Dicomaths

Lexique

A

Abscisse p. 119
Première coordonnée.

Affectation p. 18

Al-Kashi p. 130
(1380-1429) Mathématicien et astronome perse. On donne son nom au théorème de Pythagore généralisé.

Al Khwarizmi (780-850) p. 40

Mathématicien, géographe, astronome perse. Il est l'auteur de nombreux ouvrages en langue arabe, introduisant l'algèbre, classant les algorithmes et décrivant le système de numération décimale. C'est grâce à la diffusion de ses livres, traduits en latin, que l'Algèbre a été introduite en Europe.

Aléatoire ↪ **Expérience** p. 316

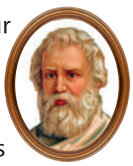
Algèbre p. 94
Science des équations, du calcul littéral.

Algorithme p. 18
Suite d'instructions finies à exécuter.

Allure (d'une courbe) p. 226
Schéma ou phrases décrivant simplement la courbe représentative d'une fonction.

Amplitude (d'un intervalle) p. 81
Écart entre les deux bornes.

Antécédent p. 192

Archimède de Syracuse (287-212 av. J.-C.) p. 40

Physicien, mathématicien et ingénieur grec de Sicile (Grande Grèce). Il étudia particulièrement la géométrie la numération et la notion d'infini. Il a déterminé un encadrement de π en utilisant des polygones inscrits et exinscrits.

Arithmétique p. 55
Étude des propriétés de l'ensemble des nombres rationnels.

B

Base dans un triangle
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Base du plan p. 140
Couple de vecteurs non colinéaires du plan.

Base d'un solide
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Base orthonormée p. 140

Bénéfice p. 257
Différence entre la recette et les coûts.

Bernoulli (Jean) (1667-1748) p. 186

Mathématicien et physicien suisse, petit frère de Jacques. Un des premiers à étudier le calcul infinitésimal. Il donne une première définition de la notion de fonction d'une grandeur variable.

Bernoulli (Jacques) (1654-1705) p. 267

Mathématicien et physicien suisse, grand frère de Jean. Dans son œuvre la plus originale, il définit la notion de probabilité et introduit les notations encore utilisées au XXI[e] siècle. Ses neveux Nicolas et Daniel poursuivent par la suite son œuvre.

Boucle bornée, boucle non bornée p. 20

Brahmagupta (598-670) p. 40

Mathématicien et astronome indien. Il définit le zéro et les règles des signes sur les entiers relatifs. Il utilise l'algèbre pour résoudre des problèmes astronomiques.

C

Carré
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Carré parfait p. 46

Cercle circonscrit p. 131
↪ Définitions et propriétés de géométrie p. 356

Certain (événement) p. 317

Chaîne p. 18

Coefficient directeur p. 167

Coefficient multiplicateur p. 273

Colinéarité p. 142

Combinaison p. 169

Consignes (vocabulaire des)

Associer Unir des éléments dans lesquels on voit des points communs.

Balayer Observer des tableaux de valeurs successifs en réduisant au fur et à mesure le pas pour avoir un encadrement de plus en plus précis de la valeur cherchée.

Calculer Fournir une valeur numérique à l'aide des règles de calculs.

Chercher Tester plusieurs possibilités à partir des informations données dans l'énoncé, essayer de faire le lien avec des propriétés connues, utiliser la calculatrice ou un logiciel.

Communiquer Expliquer un raisonnement à l'écrit ou à l'oral, expliquer une démarche même si celle-ci n'aboutit pas à l'aide de phrases, de formule, de schémas…

Comparer Comparer deux nombres signifie déterminer s'ils sont égaux ou lequel est plus grand que l'autre.

Conjecturer Émettre une supposition à partir d'observations.

Démontrer À partir des éléments connus, effectuer un raisonnement ou un calcul pour obtenir le résultat ou la propriété cherchée.

Développer Écrire un produit sous forme d'une somme équivalente.

Encadrer Encadrer un nombre c'est donner un couple de valeurs (a ; b) entre lesquelles on est sûr que ce nombre se trouve. On écrit une double inégalité : $a \leqslant x \leqslant b$.

Expliquer Rendre compréhensible un raisonnement, une idée.

Interpréter Faire une phrase situant le résultat obtenu dans le contexte (souvent concret) de l'exercice.

Modéliser Décrire une situation concrète en utilisant les connaissances mathématiques, par exemple : écrire une équation ou une fonction permettant d'étudier la situation proposée.

Représenter Fournir une information sous forme graphique : figures codées en géométrie, courbe d'une fonction, arbre ou schéma en probabilité,…

Résoudre Trouver toutes les solutions possibles.

Optimiser Résoudre un problème consistant à trouver le maximum ou le minimum d'une fonction sur un ensemble.

Raisonner ↪ **Démontrer**

Simplifier (une fraction) Opération qui consiste à diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul afin d'obtenir le numérateur et le dénominateur les plus petits possibles

Concourantes (droites) p. 130

Droites qui ont un point d'intersection commun.

Cône

↪ Formulaire de géométrie p. 359

Contraire (évènement) p. 318

Coordonnées p. 119

Dans un repère du plan, ce sont les 2 nombres qui permettent de définir la position d'un point par rapport à l'origine du repère.

Cosinus

↪ Définitions et propriétés de géométrie p. 357

Courbe représentative d'une fonction p. 193

Coût p. 257

Somme dépensée pour créer un produit.

Critère de divisibilité p. 43

Particularité d'un entier permettant de déterminer si un nombre est divisible par un autre.

Croissante (fonction) p. 220

Cube

↪ Formulaire de géométrie p. 359

Cylindre

↪ Formulaire de géométrie p. 359

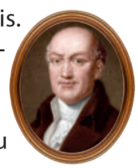
D

D'Alembert (Jean Le Rond) (1717-1783) p. 186

Mathématicien, physicien, philosophe et encyclopédiste français. Il utilise les fonctions de plusieurs variables, ainsi que les calculs différentiel et intégral, pour modéliser des phénomènes physiques.

Décroissante (fonction) p. 220

Delambre (Jean-Baptiste) (1749-1822) p. 112



Astronome et mathématicien français. Durant 7 années, il effectue une expédition avec Pierre Méchain pour mesurer la longueur du méridien de Paris entre Dunkerque et Barcelone à l'origine du mètre universel.

Demande p. 257
Quantité de biens et de services que les agents économiques sont disposés à acheter sur un marché

Dénominateur p. 46
Dans une fraction, le dénominateur est le nombre en dessous de la barre de fraction, c'est lui qui permet de nommer la fraction.

Descartes(René) (1596-1650) p. 112
Mathématicien, physicien et philosophe français. Il est à l'origine de la géométrie analytique, dans celle-ci, les objets sont représentés par des équations ou des inéquations à l'aide d'un repère du plan dans lequel les objets ont des coordonnées.

Déterminant p. 142

Dichotomie p. 192-195
La méthode de dichotomie est un algorithme de recherche qui consiste à répéter les partages d'un intervalle en deux parties égales puis à sélectionner le sous intervalle contenant la solution cherchée.

Diophante d'Alexandrie (IIe ou IIIe s. ap. J.-C.) p. 40
Mathématicien grec qui a vécu à Alexandrie. Son ouvrage le plus important *Arithmétique* porte en partie sur l'étude des équations dont les solutions sont cherchées parmi les nombres entiers, voire rationnels.

Direction (d'un vecteur) p. 138

Dispersion p. 292

Disque
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Distance p. 119
Plus petite mesure entre 2 éléments de géométrie.

Distance (entre deux nombres) p. 74

Distributivité p. 140

Diviseur p. 44

Division euclidienne p. 46
Division entière avec quotient et reste.

Droite des réels p. 47

E

Écart interquartile p. 293

Écart-type p. 292

Échantillon p. 321

Écriture décimale p. 43
Écriture d'un nombre à l'aide de la virgule permettant de distinguer la partie entière de la partie décimale.

Écriture scientifique p. 43
C'est une façon de représenter les nombres décimaux qui consiste à écrire le nombre sous la forme $\pm a \times 10^n$ où a est un nombre décimal de l'intervalle [1 ; 10[et n un entier relatif.

Effectif (d'une valeur) p. 290
Dans une série statistique, c'est le nombre de fois où la valeur apparaît.

Effectif total p. 290
Nombre de valeurs dans la série statistique.

Ensemble
Collection d'objets.

Ensemble de définition p. 192

Ensemble solution p. 73

Entier p. 47

Équation p. 95
Égalité dans laquelle est présente une inconnue (ou des inconnues).

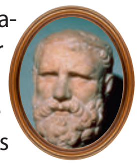
Équation cartésienne p. 166

Équation réduite p. 167

Équidistant p. 356
Qui est à égale distance de.

Équiprobabilité p. 317

Ératosthène (vers IIIe siècle av J-C) p. 10
Astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec. Il est connu pour avoir calculé la mesure de la circonférence de la Terre. En mathématiques, il a établi une méthode pour établir la liste des nombres premiers : le crible.



Estimation p. 319

Euclide (vers -300 av. J.-C.) p. 10
Mathématicien de la Grèce Antique, auteur d'un célèbre ouvrage en 13 volumes : *Les Eléments*, qui est le premier à formaliser les connaissances de géométrie de l'époque. Ce livre sert de base à la géométrie euclidienne depuis 2000 ans.
C'est également l'auteur d'un algorithme servant à déterminer le plus grand diviseur commun à deux entiers naturels. Son nom est donné à la division entière avec quotient et reste.

Euler(Leonhard) (1707-1783) p. 186

Mathématicien et physicien suisse. Il introduit une grande partie des notations des mathématiques modernes. Il classifie les fonctions et distingue les notions de fonctions continues et discontinues.

Événement p.317

Évolution p. 272

Évolution réciproque, évolutions successives p. 273

Expérience aléatoire p. 316

Exposant p. 45

Extremum p. 222

Maximum ou minimum.

F

Factoriser p. 94

Écrire une somme sous forme d'un produit équivalent.

Fermat (Pierre de) (1607-1665) p. 40

Magistrat, poète et mathématicien français. Il appliqua l'algèbre à la géométrie et est l'auteur de plusieurs théorèmes ou conjecture en théorie des nombres. La plus connue fut démontrée 300 ans plus tard par Andrew Wiles.

Fibonacci (Leonardo) (1175-1250) p. 34

Mathématicien Italien qui a étudié les travaux d'algèbre d'Al-Khwarizmi, les chiffres arabes et la notation algébrique puis les a introduit en Occident. Il est aujourd'hui connu pour la suite qui porte son nom, tirée d'un problème d'un de ses livres Liber abaci publié en 1202, qui décrit la croissance d'une population de lapins.

Flottant p. 18

Fluctuation p. 319

Fonction p. 192

Fonction (algorithme) p. 21

Fonction affine, fonction cube, fonction racine carrée p. 196

Fonctions de référence, fonction carrée,fonction inverse p. 195

Fraction irréductible p. 46

Fréquence p. 290

H

Hauteur p. 118

Hauteur (dans un triangle) p. 118

Homothétie

↪ Définitions et propriétés de géométrie p. 358

Huygens (Christian) (1629-1695) p. 266

Mathématicien, physicien et astronome néerlandais. Après avoir entendu parler de la correspondance de Blaise Pascal et Pierre de Fermat, il publie le premier livre sur le calcul des probabilités dans les jeux de hasard.

Hyperbole p. 195

I

Identités remarquables p. 94

Égalités qui s'appliquent à des nombres et qui servent en général à accélérer les calculs, à simplifier certaines écritures, à factoriser ou à développer des expressions.

