer le réel $b$.

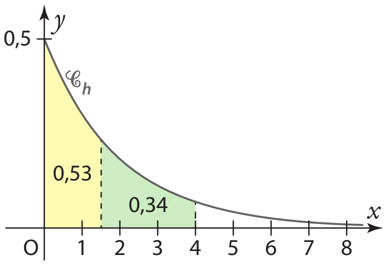
**77** $X$ est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[a ; b]$ où $a$ et $b$ sont des réels tels que $a < b$.
On sait que $E(X) = V(X) = 12$.
Déterminer les réels $a$ et $b$.

**78** $X$ suit une loi uniforme sur l'intervalle $[a ; b]$.

| **Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?** | **V** | **F** |
|---|---|---|
| **a)** Si $a = -6$ et $b = 6$ alors $V(X) = 12$. | ☐ | ☐ |
| **b)** Si $E(X) = 10$ alors $a = 5$ et $b = 15$. | ☐ | ☐ |
| **c)** Si $a = 3$ et $b = 4$ alors $E(X) = \frac{1}{2}$. | ☐ | ☐ |
| **d)** Si $E(X) = 10$ et $V(X) = \frac{4}{3}$ alors $a = 8$ et $b = 12$. | ☐ | ☐ |

## Loi exponentielle

**79** On considère la fonction $h$ définie sur $I = [0 ; +\infty[$ par $h(t) = 0{,}5e^{-0{,}5t}$ dont la courbe est représentée sur le graphique suivant.

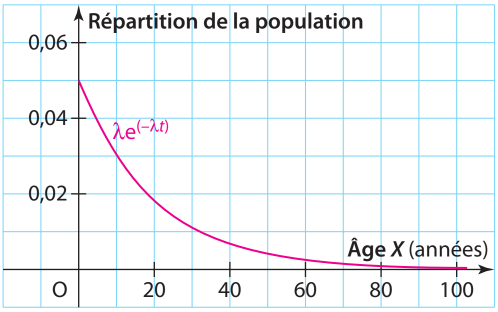



Soit $X$ la variable aléatoire suivant la loi de densité $h$ sur $[0 ; +\infty[$.
**a)** Déterminer la valeur exacte de $p(X \leqslant 1{,}5)$ et vérifier qu'elle correspond à la valeur approchée indiquée sur le graphique.
**b)** Même question pour $p(1{,}5 \leqslant X \leqslant 4)$.
**c)** En déduire la valeur exacte et une valeur approchée de $p(X > 4)$.

**80** La durée de vie $D$, en années, d'un appareil électronique est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle. La probabilité que cet appareil fonctionne encore après 4 ans est de 0,8. Calculer la durée de vie $x$ pour laquelle la probabilité qu'il fonctionne encore soit de 0,5. On arrondira le résultat au dixième. Thème 8

# Exercices d'entraînement

**81** La répartition de la population d'un pays suivant l'âge de ses habitants a été approchée par la courbe suivante. Soit $X$ la variable aléatoire représentant l'âge d'un habitant choisi au hasard dans cette population. En considérant que la population de ce pays est très grande, on admet que la loi de probabilité suivie par $X$ peut être approchée assez précisément par une loi à densité.




**1.** D'après les indications du graphique et sachant que l'aire totale sous la courbe est égale à 1, conjecturer la loi de probabilité suivie par $X$.

**2.** En déduire une valeur approchée de l'âge moyen de cette population.

**3.** Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population ait un âge compris entre 20 et 30 ans ?

## Paramètre $\lambda$ d'une loi exponentielle

Méthode 9 p. 207

**82** Une variable aléatoire $T$ suit une loi exponentielle (de paramètre $\lambda > 0$), telle que $p(X \geqslant 10) = 0,1$ déterminer le paramètre $\lambda$ de la loi.

**83** Thème 8

La durée de vie, en années, d'un atome de carbone 14 peut être modélisée par une variable aléatoire $X$ suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda$.

On appelle demi-vie de cet atome le réel t tel que la probabilité qu'il se désintègre avant t années soit égale à $\frac{1}{2}$.