Image (d'une transformation) p. 138

Image (fonction) p. 192

Impair p. 46

Impaire (fonction) p. 194

Inégalité p. 73

Énoncé permettant de comparer l'ordre de deux expressions.

Inéquation p. 73

Instruction conditionnelle p. 19

Intersection p. 72

Intersection (d'évènement) p. 318

Intervalle p. 72

Irrationnel p. 47

Nombre qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'un rationnel.

Isométrique

↪ Définitions et propriétés de géométrie p. 355

K

Kolmogorov (Andreï) (1903-1987) p. 266

Mathématicien russe qui a développé la formalisation de la théorie des probabilités.

L

Leibniz (Gottfried Wilhelm) (1646-1716) p. 186

Philosophe, mathématicien et diplomate allemand. Il introduit le terme de fonction et invente le calcul infinitésimal.

Loi de probabilité p. 316

Lovelace (Ada) (1815-1852) p. 10

de son nom complet Augusta Ada King, comtesse de Lovelace Pionnière anglaise de la science informatique. Elle a réalisé le premier programme informatique et a compris les possibilités offertes par les calculateurs universels. Elle est également connue comme étant la fille du poète anglais Lord Byron.

M

Mandelbrot (Benoît) (1924-2010) p. 112

Mathématicien franco-américain. Il est le découvreur des fractales (objets mathématiques dont la structure est invariante par changement d'échelle) et il a étudié la modélisation statistique des finances.

Maximum p. 222

Méchain (Pierre François André) (1744-1804) p. 112

Astronome français qui effectua avec Jean-Baptiste Delambre une expédition pour mesurer la longueur du méridien de Paris entre Dunkerque et Barcelone à l'origine du mètre universel.

Médiane p. 293

Médiatrice p. 131

↪ **Définitions et propriétés de géométrie** p. 354

Milieu

↪ **Définitions et propriétés de géométrie** p. 354

Monotone (fonction) p. 220

Moyenne, moyenne pondérée p. 290

Multiple p. 46

N

Nature (d'un polygone) p. 120

Nom qui englobe toutes les caractéristiques d'un polygone.

Naturel (entier) p. 47

Nightingale (Florence) (1820-1910) p. 266

Infirmière britannique, c'est une pionnière de l'utilisation des statistiques dans le domaine de la santé. Elle présente ses résultats sur les causes saisonnières de mortalité sous forme visuelle (diagrammes circulaires, histogrammes).

Nombre d'or p. 60

Nombre irrationnel, unique solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$. Il vaut $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Nombre impair, nombre pair, nombre premier p. 46

Nombre réel p. 47

Norme (d'un vecteur) p. 138

Notation scientifique p. 41

↪ **Écriture scientifique**

Numérateur p. 46

Dans une fraction, le numérateur est le nombre au-dessus de la barre de fraction, il sert à dénombrer le nombre de parts.

O

Offre p. 257

Quantité de biens et de services que les agents économiques sont disposés à vendre sur le marché.

Ordonnée p. 119

Deuxième coordonnée.

Ordonnée (à l'origine) p. 167

Orthogonal ↪ **Projeté** ↪ **Repère** p. 118

P

Pair p. 46

Paire (fonction) p. 194

Parabole p. 195

Parallélépipède rectangle
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Parallélogramme
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Paramètre
Symbole désignant une grandeur donnée qui peut prendre des valeurs différentes.

Parfait p. 46

Parité (d'une fonction) p. 194

Pascal (Blaise) (1623-1662) p. 266

Mathématicien physicien, inventeur et théologien français. Il conçoit et fabrique une machine arithmétique, la Pascaline. Il entretient une correspondance avec Pierre de Fermat avec lequel il développe un nouveau champ de recherche en mathématiques : les calculs de probabilités.

Pavé droit
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Pente ↪ **Coefficient directeur** p. 167

Périmètre
Le périmètre d'une figure plane est la longueur du contour de cette figure.

Position relative (de courbes) p. 247
Déterminer sur quel(s) intervalle(s) une courbe est au dessus de l'autre.

Possible p. 317

Pourcentage p. 272
Proportion exprimée à l'aide d'une fraction de dénominateur 100, on note alors le numérateur suivi du signe %.

Prisme droit
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Probabilité p. 316

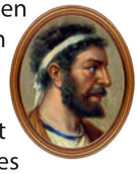
Projeté orthogonal p. 118

Proportion p. 272

Puissance d'un nombre p. 45

Pyramide
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Pythagore (de Samos) (569-475 av. J.-C.) p. 357



Astronome, philosophe et mathématicien Grec. Disciple de Thalès, il ne laisse aucun écrit mais est connu par ses disciples et successeurs. On lui attribue l'origine du mot "mathématiques" : celui qui veut apprendre. Il fait progresser l'étude des nombres. Le théorème qui porte son nom était connu bien avant lui sur des cas particulier, il le généralise à tout triangle rectangle.

Q

Quartile p. 293

Quotient p. 44

R

Racine carrée p. 46

Rationnel p. 49

Recette p. 257
Somme d'argent encaissée.

Rectangle
↪ Formulaire de géométrie p. 359

Rectangle d'or p. 60
Rectangle dont le rapport de la longueur par la largeur est égale au nombre d'or.

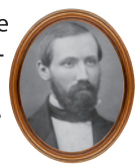
Réel p. 47

Relatif (entier) p. 47

Repère du plan, repère orthogonal, repère orthonormé p. 119

Réunion p. 72

Riemann (Georg Friedrich Bernhard) (1826-1866) p. 112



Mathématicien allemand. Il crée une géométrie non euclidienne, la géométrie différentielle qui ouvrira par la suite la voie à la théorie de la relativité générale.

Rotation
↪ Définitions et propriétés de géométrie p. 358

S

Sens d'un vecteur p. 138

Signe d'une fonction p. 244

Simulation p. 319

Sinus

↳ Définitions et propriétés de géométrie p. 357

Sphère

↳ Formulaire de géométrie p. 359

Srinivasa (Ramanujan) (1887-1920) p. 131

Mathématicien indien autodidacte qui, à sa mort à l'âge de 32 ans, laisse derrière lui des cahiers contenant une quantité impressionnante de résultats non démontrés qui continuent à être étudiés à l'heure actuel.

Substitution p. 169

Symétrie axiale, symétrie centrale

↳ Définitions et propriétés de géométrie p. 358

Système (de deux équations) p. 169

T

Tableau de signes p. 244

Tableau de valeurs p. 192

Tableau de variation p. 220

Tangente

↳ Définitions et propriétés de géométrie p. 357

Taux d'accroissement (d'une fonction affine)

Quotient de la différence des images par la différence des antécédents.

Thalès (de Milet) (624-548 av. J-C) p. 356

Commerçant, ingénieur, astronome, philosophe et mathématicien Grec. Il n'a laissé aucun écrit derrière lui mais on lui attribue de nombreuses propriétés géométriques. Il a utilisé le théorème qui porte son nom pour calculer la hauteur de la grande pyramide de Khéops.

Translation

↳ Définitions et propriétés de géométrie p. 358

Trapèze

↳ Formulaire de géométrie p. 359

Triangle équilatéral

↳ Formulaire de géométrie p. 359

Triangle isocèle

↳ Formulaire de géométrie p. 359

Triangle rectangle

↳ Formulaire de géométrie p. 359

Trigonométrie

↳ Définitions et propriétés de géométrie p. 357

Turing (Alan Mathison) (1912-1954) p. 10

Mathématicien et informaticien anglais, considéré comme l'« inventeur » de l'ordinateur. Durant la Seconde Guerre mondiale, il joue un rôle majeur dans le décryptage de code de la machine Enigma utilisée par les armées allemandes.

Type de variable p. 18

U

Union (d'évènement) p. 318

Univers p. 316

V

Valeur absolue p. 74

Valeur numérique

Valeur de l'expression dans laquelle on a remplacé chacune des variables par des nombres.

Variable (algorithme) p. 18

Symbole qui associe un nom à une valeur. Le nom est unique mais la valeur peut changer.

Variable (fonction) p. 192

Terme d'une fonction dont la valeur est indéterminée mais qui doit appartenir à l'ensemble de définition de la fonction.

Variation absolue p. 272

Variation relative p. 272

Variations p. 220

Vecteur p. 138

Viète (François) (1540-1603) p. 40

Déchiffreurs de deux rois et mathématicien français. Il est le premier à introduire des lettres et des symboles en algèbre, ce qui marquera le début de l'algèbre contemporaine.

Définitions et propriétés de géométrie

Milieu et médiatrice

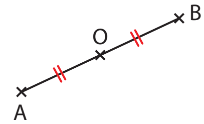
Définition 1

Le milieu d'un segment est le point de ce segment équidistant de ses extrémités.

Exemple

Ici, $O \in [AB]$ et $OA = OB = \dfrac{AB}{2}$.

Donc O est le milieu de [AB].



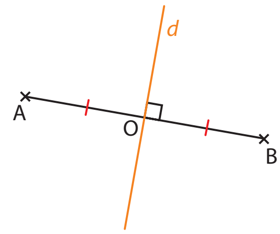
Définition 2

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Exemple

Ici, *d* est la médiatrice de [AB], elle coupe [AB] en O.

Donc O est le milieu de [AB] et $d \perp (AB)$.



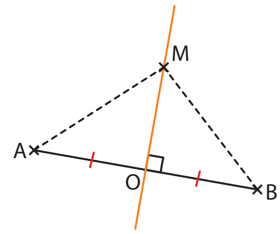
Propriété 3

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Exemple

Ici, M appartient à la médiatrice de [AB].

Donc MA = MB.



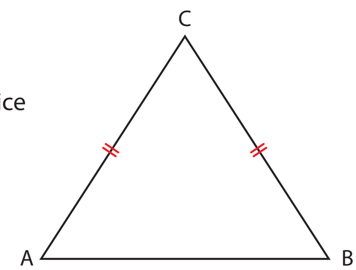
Propriété 4

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est situé sur la médiatrice de ce segment.

Exemple

Ici, AC = CB.

Donc C appartient à la médiatrice de [AB].



Triangles

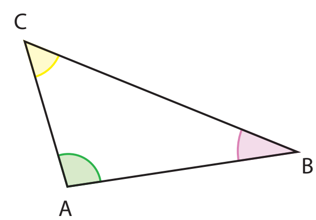
Propriété 5

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Exemple

Ici, ABC est un triangle.

Donc $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$.



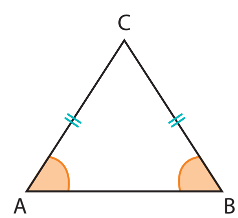
Définition 6

Un triangle isocèle possède deux côtés de même longueur et ses angles à la base ont la même mesure.

Exemple

Ici, ABC est isocèle en C.

Donc $\hat{A} = \hat{B}$.



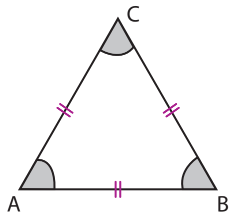
Définition 7

Un triangle équilatéral possède trois côtés de même longueur et tous ses angles mesurent 60°.

Exemple

Ici, ABC est équilatéral.

Donc $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$.

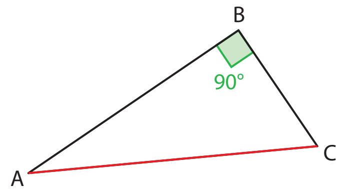


Propriété 8

Un triangle rectangle possède un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.

Exemple

Ici $\hat{B} = 90°$ donc le triangle est rectangle en B, son hypoténuse est [AC].