On sait que la demi-vie du carbone 14 est égale à 5 730 ans.

**1.** Calculer le paramètre $\lambda$ de la loi modélisant la durée de vie $X$ du carbone 14.

**2.** Dans la suite on prendra $\lambda = 12 \times 10^{-5}$.

Calculer la probabilité qu'un atome de carbone 14 se désintègre avant 2000 ans

**3.** Quelle est la probabilité que la durée de vie du carbone 14 soit supérieure à deux demi-vies ?

**4.** Déterminer la valeur de $x$ telle que $p(X > x) = 0,01$.

Interpréter ce résultat.

**84** **1.** Résoudre l'équation $e^{-\lambda} - e^{-2\lambda} = 0,16$.

**Coup de pouce** On pourra utiliser le changement de variable $X = e^{-\lambda}$.

**2.** Une variable aléatoire $X$ suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$ tel que $0 < \lambda < 1$. Sachant que $p(1 < X < 2) = 0,16$, déterminer la valeur exacte de $p(X \leqslant 1)$.

## Simulation avec les lois continues

**85** Algo Thème 7

Dans un programme **Python**, on utilise l'instruction `3*random.random()+6` afin de générer un nombre aléatoire. On considère la variable aléatoire $Q$ qui prend pour valeur le résultat donné par cette instruction.

**1.** Démontrer que l'ensemble des valeurs prises par $Q$ est l'intervalle [6 ; 9]. Quelle loi de probabilité suit la variable $Q$ ?

**2.** Calculer la probabilité que la valeur prise par $Q$ soit :

**a)** inférieure à 6,54. **b)** comprise entre 7,251 et 8,641.

**86** Algo

Une variable aléatoire $X$ suit une loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 5].

**1.** Déterminer l'espérance de $X$.

**2.** On considère l'algorithme suivant en **Python**.

Décrire ce que fait cet algorithme.

```
import random
s=0
for i in range(10000):
   x=5*random.random()
   s=s+x
print (s/10000)
```

**3.** Peut-on prévoir approximativement le résultat qui s'affichera en sortie de cet algorithme ?

**4.** Programmer cet algorithme sur une calculatrice ou un ordinateur, puis le faire fonctionner.

Cela confirme-t-il la réponse à la question précédente ?

**87** Algo

Voici un programme **Python**

```
import math

def exponF(k,x):
   return (1-math.exp(-k/x))

def loiexpo(k):
   l= []
   for i in range(1,10):
      l.append(exponF(k,i))
      return l
```

**1.** À quelle fonction du cours correspond la fonction `exponF(k,x)` définie dans le programme ?

**2.** Que fait la fonction `loiexpo(k)` ?

**3.** Tester ce programme sur la calculatrice ou sur l'ordinateur. Comparer `loiexpo(0,5)` et `loiexpo(0,2)`.

Que peut-on dire ?

## Utiliser plusieurs lois de probabilité

**88** Un gérant de laverie automatique achète et installe cinq sèche-linge. La durée de vie d'un sèche-linge, en années, est une variable aléatoire $T$ qui suit une loi exponentielle d'espérance $E(T) = 4$

**1.** Déterminer la valeur exacte de la probabilité qu'un sèche-linge ait une durée de vie de moins d'un an.

**2.** On appelle $X$ le nombre de sèche-linge qui tombent en panne la première année.
On considère que la durée de vie d'un sèche-linge est indépendante des autres sèche-linge.

**a)** Quelle loi de probabilité est suivie par $X$ ?

**b)** Quelle est la probabilité qu'il y ait un sèche-linge, et un seul, qui tombe en panne la première année ?

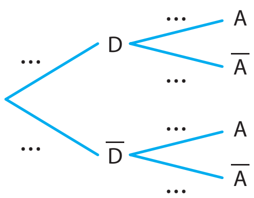
**c)** Quelle est la probabilité qu'au moins deux sèche-linge tombent en panne la première année ?

**3.** Le vendeur de sèche-linge prétend que la probabilité d'avoir au moins un sèche-linge en état de fonctionnement à la fin de la première année est supérieure à 99 %.
Que pensez-vous de cette affirmation ?

Thème 8

**89** La durée de vie, en heure, d'une ampoule halogène est une variable aléatoire $D$ qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}005$.
On met en service 8 ampoules en même temps.
Soit $X$ la variable aléatoire qui indique le nombre d'ampoules qui fonctionnent encore après 300 heures d'utilisation.
Déterminer une valeur approchée à $10^{-4}$ près de la probabilité qu'au moins 6 ampoules fonctionnent encore après 300 heures d'utilisation.

**90** Une usine fabrique des composants d'ordinateurs. Parmi eux, 5% présentent un défaut.
La durée de vie $X_1$, en heures, d'un composant sans défaut suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_1 = 0{,}0001$ tandis que celle, notée $X_2$, d'un composant présentant un défaut suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_2 = 0{,}0004$.
On choisit au hasard un composant dans la production de l'usine.
Soit D l'événement : « Le composant présente un défaut. »
Soit A l'événement : « Le composant a une durée de vie supérieure à 2 000 h ».




**1.** Calculer $p_D(A)$ et $p_{\overline{D}}(A)$.

**2.** Compléter l'arbre ci-contre.

**3.** Déterminer $p(A)$.

**4.** On récupère dans un ordinateur l'un des composants fabriqués dans l'usine, ce composant fonctionne toujours, après 2 000 heures d'utilisation.
Quelle est la probabilité qu'il présente un défaut ?

**91** **A ▶** Un artisan peintre travaille sur un chantier situé à la périphérie d'une grande ville.
Il arrête de peindre à 16h00 mais il doit toujours prévoir un temps de rangement avant de repartir en voiture pour rentrer chez lui.
Ce temps dure en moyenne une demi-heure, et peut être considéré comme une variable aléatoire $T$, exprimée en heures, qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

**1.** Justifier que le paramètre $\lambda$ de la loi exponentielle est égal à 2.

**2.** Calculer la probabilité qu'il quitte le chantier avant 16h30 ?

**3.** Calculer la probabilité qu'il parte après 17h00 ?

**B ▶** Si l'artisan part avant 16h30, il évite les embouteillages sur sa route de retour et peut rentrer sans encombre chez lui. Sinon il doit changer d'itinéraire de retour pour ne pas perdre trop de temps et emprunter une autoroute à péage.

**1.** Quelle est la probabilité qu'il emprunte l'autoroute payante ?

**2.** Son chantier doit durer 30 jours au total.
Le nombre de jours où il doit emprunter l'autoroute payante est une variable aléatoire que l'on appellera $N$.

**a)** Quelle loi de probabilité est associée à $N$ ? Justifier.

**b)** Déterminer l'espérance de $N$.

**C ▶** Le coût d'un trajet sans péage est égal à 17 €, et un trajet par l'autoroute payante coûte 26 €.
Le coût total de ces 30 trajets-retours jusqu'à la fin du chantier est une variable aléatoire que l'on notera $C$.

**1.** Exprimer $C$ en fonction de $N$.

**2.** Dans le devis présenté au client, l'artisan a prévu de facturer 600 € pour l'ensemble des 30 trajets-retours. Peut-il espérer dépenser moins que ce qu'il va facturer ? Justifier.

**92** Sur une portion d'autoroute de 200 km sont placées des bornes d'appel d'urgence tous les 2 km. Des pannes ou accidents peuvent survenir au hasard en tout point de ce tronçon. La variable aléatoire $X$ qui prend pour valeur le kilométrage précis du lieu de la panne suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 200]$.
Max roule sur cette portion d'autoroute.

**1. a)** Quelle est la probabilité qu'il tombe en panne à exactement 1 km d'une borne d'appel d'urgence ?

**b)** Quelle est la probabilité qu'il tombe en panne à moins d'un kilomètre d'une borne d'appel d'urgence ?

**c)** Déterminer la probabilité $p(120 \leqslant X \leqslant 160)$.
Décrire ce résultat dans le contexte.

**2.** Finalement, Max tombe en panne pile devant la borne SOS située au kilomètre 160 et il appelle les secours. Le temps d'attente, en secondes, avant de joindre un correspondant est une variable aléatoire $T$ qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}04$.