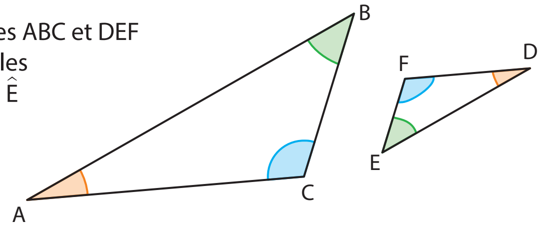


Définition 9

Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Exemple

Ici, les triangles ABC et DEF sont semblables car $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ et $\hat{C} = \hat{F}$.

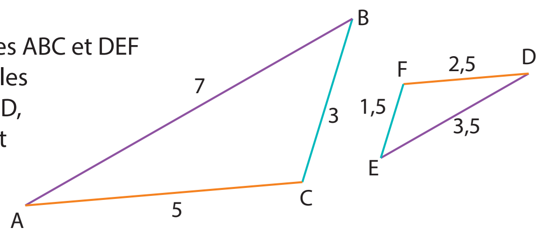


Propriété 10

Deux triangles sont semblables si et seulement si leurs côtés respectifs sont proportionnels.

Exemple

Ici, les triangles ABC et DEF sont semblables car $AB = 2 \times ED$, $AC = 2 \times FD$ et $BC = 2 \times ED$.

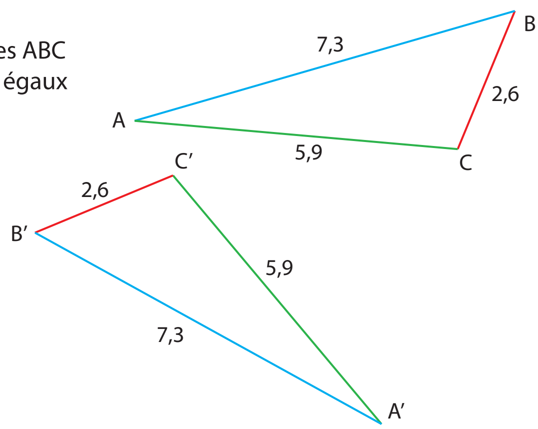


Propriété 11

Deux triangles sont égaux ou isométriques lorsque leurs côtés sont de même longueur.

Exemple

Ici, les triangles ABC et A′B′C′ sont égaux car $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$.



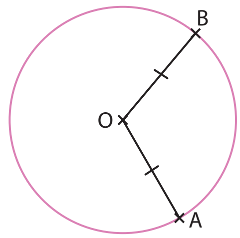
Cercles

Propriété 12

Si deux points appartiennent à un cercle alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.

Exemple

Ici, A et B appartiennent à un cercle de centre O.
Donc OA = OB.

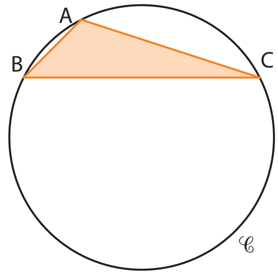


Propriété 13

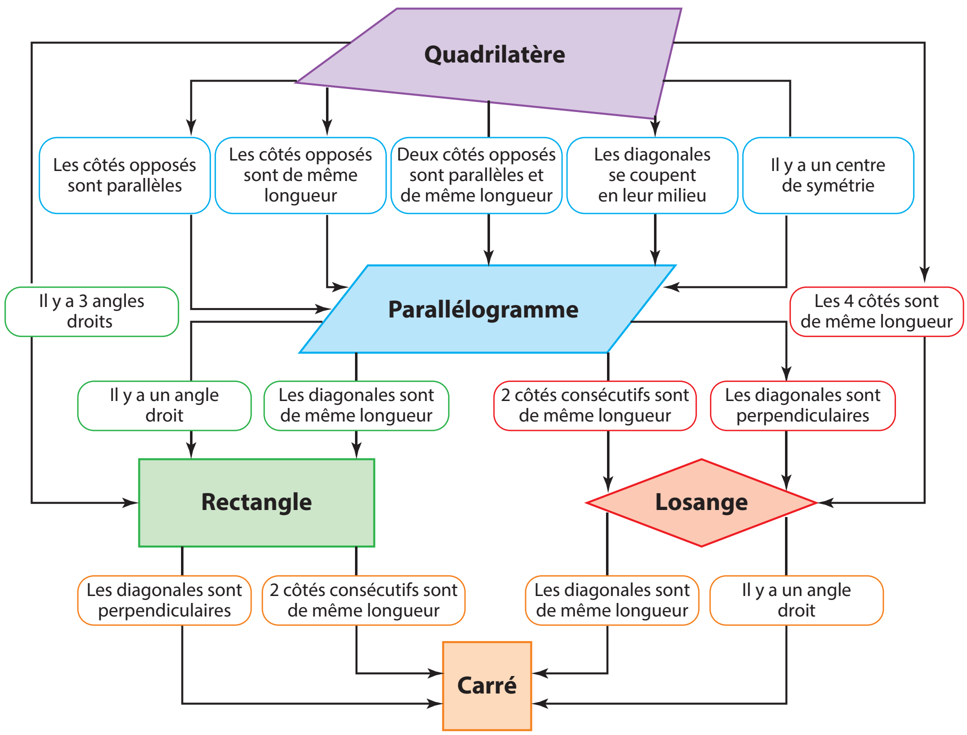
Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par les 3 sommets de ce triangle.

Exemple

Ici, le cercle $\mathscr{C}$ est circonscrit au triangle ABC.



Quadrilatère



Thalès

Propriété 14

Théorème de Thalès

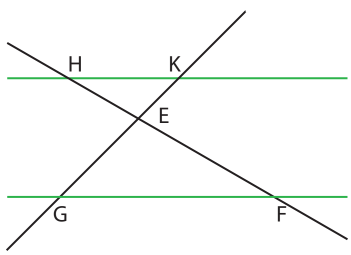
Si M ∈ (AB), N ∈ (BC) et (BC)//(MN) alors

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

Exemple

Ici, H ∈ (EF), K ∈ (EG) et (HK)//(GF).

Donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{EF}{EH} = \frac{EG}{EK} = \frac{GF}{HK}$



Propriété 15

Réciproque du théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

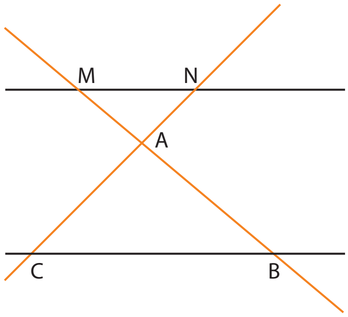
Exemple

Ici, les points M, A, B d'une part et les points N, A, C d'autre part sont alignés dans cet ordre.

De plus, $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

et $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,

donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



D'après la réciproque du théorème de Thalès (MN)//(BC).

Pythagore

Propriété 16

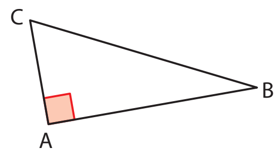
Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Exemple

Ici, ABC est rectangle en A.

Donc, $BC^2 = BA^2 + AC^2$.



Propriété 17

Réciproque du théorème de Pythagore

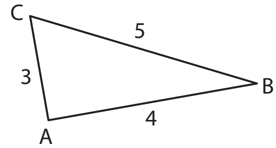
Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle et il a ce côté pour hypoténuse.

Exemple

Dans le triangle ABC, $BC^2 = 5^2 = 25$

$BA^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

Donc $BC^2 = BA^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.



Trigonométrie

Définition 18

Dans un triangle rectangle :

Cosinus d'un angle aigu $= \dfrac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Sinus d'un angle aigu $= \dfrac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$

Tangente d'un angle aigu $= \dfrac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur du côté adjacent}}$

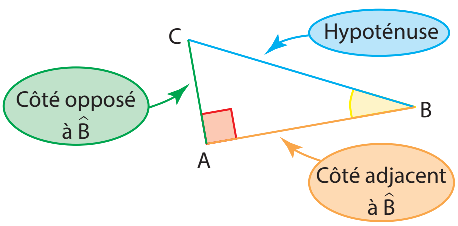
Exemple

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4, AC = 3 et BC = 5.

$\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

$\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4} = 0{,}75$



Transformations

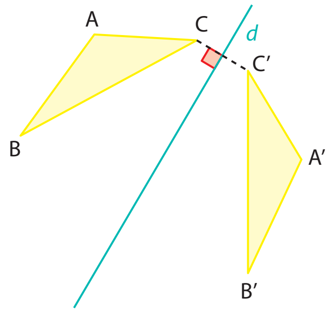
Définition 19

Symétrie axiale

Transformation qui consiste à modéliser un pliage le long d'une droite.

Exemple

Le triangle A′B′C′ est le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite *d*.



Propriété 20

Si deux points sont symétriques par rapport à une droite alors cette droite est la médiatrice du segment ayant pour extrémités ces deux points.

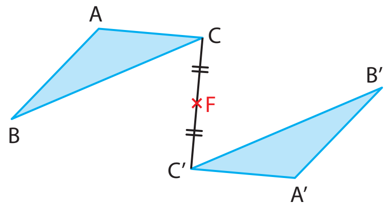
Sur la figure précédente, C et C′ sont symétriques par rapport à la droite *d*, donc *d* est la médiatrice de [CC′].

Définition 21

Symétrie centrale

Transformation qui consiste à effectuer un demi-tour autour d'un point fixe.

Le triangle A′B′C′ est le symétrique du triangle ABC par rapport au point F.



Propriété 22

Si deux points sont symétriques par rapport à un point alors ce point est le milieu du segment ayant pour extrémités ces deux points.

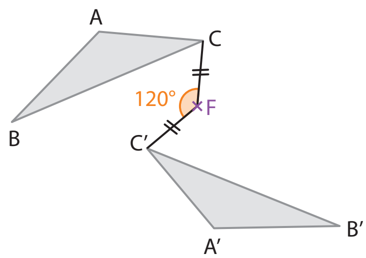
Sur la figure précédente, C et C′ sont symétriques par rapport au point F donc F est le milieu de [CC′].

Définition 23

Rotation

Transformation qui consiste à effectuer un mouvement circulaire autour d'un point fixe O selon un sens et un angle donné.

Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par la rotation de centre F d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre.



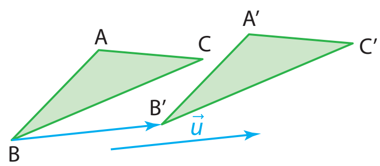
Définition 24

Translation

Transformation qui consiste à effectuer un mouvement rectiligne selon un vecteur donné.

Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\vec{u}$.

On a par exemple, $\overrightarrow{BB'} = \vec{u}$.



Définition 25

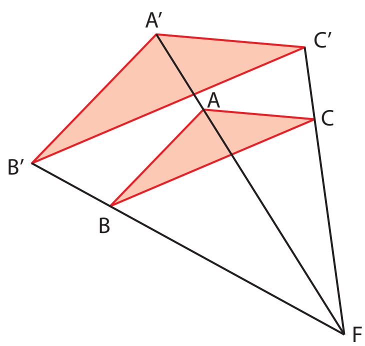
Homothétie

Transformation géométrique qui consiste à effectuer un agrandissement ou une réduction de rapport donné à partir d'un point fixe.

Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre F et de rapport $\frac{3}{2}$.

On a par exemple,

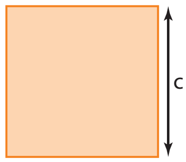
$F'C' = \frac{3}{2}FC$ et $A'C' = \frac{3}{2}AC$.