**a)** Au bout de combien de secondes Max peut-il espérer obtenir son correspondant ?

**b)** Calculer la probabilité qu'il attende moins de 10 secondes.

**c)** Calculer la probabilité qu'il attende plus d'une minute.

# Exercices bilan

## 93 Probabilité sur le poids des cartables

**1.** Soit $f$ la fonction définie sur $I = [2\,;6]$ par $f(x) = \dfrac{1}{8}x - \dfrac{1}{4}$.

Montrer que $f$ est une densité de probabilité sur l'intervalle I.

**2.** Soit $P$ la variable aléatoire qui, à chaque enfant en CP, associe le poids de son cartable, en kilogrammes. On admet que $P$ suit une loi de probabilité continue sur I dont la fonction de densité est la fonction $f$ définie dans la question précédente.

**a)** On choisit au hasard un enfant.
Déterminer la probabilité que le poids de son cartable soit compris entre 3 kg et 4 kg.

**b)** Déterminer le poids moyen du cartable d'un enfant de CP.

## 94 Temps d'attente pour accorder un piano

Antoine un accordeur de piano devant gérer des déplacements, ainsi que des temps de travail, trèsaléatoires, préfère donner une plage horaire indicative de deux heures à chacun de ses clients. Ainsi il a prévenu sa cliente, Isolde, qu'il arriverait entre 13h00 et 15h00. On note $H$ la variable aléatoire correspondant au temps d'attente d'Isolde.
On admet que H suit une loi uniforme.

**1.** Déterminer la fonction de densité de la loi uniforme suivie par $H$.

**2.** Déterminer la probabilité qu'Isolde attende plus d'une demi-heure ?

**3.** Quelle est la probabilité qu'Isolde arrive :

**a)** à 14h00 ? **b)** avant 13h15 ?

**c)** entre 13h30 et 14h00 ? **d)** après 14h20 ?

**4.** A 14h15, Antoine n'est toujours pas arrivé. Quelle est la probabilité qu'il arrive dans plus de 5 minutes ?

**5.** Il est maintenant 14h30 et Isolde doit impérativement partir à son travail à 14h50. Quelle est la probabilité qu'Antoine arrive avant le départ d'Isolde?

**6.** Quel est le temps d'attente moyen d'un client d'Antoine ?

## 95 Durée de vie d'un spectomètre Physique

La responsable du laboratoire de Physique d'un lycée a acheté un spectromètre en septembre 2012.
On admet que la durée de vie d'un spectromètre peut être modélisée par une variable aléatoire $X$ qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$. On sait que la probabilité qu'un spectromètre fonctionne plus de 8 ans est égale à 0,42.

**1.** Déterminer la valeur exacte du paramètre $\lambda$ et montrer qu'une valeur approchée de $\lambda$ à $10^{-2}$ près est égale à 0,11. On utilisera cette valeur dans la suite de l'exercice.

**2.** Calculer $p(X \leqslant 10)$ et interpréter le résultat.

**3.** Quelle est la probabilité que le spectromètre fonctionne encore en septembre 2020 ?

**4.** Quelle est la probabilité que la durée de vie du spectromètre soit comprise entre 10 ans et 12 ans ?

**5.** Au mois de septembre 2020, le spectromètre fonctionne toujours. Mais, inquiète des risques de dysfonctionnement de cet appareil durant l'année scolaire, la responsable du labo calcule la probabilité qu'il fonctionne encore au mois de mars 2021. Quel résultat trouve t-elle ? Est-ce rassurant ?

**6.** Donner une estimation de la durée de vie moyenne d'un spectromètre.

## 96 Utilisation et durée de vie d'une console

**A.** Gaby, pour ses 10 ans, a reçu une console. Elle ne peut y jouer que le dimanche. En étudiant les statistiques de connexion données par la console, sa mère a remarqué que Gaby y joue en moyenne pendant 2 heures et au minimum 30 minutes. On admet que son temps de jeu $T$, en heures, chaque dimanche, est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme $U([a\,;b])$.

**1.** Déterminer l'intervalle $[a\,;b]$ qui correspond à la situation étudiée.

**2.** Un dimanche sa mère la chronomètre au moment où elle commence à jouer.

**a)** Calculer la probabilité que Gaby joue pendant plus de trois heures.

**b)** Trouver un intervalle de la forme $[2 - x\,;2 + x]$ où $x$ est un réel tel que $p(T \in [2 - x\,;2 + x]) = 0{,}90$ et interpréter le résultat dans la situation de l'énoncé.

**B.** On considère que la durée de vie $D$, en années, de la console de Gaby est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle $E(\lambda)$.

**1.** On sait qu'en moyenne ce type de consoles tombent en panne au bout de 5 ans et demi. En déduire la valeur exacte du paramètre $\lambda$.

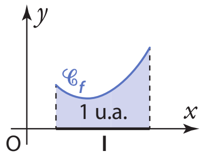
**2.** Calculer $p(D \leqslant 4)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**3.** Le jour de ses 12 ans, Gaby décide de donner sa console à son petit frère Léo. Calculer la probabilité pour que Léo puisse y jouer encore pendant au moins 1 an avant qu'elle ne fonctionne plus. Arrondir le résultat au millième.

## Densité de probabilité

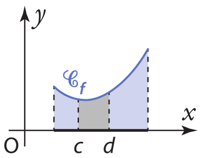
La densité de probabilité est une fonction $f$ définie sur un intervalle I telle que :

- $f$ est **continue** sur I.
- $f$ est **positive** sur I.
- $\int_I f(x)\,\mathrm{d}x = 1$.




## Variable aléatoire $X$ et calcul de probabilité

$p(X \in [c\,;d]) = \int_c^d f(x)\,\mathrm{d}x$

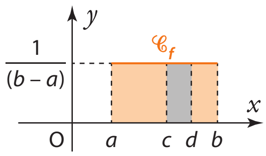



## Espérance et variance

- Espérance : $E(X) = \int_I x f(x)\,\mathrm{d}x$
- Variance : $V(X) = \int_I (x - E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

## Loi uniforme sur $[a\,;b]$

- Densité : $f(x) = \dfrac{1}{b-a}$
- Probabilité : $p(X \in [c\,;d]) = \dfrac{d-c}{b-a}$
- Espérance : $E(X) = \dfrac{a+b}{2}$
- Variance : $V(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

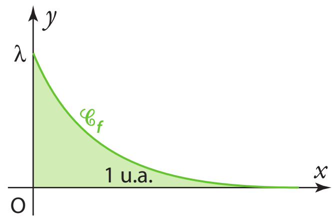



## Loi uniforme sur $[0\,;1]$

- Probabilité : $p(X \in [c\,;d]) = d - c$
- Espérance : $E(X) = \frac{1}{2}$
- Variance : $V(X) = \dfrac{1}{12}$

## Loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$

- Densité : $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ sur $[0\,;+\infty[$
- Probabilités :
  - $p(X \geqslant c) = e^{-\lambda c}$
  - $p(X \leqslant d) = 1 - e^{-\lambda d}$
  - $p(c \leqslant X \leqslant d) = e^{-\lambda c} - e^{-\lambda d}$
- Espérance : $E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$