Formulaire de géométrie

Aires et périmètres

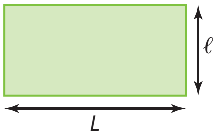
Carré



$\mathscr{A} = c^2$

$p = 4 \times c$

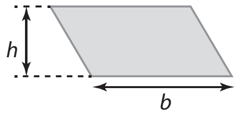
Rectangle



$\mathscr{A} = L \times \ell$

$p = 2 \times (L + \ell)$

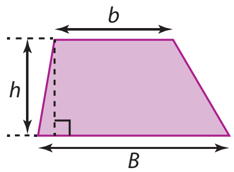
Parallélogramme



$\mathscr{A} = b \times h$

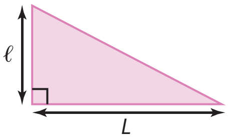
$p = 2 \times (L + \ell)$

Trapèze



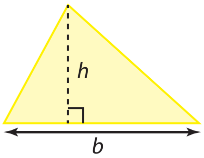
$\mathscr{A} = \dfrac{(b + B) \times h}{2}$

Triangle rectangle



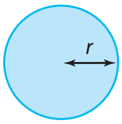
$\mathscr{A} = \dfrac{L \times \ell}{2}$

Triangle quelconque



$\mathscr{A} = \dfrac{b \times h}{2}$

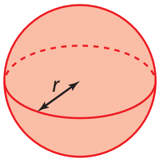
Disque



$\mathscr{A} = \pi \times r^2$

$p = 2\pi r$

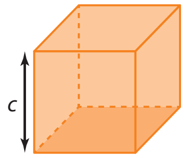
Sphère



$\mathscr{A} = 4\pi \times r^2$

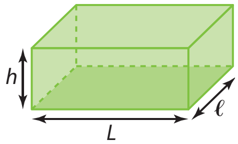
Volumes

Cube



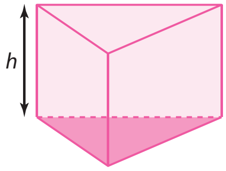
$\mathscr{V} = \mathscr{A}_{\text{base}} \times h = c^3$

Parallélépipède rectangle ou pavé



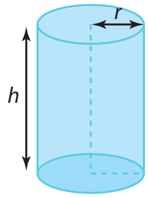
$\mathscr{V} = \mathscr{A}_{\text{base}} \times h = L \times \ell \times h$

Prisme droit



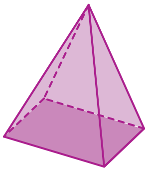
$\mathscr{V} = \mathscr{A}_{\text{base}} \times h$

Cylindre



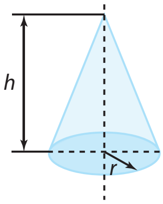
$\mathscr{V} = \mathscr{A}_{\text{base}} \times h = \pi \times r^2 \times h$

Pyramide



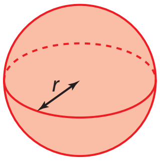
$\mathscr{V} = \dfrac{\mathscr{A}_{\text{base}} \times h}{3}$

Cône de révolution



$\mathscr{V} = \dfrac{\mathscr{A}_{\text{base}} \times h}{3} = \dfrac{\pi r^2 \times h}{3}$

Sphère



$\mathscr{V} = \dfrac{4 \times \pi \times r^3}{3}$

1 ET et OU en mathématiques

Définition Et

En mathématiques, lorsque l'on dit qu'une proposition 1 ET une proposition 2 sont vérifiées, cela veut dire qu'elles sont vérifiées à la fois. Ce "ET" mathématique est très lié au symbole $\cap$.

↪ Logique et raisonnement 5 p. 364

Exemple Algo & Prog

① On cherche le nombre n tel que n soit un entier pair ET appartienne à l'intervalle [3,5 ; 5,9].

Il s'agit de trouver un nombre n (s'ils existe(nt)) qui vérifie les deux conditions à la fois c'est-à-dire qui est un entier pair ET qui appartient à [3,5 ; 5,9].

Le seul nombre vérifiant ces deux conditions est 4 donc $n = 4$.

② On considère le programme **PYTHON** :

```python
import random
x = random.randint(1,10)
if x > 3 and x <= 7.3:
  print("Dans l'intervalle !")
else:
  print("Pas dans l'intervalle...")
```

Le programme affiche "**Dans l' intervalle!**" si le nombre x vérifie à la fois **x > 3** ET **x ≤ 7,3** c'est-à-dire si **3 < x ≤ 7,3**.

Définition Ou

En mathématiques, lorsque l'on dit qu'une proposition 1 OU une proposition 2 est vérifiée, cela veut dire qu'au moins l'une des deux est vérifiée. Ce "OU" mathématique est très lié au symbole $\cup$.

↪ Logique et raisonnement 5 p. 364

Exemple

On lance un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6.
Quelles sont les issues qui sont paires OU strictement supérieures à 2 ?

Les nombres entiers entre 1 et 6 qui vérifient la proposition :
- "être pair" sont 2 ; 4 ; 6 ;
- "être strictement supérieur à 2" sont 3 ; 4 ; 5 ; 6.

Les issues qui sont paires OU strictement supérieures à 2 sont donc 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 qui sont tous les entiers entre 1 et 6 qui vérifient au moins l'une des deux conditions (éventuellement les deux pour 4 et 6).

Remarques
- Dans le langage courant, le OU est **exclusif**. Par exemple, quand sur un menu au restaurant il est écrit "fromage ou dessert" cela veut dire que l'on peut prendre soit du fromage, soit un dessert mais pas les deux.
- Dans le langage mathématique, le OU est **inclusif**. Dans l'exemple précédent du dé à 6 faces, les nombres 4 et 6 vérifient les deux conditions à la fois cela veut dire que si on les obtient, le résultat est bien pair OU strictement supérieur à 2.

Exemple Algo & Prog

L'algorithme suivant illustre l'exemple précédent du dé à 6 faces.

```
x ← Entier aléatoire entre 1 et 6
Si x est pair ou x>2
   Afficher "Pair ou strictement supérieur à 2"
Fin si
```

Il affiche "**Pair ou strictement supérieur à 2**" si le l'entier aléatoire **x** a pour valeur 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6.

2 Implication, contraposée, réciproque et équivalence

Définition **Implication**

Une implication est une proposition de la forme : SI énoncé 1 ALORS énoncé 2
Symboliquement, cela se note : énoncé 1 $\Rightarrow$ énoncé 2
Cela veut dire que si l'énoncé 1 est vérifié alors l'énoncé 2 l'est forcément (ou nécessairement) également.
On dit que l'énoncé 1 est une condition suffisante et que l'énoncé 2 est une condition nécessaire.

Exemple

1 La proposition suivante est VRAIE : SI la prise est débranchée ALORS la lampe est éteinte.
On peut la traduire par : la prise est débranchée $\Rightarrow$ la lampe est éteinte (se lit également "la prise est débranchée entraîne la lampe est éteinte").

2 En revanche, la proposition suivante est FAUSSE : SI la lampe est éteinte ALORS la prise est débranchée.
En effet, si la lampe est éteinte, la prise peut être branchée mais l'interrupteur sur OFF.

Définition **Contraposée**

Si une implication énoncé 1 $\Rightarrow$ énoncé 2, est vraie alors sa contraposée :

contraire de l'énoncé 2 $\Rightarrow$ contraire de l'énoncé 1

est également vraie.

Exemple

La proposition suivante est vraie : SI je viens de manger ALORS je n'ai pas faim.
Sa contraposée : SI j'ai faim (le contraire de "je n'ai pas faim") ALORS je ne viens pas de manger (le contraire de "je viens de manger") est également vraie.

Définition **Réciproque**

Si l'on considère une implication énoncé 1 $\Rightarrow$ énoncé 2, on dit que :

énoncé 2 $\Rightarrow$ énoncé 1 est sa réciproque.

Cette réciproque peut être vraie ou non.

Exemple

La proposition suivante est VRAIE : SI $x = 3$ ALORS $x^2 = 9$.
En revanche, sa réciproque : SI $x^2 = 9$ ALORS $x = 3$ est FAUSSE.
En effet, si $x^2 = 9$, x peut être égal à 3 ou à -3.

Définition **Équivalence**

Si une implication énoncé 1 $\Rightarrow$ énoncé 2 et sa réciproque énoncé 2 $\Rightarrow$ énoncé 1 sont vraies, on dit que les énoncés 1 et 2 sont équivalents.
À l'aide d'un symbole mathématique, cela se note :

énoncé 1 $\Leftrightarrow$ énoncé 2.

Exemple

Dans un triangle ABC : le triangle ABC est rectangle en A $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

En effet, on sait d'après le théorème de Pythagore et sa réciproque que :

- le triangle ABC est rectangle en A $\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$
- $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow$ le triangle ABC est rectangle en A.

Remarques On pourra également écrire "le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $AB^2 + AC^2 = BC^2$" (ou "$AB^2 + AC^2 = BC^2$ si et seulement si le triangle ABC est rectangle en A").

Définition **Sens de l'implication**

Lorsqu'on doit écrire une démonstration et que l'on utilise un théorème, il faut veiller à utiliser la bonne implication.

Exemple

Considérons l'énoncé suivant puis la démonstration d'un élève :

Énoncé On considère un triangle ABC avec AB = 3, AC = 5 et BC = 4.
Montrer que ABC est rectangle en B.

Démonstration de l'élève

On a $AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ et $AC^2 = 5^2 = 25$ donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$ or **on sait que si ABC est rectangle en B alors $AB^2 + BC^2 = AC^2$ d'après le théorème de Pythagore** donc ABC est rectangle en *B*.

Commentaires Le raisonnement de cet élève est incorrect. En effet, le théorème cité en gras, que l'on peut écrire symboliquement **ABC est rectangle en B$\Leftrightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2$**, a pour conclusion "$AB^2 + BC^2 = AC^2$" et non "le triangle est rectangle" comme nous en aurions besoin ici : il y a donc un problème de logique.

Le théorème a utiliser est **$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow$ ABC est rectangle en B**, qui a bien pour conclusion "le triangle est rectangle en B" comme nous le souhaitons dans cet exercice.

Raisonnement correct

On a $AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ et $AC^2 = 5^2 = 25$ donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$ or **on sait que si $AB^2 + BC^2 = AC^2$ alors** ABC **est rectangle en** B **d'après la réciproque du théorème de Pythagore** donc ABC est rectangle en B.

3 Quantificateurs universels

Définition **Il existe**

Quand on veut démontrer, par exemple, qu'il existe un réel x (ou un entier n etc.) qui vérifie une certaine propriété, il s'agit simplement de trouver un exemple pour lequel la propriété est vérifiée.

Exemple

Montrons qu'il existe un réel pour lequel $2x^2 - 2 = 0$.

On constate que, pour $x = 1$, on a $2x^2 - 2 = 2 \times 1^2 - 2 = 2 \times 1 - 2 = 2 - 2 = 0$ donc il existe bien un réel pour lequel $2x^2 - 2 = 0$, en l'occurrence 1.

Remarques Si on ne voit pas $x = 1$ directement, on peut aussi résoudre l'équation $2x^2 - 2 = 0$ avec les méthodes classiques pour le retrouver : $2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$.

Notons que la résolution de $2x^2 - 2 = 0$ fait plus que montrer qu'il existe une valeur de x pour laquelle $2x^2 - 2 = 0$, elle prouve que 1 et -1 sont les deux seules.

Définition **Pour tout/Quel que soit**

Quand on veut démontrer, par exemple, qu'une propriété est vraie "pour tout réel x" ou "quel que soit le réel x", il faut montrer qu'elle est vraie en tout généralité et non pas uniquement sur quelques exemples.

Exemple

Montrons que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est impaire.
On peut commencer, au brouillon par se convaincre que c'est vrai en calculant $1^2 - 0^2 = 1 - 0 = 1$, $2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$, $3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$, $12^2 - 11^2 = 144 - 121 = 23$, etc.
Ceci dit, nous n'avons rien démontré pour l'instant, puisqu'il faut montrer que cette propriété est vraie pour tous les entiers (c'est implicite dans l'énoncé).
Soit donc n un entier (en toute généralité) et $n + 1$ celui qui le suit, il s'agit de montrer que $(n + 1)^2 - n^2$ est impair.
On calcule donc $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$ qui est impair quel que soit n (puisque $2n$ est un multiple de 2, donc pair, $2n + 1$ est impair).
On vient de montrer que $(n + 1)^2 - n^2$ est impair pour tout entier n (ou quel que soit l'entier n) donc la différence des carrés de deux entiers consécutifs est bien impaire.

4 Type de raisonnement

Règle Utilisation de la contraposée

Lorsque l'on connaît une propriété, on peut utiliser sa contraposée (qui est également vraie) dans une démonstration.

Exemple

On considère un triangle ABC avec AB = 4, AC = 3 et BC = 2. On souhaite savoir si ce triangle est rectangle (il ne peut être éventuellement rectangle qu'en *C* car le plus grand côté, l'hypoténuse éventuelle, est [AB]).
On calcule alors $AC^2 + BC^2 = 3^2 + 2^2 = 13$ et $AB^2 = 4^2 = 16$.
On constate que $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ autrement dit que dans ABC, la somme des carrés des deux plus petits côtés est différente du carré du plus grand côté donc ABC n'est pas rectangle.

Remarques Le théorème de Pythagore dit que si un triangle est rectangle alors la somme des carrés des deux plus petits côtés est égale au carré du grand côté.
On a donc bien utilisé sa contraposée ici : si la somme des carrés des deux plus petits côtés est différente du carré du grand côté alors ce triangle n'est pas rectangle, à ne pas confondre avec sa réciproque (dont la conclusion est "le triangle est rectangle").

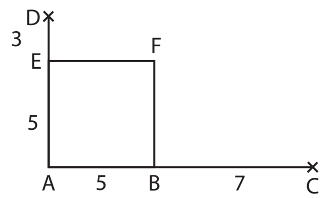
Règle Raisonnement par l'absurde

L'utilisation de la contraposée est assez proche d'un autre type de raisonnement, le raisonnement par l'absurde.
Un raisonnement par l'absurde consiste à supposer vrai le contraire de ce que l'on veut montrer puis à mener un calcul ou un raisonnement mettant en lumière une contradiction (quelque chose de faux).
On dira alors que notre supposition de départ n'est pas correcte donc que la propriété voulue est vraie.

Exemple

Sur la figure ci-contre, où ABFE est un carré dont chaque côté a pour longueur 5, E ∈ [AD] avec DE = 3 et B ∈ [AC] avec BC = 7, montrons que les points D, F et C ne sont pas alignés. Supposons que les points D, F et C soient alignés.
Dans ce cas :

- D, F et C sont alignés ;
- A, B et C sont alignés ;
- (DA) // (FB) (puisque (AE) et (DE) sont confondues et que ABFE est un carré).



On peut donc appliquer le théorème de Thalès, qui affirme que $\frac{FB}{DA} = \frac{BC}{AC}$.

Ici, on a $\frac{FB}{DA} = \frac{5}{8}$ et $\frac{BC}{AC} = \frac{7}{12}$ donc $\frac{FB}{DA} \neq \frac{BC}{AC}$, ce qui constitue une contradiction.

L'hypothèse de départ (D, F et C *C* sont alignés) est donc fausse, autrement dit, D, F et C ne sont pas alignés.

Règle **Contre-exemple**

Pour infirmer une proposition (c'est-à-dire montrer qu'elle est fausse), il suffit d'en donner un contre-exemple.

Exemple

Considérons la proposition suivante : Tous les nombres entiers impairs supérieurs à 2 sont premiers.
Pour montrer que cette proposition est fausse, il suffit de trouver un nombre entier impair supérieur à 2 qui ne soit pas premier. C'est le cas de 9 (par exemple), qui est divisible par 3.
La proposition est donc fausse.

Remarques On dit que l'on a nié la proposition "tous les nombres entiers impairs supérieurs à 2 sont premiers".

Règle **Raisonnement par disjonction des cas**

Lorsque qu'on démontre une propriété, il peut arriver que l'on doive traiter différents cas.
Dans ce cas, on peut procéder par disjonction des cas en faisant attention à bien traiter tous les cas possibles.

Exemple

Annie a souscrit un forfait téléphonique qui s'ajuste automatiquement à son nombre d'heures :
- si elle téléphone moins de 3 heures, elle sera facturée 6 euros au total quel que soit le nombre d'heures ;
- si elle téléphone entre 3 heures et 5 heures, elle sera facturée 2 euros l'heure de communication ;
- si elle téléphone plus de 5 heures, elle sera facturée 10 euros au total, quel que soit le nombre d'heures.

On souhaite montrer qu'Annie ne pourra pas avoir plus de 10 euros à payer.
Pour cela, on appelle x son nombre d'heures de communication et on va traiter les trois cas suivants :
- si $x < 3$ alors elle paie 6 euros ;
- si $3 \leqslant x \leqslant 5$ alors $6 \leqslant 2x \leqslant 10$ or $2x$ est le montant de sa facture qui est donc inférieur ou égal à 10 ;
- si $x > 5$ alors elle paie 10 euros.

On voit que dans les 3 cas possibles, le montant de la facture est inférieur ou égal à 10 donc on peut affirmer qu'Annie ne pourra pas avoir plus de 10 euros à payer.

5 Notations

Définition **Intervalle**

L'ensemble des nombres réels compris entre *a* (inclus) et *b* (inclus) est appelé intervalle et se note [*a* ; *b*]

Voir le tableau donné dans le cours p.72

Définition **Ensembles discrets**

Lorsqu'un ensemble de nombres est constitué de valeurs isolées (on dit alors que c'est un ensemble discret), on le note en écrivant tous ses éléments entre accolades, séparés par un point-virgule.

Exemple

L'ensemble des nombres impairs compris entre 0 et 12 est {1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11}.

Notations Il ne faut pas confondre les accolades, les crochets et les parenthèses :
- {2 ; 5} désigne l'ensemble constitué des deux éléments 2 et 5 ;
- [2 ; 5] désigne l'intervalle constitué de tous les nombres réels compris entre 2 et 5 (inclus dans ce cas) ;
- (2 ; 5) désigne un couple dont la première coordonnée est 2 et la deuxième est 5.

Définition Appartenance et inclusion

- Le symbole $\in$ (resp. $\notin$) désigne le fait qu'un élément **appartienne** (resp. **n'appartienne pas**) à un ensemble.
- Le symbole $\subset$ (resp. $\not\subset$) désigne le fait qu'un ensemble soit **inclus** (resp. **non inclus**) dans un autre ensemble.

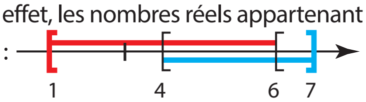
Exemple

① $5 \in \{2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 22\}$ car 5 est bien un élément de l'ensemble $\{2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 22\}$.
② $2{,}3 \notin]5 ; 7[$ car le nombre 2,3 n'est pas strictement compris entre 5 et 7.
③ $[4 ; 5] \subset [0 ; 12]$ car l'ensemble $[4 ; 5]$ est inclus dans l'ensemble $[0 ; 12]$, c'est-à-dire que tous les nombres de $[4 ; 5]$ sont également dans $[0 ; 12]$;
④ $\{1 ; 2 ; 3\} \not\subset \{2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 22\}$ car $\{1 ; 2 ; 3\}$ n'est pas inclus dans $\{2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 22\}$ c'est-à-dire qu'au moins un élément de $\{1 ; 2 ; 3\}$, en l'occurrence 1, n'est pas dans $\{2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 22\}$.

Définition Intersection et réunion

Soit A et B deux ensembles.
- **$A \cap B$ est l'ensemble des éléments appartenant à A ET à B c'est-à-dire aux deux ensembles à la fois.**
- **$A \cup B$ est l'ensemble des éléments appartenant à A OU à B c'est-à-dire à au moins l'un des deux ensembles.**

Exemple

① $[4 ; 7] \cap [1 ; 6[= [4 ; 6[$ En effet, les nombres réels appartenant à la fois aux deux intervalles $[4 ; 7]$ et $[1 ; 6[$ sont les réels de l'intervalle $[4 ; 6[$:


② $\{1 ; 3 ; 5 ; 8 ; 9\} \cup \{2 ; 3 ; 9 ; 11\} = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 9 ; 11\}$ car ce sont tous les nombres qui appartiennent à au moins l'un des deux ensembles (attention : on n'écrit qu'une seule fois les éléments qui appartiennent aux deux ensembles à la fois, ici 3 et 9).

Règle Complémentaire

Soit A un ensemble (inclus dans un ensemble B).
Le complémentaire de A (dans B), noté $\overline{A}$ est l'ensemble des valeurs (de B) qui n'appartiennent pas à A

Exemple

Dans $\mathbb{R}$, on a $\overline{[5 ; 6[} =]-\infty ; 5[\cup [6 ; +\infty[$ c'est à dire tous les réels sauf ceux qui appartiennent à $[5 ; 6[$.

Remarques
La notation du complémentaire est la même que celle de l'événement contraire en probabilités.
Cela est normal puisque dans ce contexte, $\overline{A}$ l'événement contraire de A, est le complémentaire de A dans l'univers.

TICE

Fiche 1 Tableur

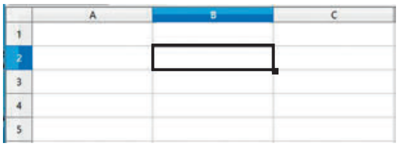
Dans cette fiche, les méthodes ne spécifiant pas le logiciel utilisé sont similaires pour les différents types de tableurs (LibreOffice/OpenOffice/Excel). Dans ce cas, les captures d'écrans seront issues du logiciel LibreOffice.

1 Adresse, cellule et plage

Une feuille de calcul est un tableau dont chacune des cases, appelées cellules, est repérée :
- **horizontalement par un nombre entier strictement positif,**
- **verticalement par une lettre,**

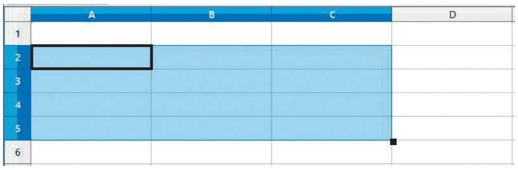
Ce qui permet de donner l'adresse de la cellule.

- Ci-dessous, la cellule sélectionnée est la cellule B2 :

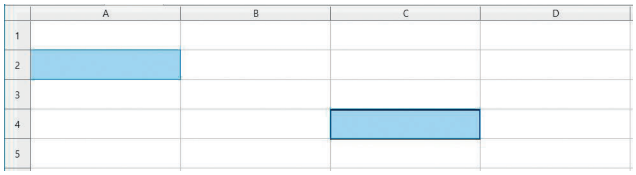


On peut également (en maintenant le clic droit appuyé) sélectionner une **plage**, c'est-à-dire plusieurs cellules.