## Loi sans mémoire

$p_{X>t}(X > t + h) = p(X > h)$

# Préparer le BAC Je me teste

| Je dois être capable de | | Parcours d'entrainement |
|---|---|---|
| ▶ Démontrer qu'une fonction $f$ donnée est une densité de probabilité sur I | Méthode 1 | 1, 2, 17, 18, 36, 37, 38, 39, 40 |
| ▶ Calculer une probabilité dans le cadre d'une loi à densité (quelconque, uniforme ou exponentielle) | Méthode 1, Méthode 2, Méthode 3, Méthode 4, Méthode 5 | 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 44, 45, 54, 55, 59, 60 |
| ▶ Calculer l'espérance d'une variable aléatoire qui suit une loi à densité | Méthode 2, Méthode 3 | 5, 6, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 51, 52, 65 |
| ▶ Déterminer les paramètres d'une loi uniforme ou exponentielle | Méthode 5, Méthode 6, Méthode 7, Méthode 9 | 15, 19, 20, 21, 22, 23, 78,82 |
| ▶ Appliquer la propriété d'absence de mémoire pour la loi exponentielle | | 15, 59, 60, 61 |

EXOS QCM interactifs
lienmini.fr/maths-c08-06

**QCM** Pour les QCM suivants, choisir la(les) bonne(s) réponse(s).

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| **97** La fonction $f : x \mapsto a(x-3)$ est une densité de probabilité sur $[3\,;4]$ lorsque : | $a=\frac{1}{2}$ | $a=2$ | $a=-2$ | $a=-\frac{1}{2}$ |
| **Pour les exercices 98 et 99 on considère une variable aléatoire $X$ suivant la loi à densité $f : x \mapsto \frac{1}{12}x$ sur $[1\,;5]$.** | | | | |
| **98** $p(X \in [2\,;3])$, est égale à : | $\frac{1}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{1}{24}$ | $\frac{5}{24}$ |
| **99** $E(X)$ est égale à : | 2 | $\frac{31}{6}$ | $\frac{31}{9}$ | 3 |
| **Pour les exercices 100 à 102 on considère une variable aléatoire $X$ suivant la loi uniforme sur $[10\,;40]$.** | | | | |
| **100** La fonction de densité associée à cette loi est la fonction $f$ définie sur $[10\,;40]$ par : | $f(x)=\frac{1}{30}$ | $f(x)=30$ | $f(x)=\frac{x}{30}$ | $f(x)=\frac{1}{3}$ |
| **101** $p(15 < X < 25)$, est égale à : | 0,25 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | 0,3 |
| **102** $E(X)$ est égale à : | 20 | 25 | 30 | 35 |
| **Pour les exercices 103 à 106 on considère une variable aléatoire $X$ suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda=2$.** | | | | |
| **103** La fonction $f$ de densité associée à cette loi est définie sur $[0\,;+\infty[$ par : | $f(x)=2e^{2t}$ | $f(x)=0{,}5e^{-0{,}5t}$ | $f(x)=2e^{-2t}$ | $f(x)=\frac{e^{2t}}{2}$ |
| **104** $p(X \leqslant 1)$ est égale à : | $e^{-2}$ | $1-e^{1}$ | $2e^{2}$ | $1-e^{-2}$ |
| **105** $p_{X>1}(X>3)$ est environ égale à : | 0,14 | 0,31 | 0,02 | 0,95 |
| **106** $E(X)$ est égale à : | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 |
| **107** Une variable aléatoire $T$ suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda$ est telle que $p(T \geqslant 10)=0{,}5$. Alors $\lambda$ est égal à : | $\frac{\ln(0{,}5)}{10}$ | $\frac{\ln(2)}{10}$ | $-\frac{\ln(2)}{10}$ | $\frac{-10}{\ln(0{,}5)}$ |

## 108 Probabilité et astronomie

Une astronome a effectué des relevés du temps d'attente entre deux apparitions d'étoiles filantes et a estimé que ce temps d'attente, exprimé en minutes, pouvait être modélisé par une variable aléatoire $T$ suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}2$.
Elle emmène un groupe de son club pour observer des étoiles filantes.

**1.** Déterminer la probabilité que le temps d'attente entre deux étoiles filantes soit inférieur à 3 minutes.

**2.** Lorsque le groupe voit une étoile filante, quelle durée minimale doit-il attendre pour voir la suivante avec une probabilité supérieure à 0,95 ?
Arrondir ce temps à la minute près.