- Ici, on a sélectionné la plage A2 : C5 :



- Là, on a sélectionné la plage A2 ; C4 :

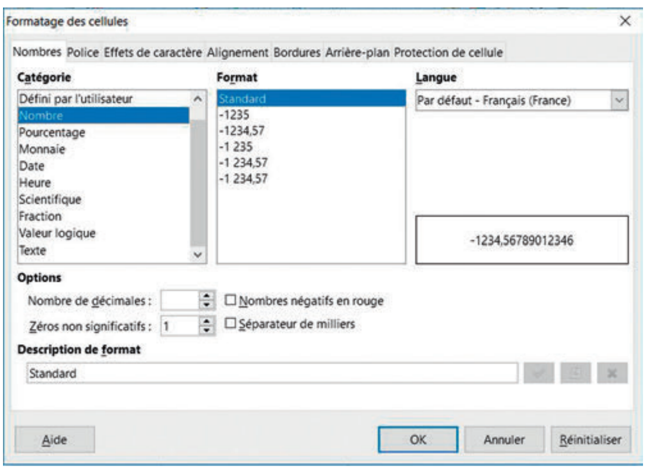


Remarque Attention, A2 ; C4 désigne la plage constituée des cellules A2 et C4 et non pas toutes les cellules de A2 à C4 qui s'écrit A2 : C4.

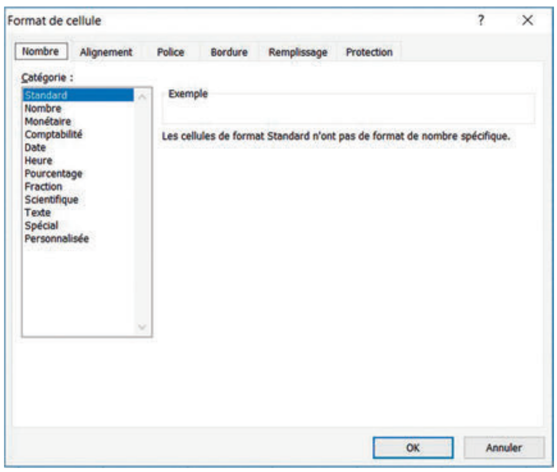
2 Format de la cellule

- Lorsqu'on fait un clic droit sur une cellule ou une plage de cellules, on peut changer son **format** en choisissant **`Formater les cellules`** (dans LibreOffice et OpenOffice) ou **`Format de cellule`** (dans Excel). On obtient le menu suivant.

Dans LibreOffice ou OpenOffice



Dans Excel



Remarque

- La catégorie **`Nombre`** permet d'afficher les nombres sous leur forme décimale (ces nombres).
On peut notamment y régler le nombre de chiffres affichés après la virgule dans **`Nombre de décimales`**.
- La catégorie **`Pourcentage`** convertit automatiquement les formes décimales en pourcentage. Par exemple, si l'on saisit 0,1 le tableur affiche 10 %.
On peut également y régler le nombre de chiffres affichés après la virgule.
- La catégorie **`Texte`** permet de saisir du texte.

3 Calcul avec le tableur

Dans une cellule, on peut écrire un calcul précédé du signe = en utilisant les commandes usuelles +, –,*, /ou ^. Le tableur écrira alors le résultat du calcul dans la cellule.

Exemple

Si l'on écrit **`=5+3^2`** dans la cellule A1 et que l'on valide avec la touche **`Entrée`**, le tableur écrira **`14`** dans A1.

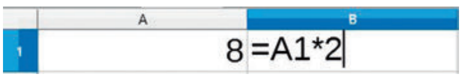
Remarque Attention, dans le tableur, un calcul commence toujours par le symbole =.

4 Formule et adressage

Dans une feuille de calcul, on peut faire des calculs en faisant référence à une cellule donnée.

Exemple

Si l'on saisit une valeur dans la cellule A1 et que l'on veut afficher son double dans la cellule B1, on sélectionne B1, on y écrit la formule **`=A1*2`** et on valide avec la touche **`Entrée`** :

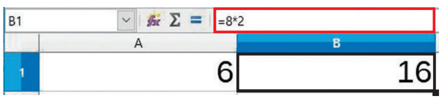


donne

Remarque Attention, dans le tableur, une formule commence toujours par le symbole =.

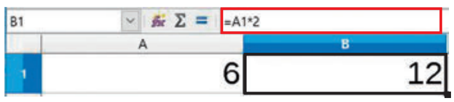
L'avantage d'écrire la formule **`=A1*2`** et non pas **`=8*2`** dans la cellule B1 est que la formule s'adapte si l'on change la valeur en A1, par exemple si l'on y écrit 6 :

Avec **`=8*2`** en B1



La valeur en B1 ne s'adapte pas, cela reste **`16`**.

Avec **`=A1*2`** en B1

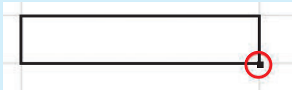


La valeur en B1 s'adapte, cela donne **`12`**.

Remarque Quand on sélectionne une cellule, la formule inscrite dedans est affichée dans la barre de saisie (voir encadré rouge sur les captures d'écrans précédentes).
On peut modifier la formule inscrite dans une cellule en sélectionnant cette cellule et en modifiant directement la formule dans la barre de saisie.

5 Poignée de recopie

Lorsqu'on sélectionne une cellule ou une plage de cellules, un petit carré apparaît en bac à droite : c'est la poignée de recopie. Elle permet d'automatiser les calculs.



Exemple

Si l'on veut écrire `0, 10, 20, 30,…, 100` dans la colonne A :

- on écrit **0** dans la cellule A1,
- on écrit `=A1+10` dans la cellule A2, on obtient bien **10**,
- on sélectionne la poignée de recopie, on maintient appuyé et on recopie vers le bas jusqu'à obtenir 100.

Lorsque l'on recopie vers le bas, les 1 deviennent 2 **dans les adresses des cellules**, les 2 deviennent 3, etc.

Ici, on observe que les formules se sont bien adaptées dans chaque cellule. Par exemple, en A3, il est inscrit `=A2+10`

A3 | =A2+10

	A	B
1	0	
2	10	
3	20	
4	30	
5	40	

Remarque On peut aussi recopier vers la droite (les A deviennent B, les B deviennent C, etc.), la gauche ou le haut.

6 Utilisation du dollar

Le symbole $ permet de bloquer la lettre ou le nombre d'une adresse dans une formule.

Exemple

Dans la feuille de calcul ci-dessous, on souhaite multiplier tous les nombres de la colonne A par le nombre présent dans la cellule D1 :

	A	B	C	D
1	1			1,05
2	2			
3	3			
4	4			
5	5			

Si l'on saisit la formule `=A1*D1` dans la cellule B1 et que l'on recopie vers le bas, on obtiendra `=A2*D2` dans la cellule B2 :

B2 | =A2*D2

	A	B	C	D
1	1	1,05		1,05
2	2	0,00		
3	3	0,00		
4	4	0,00		
5	5	0,00		

Cela ne convient pas (il faudrait `=A2*D1` en B2) : il faut donc bloquer le **1** de D1.
Cela se fait à l'aide du symbole $ qui bloque la lettre ou le nombre qui le suit directement **dans l'adresse d'une cellule** : on saisit donc la formule `=A1*D$1` en B1.

Quand on recopie vers le bas, on constate que le **1** de D1 est bien bloqué dans les cellules recopiées vers le bas, par exemple en B4, on a bien `=A4*D$1` :

B4 =A4*D$1

	A	B	C	D
1	1	1,05		1,05
2	2	2,10		
3	3	3,15		
4	4	4,20		
5	5	5,25		

Remarque On aurait aussi pu saisir la formule `=A1*$D$1` en B1 mais ce n'est pas utile car le D n'a pas besoin d'être bloqué puisque l'on ne recopie pas la formule vers la droite.

7 Quelques fonctions usuelles

Le tableur dispose de certaines fonctions auxquelles on a accès dans l'onglet `Insertion>Fonction` ou directement grâce au raccourci :
dans LibreOffice et OpenOffice et dans Excel.

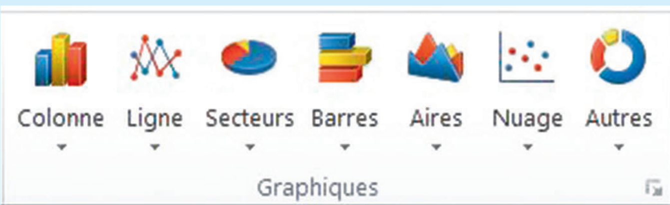
En particulier :

- **`ALEA()`** : donne un nombre décimal au hasard entre 0 et 1.
- **`ALEA.ENTRE.BORNES(a;b)`** : donne un nombre entier au hasard entre **a** et **b** inclus.
- **`ECARTYPEP(plage)`** : donne l'écart-type des valeurs de la plage.
- **`MAX(plage)`** : donne le plus grand nombre des valeurs la plage.
- **`MIN(plage)`** : donne le plus petit nombre des valeurs la plage.
- **`MOYENNE(plage)`** : donne la moyenne des valeurs de la plage.
- **`NB.SI(plage;a)`** : donne le nombre de fois où la valeur a apparaît dans la plage
- **`QUARTILE(plage;numéro du quartile)`** : donne le quartile (spécifié par le numéro du quartile : 1 correspond à Q_1, 2 à la médiane et 3 à Q_3) des valeurs de la plage
- **`SOMME(plage)`** : donne la somme des valeurs de la plage.

Remarques
- Quand on utilise ces fonctions dans une formule, il faut nécessairement commencer la formule par le symbole =.
- Pour les fonctions **ALEA** et **ALEA.ENTRE.BORNES**, on peut relancer une simulation en appuyant sur **CTRL+SHIFT+F9** (dans LibreOffice et OpenOffice) ou **F9** (dans Excel).

8 Graphiques

Le tableur permet de tracer des graphiques. On y a accès :
- **dans LibreOffice ou OpenOffice par l'assistant de diagramme dans l'onglet `Insertion>Diagramme` ou directement grâce au raccourci.**
- **dans Excel par l'onglet Insertion où l'on choisit directement le type de graphique voulu parmi ceux proposés**



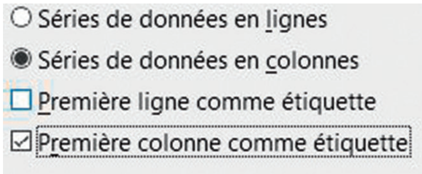
Dans LibreOffice et OpenOffice

① Pour un graphique du type « courbe d'une fonction » c'est-à-dire où la première colonne correspond aux abscisses des points et la deuxième colonne aux ordonnées :

- on sélectionne les deux colonnes (avec éventuellement les en-têtes en première ligne s'il y en a).
- on appelle **`l'assistant de diagramme`**.
- on choisit **`XY`**`(dispersion)` puis le style souhaité (**`points seuls, points et lignes`**, etc.)
- si l'on veut donner des titres, on peut le faire à l'étape 4 : **`Éléments du diagramme`**

② Pour un diagramme en bâtons c'est-à-dire où la première colonne correspond aux valeurs et la deuxième colonne aux effectifs ou aux fréquences d'une série statistique :

- on sélectionne les deux colonnes (sans les en-têtes)
- on appelle **`l'assistant de diagramme`**
- on choisit **`Colonne`** et le premier style  puis **`Suivant>>`**
- on règle ce menu ainsi :



- on va à l'étape 4 : **`Éléments du diagramme`** et on décoche **`Afficher la légende`** (on peut aussi donner des titres aux axes)

Remarque L'axe des abscisses n'est pas régulièrement gradué si les effectifs ne sont pas régulièrement espacés, ce n'est donc pas un « vrai » diagramme en bâtons.