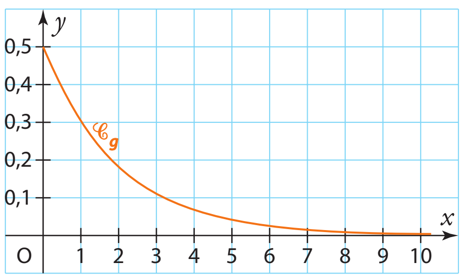
**3.** L'astronome a prévu une sortie de deux heures. Estimer le nombre moyen d'observations d'étoiles filantes lors de cette sortie.

D'après bac

Méthode 6 et Méthode 7 p. 205

## 109 Représentation graphique d'une loi à densité

**A** ▶ Soit $g$ la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(t) = \dfrac{e^{-0{,}5t}}{2}$ dont la courbe est représentée sur le graphique ci-dessous.
Démontrer que la fonction $g$ est une densité de probabilité sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.




**B** ▶ On considère une variable aléatoire $X$ suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda$.

**1.** Sachant que $E(X) = 2$, démontrer qu'alors la loi exponentielle suivie par $X$ a pour densité de probabilité la fonction $g$ définie dans la partie **A**.

**2. a)** Reproduire l'allure de la courbe sur une feuille quadrillée et représenter graphiquement la probabilité $p(1 \leqslant X \leqslant 3)$.

**b)** Vérifier graphiquement la valeur de $\lambda$ trouvée à la question précédente en indiquant votre méthode.

**3.** Calculer : **a)** $p(1 \leqslant X \leqslant 3)$. **b)** $p_{X>3}(X \geqslant 4)$.

D'après Bac

Méthode 6 et Méthode 7 p. 205 Méthode 9 p. 207

## 110 Démontrer une propriété

**A** ▶ Soit $\lambda$ un réel strictement positif. $X$ est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda$.

**1.** Sachant que la densité de probabilité de cette loi est la fonction $f$ définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, démontrer la propriété du cours suivante.
**Pour tout réel $a$ positif, $p(X \leqslant a) = 1 - e^{-\lambda a}$.**

**2.** Déterminer une valeur de $\lambda$ à $10^{-3}$ près de telle sorte que la probabilité $p(X < 2)$ soit égale à 0,05.

**3.** Donner l'espérance de la variable aléatoire $X$.

**B** ▶ Dans la suite de l'exercice on prend $\lambda = 0{,}025$.

**1.** Calculer $p(30 \leqslant X \leqslant 50)$.

**2.** Calculer la probabilité de l'évènement $(X > 60)$.

D'après Bac

Méthode 9 p. 207

## 111 De la bonne utilisation d'un vélo

**A** ▶ Loïse utilise son vélo pour se rendre au lycée tous les jours.
La durée de son trajet est une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle $[12\,;28]$.
Elle part de chez elle à 7h35 et les cours commencent à 8h00.

**1.** En moyenne, combien de temps dure son trajet ?

**2.** Quelle probabilité a-t-elle d'arriver en retard au lycée ?

**3.** Loïse a rendez-vous avec sa copine Martha à 7h50 devant le lycée.

**a)** Quelle est la probabilité qu'elle ne fasse pas attendre Martha ?

**b)** Sachant que Loïse est arrivée avant Martha, quelle est la probabilité qu'elle attende Martha plus de deux minutes ?

**B** ▶ En hiver, Loïse fait ses trajets de nuit. Son vélo est visible grâce à un écalairage à LED dont la durée de fonctionnement en heures peut être modélisée par une variable aléatoire $X$ suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda$ (où $\lambda$ est un réel strictement positif).
On sait que la probabilité que l'éclairage fonctionne encore après 100 heures d'utilisation est égale à 0,8.

**1.** Déterminer la valeur exacte de $\lambda$, puis donner une valeur approchée à $10^{-3}$.

**2.** Calculer la probabilité que la durée de fonctionnement de l'éclairage soit supérieure à 300 heures sachant qu'il a déjà fonctionné 150 heures.

D'après Bac

Méthode 4 et Méthode 5 p. 203 Méthode 6 et Méthode 7 p. 205