③ Pour un diagramme circulaire (ou camembert) c'est-à-dire où la première colonne correspond aux différentes modalités et la deuxième colonne aux effectifs ou aux fréquences d'une série statistique :

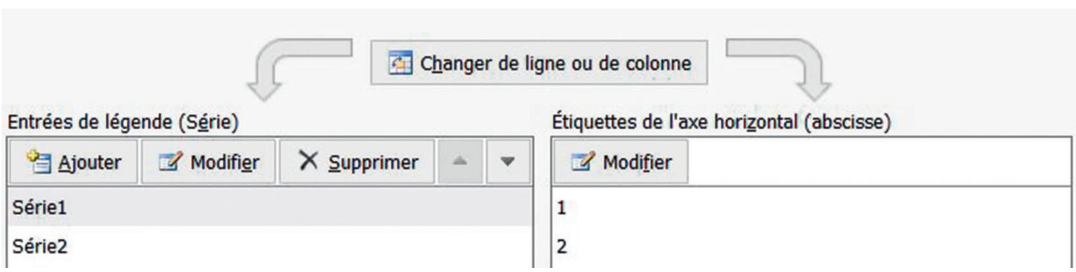
- on sélectionne la plage de données (sans les en-têtes)
- on appelle **`l'assistant de diagramme.`**
- on choisit **`Secteur`** et le premier style puis **`Terminer`**.

Dans Excel

① Pour un graphique du type « courbe d'une fonction » c'est-à-dire où la première colonne correspond aux abscisses des points et la deuxième colonne aux ordonnées :

- on sélectionne la deuxième colonne (sans en-tête).
- on choisit l'onglet **`Insertion`** puis le graphique Ligne  puis on choisit le style

- on appuie sur le bouton  puis sur le bouton **`Modifier`** :

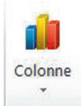


et on sélectionne la première colonne (sans en-tête) et on valide

• si l'on veut donner des titres, on choisit un modèle parmi ceux proposés ici :

② Pour un diagramme en bâtons c'est à dire où la première colonne correspond aux valeurs et la deuxième colonne aux effectifs ou aux fréquences d'une série statistique :

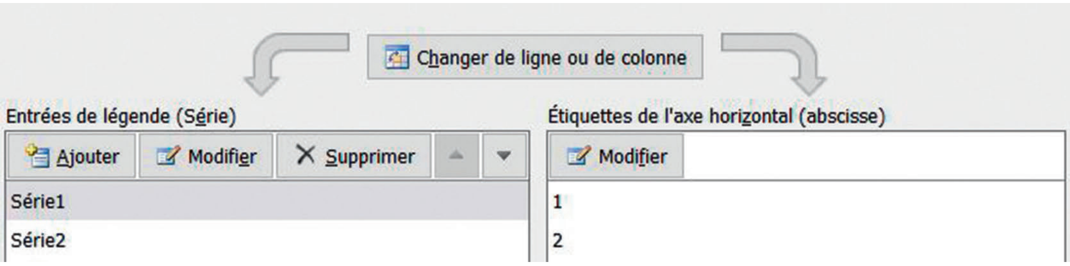
• on sélectionne la deuxième colonne (sans en-tête)

• on choisit l'onglet **`Insertion`** puis le graphique **`Colonne`** 

puis le premier style

• on appuie sur le bouton 

puis sur le bouton **`Modifier`** :



et on sélectionne la plage des valeurs (sans en-tête) et on valide.

• si l'on veut donner des titres, on choisit un modèle parmi ceux proposés ici :

Remarque L'axe des abscisses n'est pas régulièrement gradué si les effectifs ne sont pas régulièrement espacés, ce n'est donc pas un « vrai » diagramme en bâtons.

③ Pour un diagramme circulaire (ou camembert) où la première colonne correspond aux différentes modalités et la deuxième colonne aux effectifs ou aux fréquences d'une série statistique :

• on sélectionne les deux colonnes (sans les en-têtes)

• on choisit l'onglet **`Insertion`** puis le graphique **`Secteurs`** 

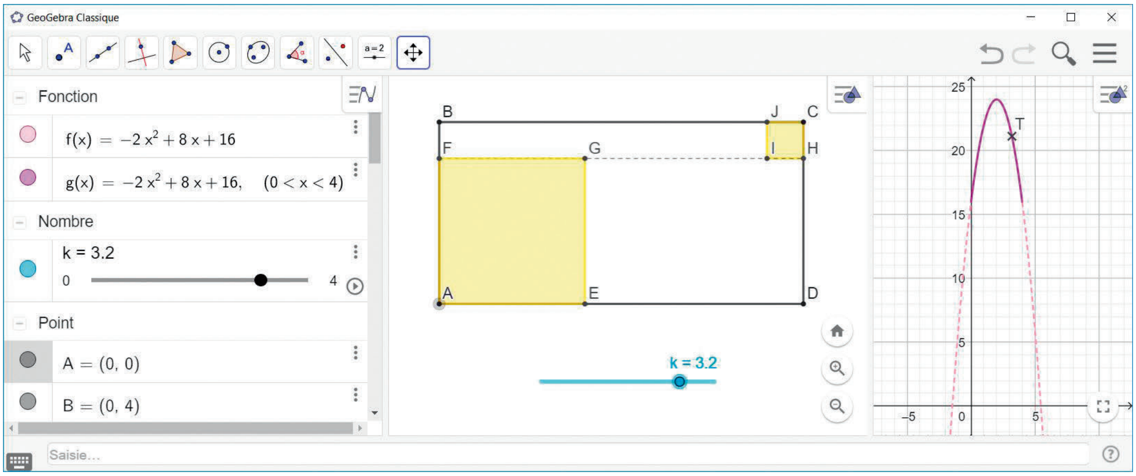
puis le premier style et on valide.

Fiche 2 GeoGebra

GeoGebra permet d'étudier des figures géométriques et des fonctions, soit à partir de leur représentation graphique, soit à partir de leurs données algébriques. Les fonctionnalités et la présentation pouvant changer selon les versions de Geogebra. Ici, nous utiliserons la version la plus récente : la version 6.

Exemple

On cherche à conjecturer la position du point E sur le segment [AD] pour laquelle l'aire de la partie blanche est maximale.



Ici, l'écran est partagé en plusieurs parties :

① Fenêtre algèbre
on y lit les expressions des fonctions tracées, les coordonnées des points,…

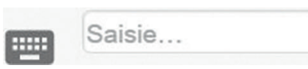
② Première fenêtre graphique
Un rectangle et des carrés ont été construit dans un repère qui a été caché par la suite.

③ Deuxième fenêtre graphique
On y voit la représentation graphique de deux fonctions, l'une définie sur $\mathbb{R}$, l'autre sur $[0 ; 4]$.

Pour faire le lien entre ces 3 fenêtres, on utilise le **curseur k**, lorsqu'on le bouge à l'aide de la souris, le point E se déplace sur le segment [AD], faisant varier les surfaces des carrés et de la partie blanche de la première fenêtre graphique et le point T se déplace sur la courbe représentative de la fonction g, représentant l'aire de la partie blanche.

- Pour **créer des objets**, on peut utiliser la barre d'outils ou la barre de saisie.

Dans la barre d'outils, on obtient un menu déroulant en cliquant sur chaque icône. En survolant les icônes, un message d'aide apparaît.



Dans la barre de saisie, il faut respecter scrupuleusement l'écriture : **`majuscule, minuscule, virgule, point, point virgule`**.

Pour créer une fonction sur un intervalle : **`g(x)=Si(0<x<4,-2x²+8x+16)`**

Pour créer un point à partir de ses coordonnées, on utilise une majuscule : **`M=(1,2.3)`**

Attention, une virgule sépare l'abscisse de l'ordonnée. Les nombres décimaux s'écrivent avec un point.

Pour créer un vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ à partir de ses coordonnées, on utilise une minuscule : **`u=(2,3)`**

- Pour **déplacer ou effacer un objet**, il suffit de le sélectionner avec la flèche. Pour l'effacer, on peut ensuite utiliser la touche Suppr du clavier.

- Cette icône sert à dérouler le **menu**, vous pourrez par exemple enregistrer votre fichier ou choisir les fenêtres à afficher.

- Cette icône sert à ouvrir le menu des **propriétés** de chaque objet (affichage du nom, de l'étiquette, couleurs,…) ou des fenêtres (axe, grille,…).

Corrigés

1 Algorithmique et programmation

À vous de jouer !

1 `nom :` chaîne de caractères
`longueur1, longueur2` et `longueur3` : flottants

3 `a` vaut `34` et `b` vaut `170`

5 Si `x=5` l'algorithme affiche `2x-20 n'est pas positif`
Si `x=15` l'algorithme affiche `2x-20 est positif`

7
```
x ← Valeur saisie
Si x ⩾ 0
    f(x) ← x²
Sinon
    f(x) ← -x³
```

9 `r` prend successivement les valeurs `55`, `77` et `103`.

11
```
Pour i allant de 9 à 784
    Afficher i
```

14 L'algorithme affiche 3 (quand `u=656`).

18
```
a ← 5
Tant que a ⩽ 20
a ← –2 × a + 1
Afficher a
```

22 Cet algorithme affiche $3 \times 0 + 5 \times 2 + 1 = 11$.

Exercices d'application

24
```
fonction moyenne2 (x,y)
    moyenne=(x+y)/2
    retourner moyenne
```

35 `nom :` chaîne de caractères
`temps :` entier
`total :` flottant

37 **a)** `a=666`, `b=668` et `c=444888`
b) `x=-4` et `y=-36`

43 **a)** `x=-3` et `z=12` **b)** `x=-3` et `z=7`

48
```
x ← Valeur saisie
Si x > 0
    Afficher 2x
Sinon
    Afficher x³
```

51 `1, 3, 5,.., 197, 199`

54
```
Pour i allant de 1 à 1000
    Afficher "mathématiques"
```

58 $u \approx -5618{,}55$ en fin d'algorithme

61
```
j ← 0
Tant que j ⩽ 200
    j ← 3 × j + 5
Afficher j
```

63 `f` retourne `17 (3 × 22 + 5)`

65 **a)**
```
fonction f(x)
    y ← -25 × x + 12
    Retourner y
```
b)
```
fonction g(x)
    y ← 8 × x³ + 5 × x² – 4x + 1
    Retourner y
```

En autonomie

90 b **91** c

92 La valeur de `a` est `180`.
La valeur de `b` est `60`.

93 d

94
```
x ← Valeur saisie
Si x > 5
    Afficher 6 × x – 2
Sinon
    Afficher 4 × x + 8
```

Ou en PYTHON :
```python
x=float(input("x=?"))
if x>5:
    print(6*x-2)
else:
    print(4*x+8)
```

95 d **96** c **97** b

98
```
Pour i allant de 312 à 24381
    Afficher 2 × i
```

Ou en PYTHON :
```python
for i in range(312,24382):
    print(2*i)
```

99
```
x ← 0
Tant que x ⩽ 1 000
    x ← x + nombre entier
    aléatoire entre 1 et 10
```

Ou en PYTHON :
```python
import random
x=0
while x<=1000:
    x=x+random.randint(1,10)
```

100 c

101 La fonction retourne `–4/2 = –2`.

102
```
fonction ecart(x,y)
    Si x>y
        e=x-y
    Sinon
        e=y-x
    retourner e
```

Ou en PYTHON
```python
def ecart(x,y):
    if x>y:
        e=x-y
    else:
        e=y-x
    return e
```

103 Pour `a`, `b`, `c` les dimensions du pavé :
```
fonction volumepave(a,b,c)
    retourner a × b × c
```

Ou en PYTHON
```python
def volumepave(a,b,c):
    return a*b*c
```

104
```
fonction multiples(k,n)
    Pour i allant de 1 à n
        Afficher k × i
    Fin pour
```

Ou en PYTHON :
```python
def fonction(k,n):
    for i in range(1,n+1):
        print(k*i)
```

2 Nombres et calculs numériques

À vous de jouer !

1 $\sqrt{821} \approx 28{,}7$ et 821 n'est divisible par aucun premier inférieur ou égal à cette valeur (2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23) donc 821 est premier.
861 est divisible par 3 car $8 + 6 + 1 = 15 = 3 \times 5$.
762 est divisible par 2.
$\sqrt{83} \approx 9{,}1$ et 83 n'est divisible par aucun premier inférieur ou égal à cette valeur (2 ; 3 ; 5 ; 7), donc 83 est premier.
1 023 est divisible par 3 car $1 + 0 + 2 + 3 = 6 = 3 \times 2$.

4 $A = 5^{-10}$ $B = 6^2$ $C = 21^{-23}$ $D = -5^7$ $E = 8^6$

7 $A = -\dfrac{19}{14}$ $B = \dfrac{22}{35}$ $C = \dfrac{15}{26}$

11 $G = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $H = 5$ $I = \dfrac{11}{7}$

Exercices d'application

28 **a)** 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
b) $65u$ est divisible par 9 si et seulement si $6 + 5 + u = 11 + u$ est divisible par 9.

Le seul entier compris entre 0 et 9 tel que 11 + u soit divisible par 9 est 7, donc la seule valeur possible pour u est 7.

32 $\sqrt{157} \approx 12{,}5$ et 157 n'est divisible par aucun premier inférieur ou égal à cette valeur (2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11), donc 157 est premier.
231 est divisible par 3 car $2 + 3 + 1 = 6 = 3 \times 2$.
$\sqrt{311} \approx 17{,}6$ et 311 n'est divisible par aucun premier inférieur ou égal à cette valeur (2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17), donc 311 est premier.
468 est divisible par 2.

39 Ils ne pourront pas nécessairement participer à un numéro pour lequel il faut des groupes de 24 (ils peuvent par exemple être 12 ou 36).

45 **1.** $A = 2^4 \times 5^5$ $B = 5^4 \times 2^9$

2. $E = \dfrac{2^3}{5^4}$ $F = \dfrac{5^2}{2^4}$

51 **a)** $\dfrac{97}{75}$ **b)** $\dfrac{65}{4}$ **c)** $\dfrac{-201}{25}$ **d)** $\dfrac{-61}{108}$

56 **a)** $\sqrt{100} = 10$ **b)** $\sqrt{9} = 3$
c) Impossible car $-36 < 0$. **d)** $\sqrt{(-8)^2} = -(-8) = 8$
e) $\sqrt{169} = 13$ **f)** Impossible car $-1 < 0$.
g) Impossible car $-52 < 0$. **h)** $\sqrt{\pi}$

En autonomie

136 a c et d **137** b c et d

138 c

139 **a)** 23 est premier. **b)** 79 est premier.
c) 91 n'est pas premier ($91 = 7 \times 13$).

140 $276 = 2^2 \times 3 \times 23$
$161 = 7 \times 23$ (7 et 23 sont premiers)

141 **1.** $3\,528 = 2^3 \times 3^2 \times 7^2$
$1\,596 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 19$

2. $\dfrac{3528}{1596} = \dfrac{2^3 \times 3^2 \times 7^2}{2^2 \times 3 \times 7 \times 19} = \dfrac{2 \times 3 \times 7}{19} = \dfrac{42}{19}$

142 b **143** b **144** a et c

145 b et d **146** a, b et c

147 b et c **148** b et c

149 $A = 81$ $B = -100\,000$ $C = 0{,}03125$

150 $A = \dfrac{43}{18}$ $B = -102$ $C = -1$

151 b et d **152** b et d

153 a **154** a et c **155** b

156 $A = -\dfrac{81}{34}$ $B = -\dfrac{1}{3}$

157 $A = \dfrac{99}{4}$ $B = \dfrac{937}{144}$ $C = \dfrac{1}{3}$ $D = \dfrac{1907}{45}$

158 a et c **159** b **160** c

161 b, c et d **162** a et d

163 **1.** $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$; $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$; $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
$G = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$

2. $H = \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 7(\sqrt{9} \times \sqrt{3}) + \sqrt{3} = -18\sqrt{3}$

164 En appliquant quatre fois le théorème de Pythagore, on obtient $2\sqrt{4^2 + 2^2} + 2\sqrt{8^2 + 4^2} = 12\sqrt{5} \approx 26{,}8$ cm soit environ 268 mm.

3 Intervalles et inégalités

À vous de jouer !

1 **1.** Non. **2.** [2 ; 4]

3 L'intersection est [4 ; 5].
La réunion est [−10 ; 12].

5 $2{,}5t \geqslant 25$ et $t - 7 \geqslant 3$

7 $\mathcal{S} =]-\infty ; 4]$

10 C est supérieur à E pour $x \in]7 ; +\infty]$, inférieur à E pour $x \in]-\infty ; 7[$. C et E sont égaux pour $x = 7$.

12 24 viennoiseries

Exercices d'application

30 **a)** [−3 ; 1] **b)**]0 ; 5] **c)**]−∞ ; 4] **d)**]2 ; +∞[

39 **a)** $1{,}5x \leqslant 1\,500$ **b)** $\dfrac{x}{50} \leqslant 20$
c) $-\dfrac{1}{10}x \geqslant -100$ **d)** $x - 30 \leqslant 970$

46 **a)** $x = 11$ **b)** $x = \dfrac{13}{2}$ **c)** $x = 4$ **d)** $x = 0$

49 $2x + 8 < 100$ $2x < 100 - 8$
$2x < 92$ $x < \dfrac{92}{2}$ $x < 46$

55 $x > 95{,}5$

61 $10 + 4\ell \leqslant 120$ avec ℓ la largeur ($\ell \geqslant 0$)

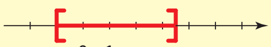
65 **a)** 4 **b)** 3,8 **c)** $\dfrac{100}{3}$ **d)** 1 **e)** $\sqrt{17} - 2$
f) $\sqrt{17} - 2$

En autonomie

126 c **127** b **128** d

129 b **130** b et d

131 **1.**



0 1

2. −1 ; 0 ; 1,2 et 3,32, par exemple.
3. 10 ; −6 ; 3,6 et 12, par exemple.

132 **a)** $-3 \leqslant x \leqslant 16$ **b)** $x \geqslant -8$

133 **a)**]5 ; 12] **b)**]−∞ ; 4] **c)**]−1 ; 0[

134 Faux.

135 L'intersection est]−3 ; 5[et la réunion est [−3 ; 8].

136 d **137** a **138** a

139 **a)**]8 ; +∞[**b)**]−∞ ; 0,5[
c)]−∞ ; 20] **d)**]−∞ ; −1[

140 $-10 < 5x \leqslant 50$ et $-14 < x - 12 \leqslant -2$

141 $1{,}2 < \sqrt{5} - 1 < 1{,}3$ et $11 < 5\sqrt{5} < 11{,}5$

142 $\mathcal{S} = \left]-\infty ; \dfrac{648}{35}\right]$ **143** $\mathcal{S} = \left[\dfrac{10}{17} ; +\infty\right[$

144 Oui. **145** $x \in \left]-\dfrac{24}{5} ; -\dfrac{5}{2}\right[$

146 b **147** b

148 **1.** $x \in [0 ; 10]$ **2.** $50 - 2x$ **3.** $50 - 2x \geqslant 37$

149 Par exemple [−5 ; 8].

150 Une inéquation est $500p - 125 > 750$ avec p le prix de vente du ticket.
On doit prendre $p > 1{,}75$.

151 Son nombre de départ est inférieur à 2.

152 $a \in [8\sqrt{3} ; +\infty[$

153 b **154** a **155** b **156** c

157 $|x - 3|$

158 **1.** 12 **2.** $\dfrac{16}{3}$ **3.** Non

159 **a)** $12 - \sqrt{7}$ **b)** $\sqrt{7} + 3$ **c)** $\sqrt{7} - 2$

160 [−16 ; 8] **161** $\left[-\dfrac{3}{10} ; \dfrac{7}{10}\right]$

4 Identités remarquables, calculs algébriques et équations

À vous de jouer !

1 **a)** $2x^2 + 17x + 21$ **b)** $x^2 - 2x + 1$
c) $4x^2 + 12x + 9$ **d)** $-x^2 + 6x - 5$

3 **a)** $(2x + 1)(-3x + 9)$ **b)** $(x + 2)^2$
c) $(6 - x)(6 + x)$ **d)** $x(x + 4)$

5 $\dfrac{10x + 51}{2x + 10}$ **7** $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{9}{5} ; 50\right\}$

11 $\mathcal{S} = \{-3\}$ (La valeur interdite est −1).

Exercices d'application

31 **a)** $3x^2 + 15x$ **b)** $-2x^2 - 12x$
c) $15x^2 - 12x$ **d)** $2x^2 + 3x + 1$
e) $x^3 - x^2 + 2x - 2$ **f)** $-6x^4 + 2x^2$

36 **a)** $3(x - 5)$ **b)** $x(4x - 7)$
c) $x(3x^2 - 5x + 8)$ **d)** $3a(a - 2)$
e) $3x^2(x + 3)$ **f)** $\sqrt{x}\,(2 + x)$

40 **a)** $t + 5$ **b)** $\dfrac{3}{4}x$ pour $x \neq 0$
c) $2x^2 + 4x - 3$ **d)** $\dfrac{1}{2a}$

44 **a)** $\mathcal{S} = \{-4 ; 7\}$ **b)** $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{3}{2} ; \dfrac{5}{4}\right\}$
c) $\mathcal{S} = \left\{0 ; \dfrac{5}{4}\right\}$ **d)** $= \left\{\dfrac{1}{5} ; -3\right\}$
e) $\mathcal{S} = \{2\}$ **f)** $= \{0 ; 5\}$

50 **a)** $\mathcal{S} = \{2\}$(La valeur interdite est −9)
b) $\mathcal{S} = \varnothing$ (La valeur interdite est −3)
c) $\mathcal{S} = \varnothing$ (La valeur interdite est 5)
d) $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{1}{5}\right\}$ (La valeur interdite est $-\dfrac{3}{2}$)

En autonomie

122 c **123** a **124** b **125** b

126 **1.** $f(t) = 9t^2 + 12t - 5$

2. $(3t-1)(3t+5) = 9t^2+12t-5$ d'où l'égalité.

127 $2(x-7)^2-3 = 2x^2-28x+95$

128 $(s-2t)^2 = s^2-2\times s\times 2t+(2t)^2 = s^2-4st+4t^2$

129 $A = \frac{1}{2}x^2+\frac{25}{6}x+\frac{4}{3}$ et $B = 64x^2-2x+\frac{1}{64}$

130 $f(x) = 2x^3-x^2-72x+36$

$g(x) = 4x^3-28x^2+60x-36$

131 $(4-3x)^2+8 = 9x^2-24x+24$

132 a **133** d **134** a **135** a

136 **a)** $a(6a^2-7a+3)$ **b)** $(5x-2)^2$

137 **a)** $f(x) = (x+2)(x+8)$ **b)** $g(x) = 3x(x+11)$

138 $A = \frac{1}{4}x(x-3)$

139 $A = \left(\frac{1}{3}x-1\right)\left(\frac{1}{3}x+1\right)$ $B = \left(x+\frac{1}{4}\right)^2$

140 **a)** $xy(4+6xy+7y^2)$ **b)** $(x+1)(x+5)$

141 **1.** $f(x) = -7x^2+40x+12$

2. $f(x) = (7x+2)(-x+6)$

142 b **143** c

144 $\frac{17x+5}{3x+1}$ **145** $\frac{x+8}{2x+8}$

146 $\frac{3x+1}{x+1}-\frac{4x}{2x+2} = 1$

147 $\frac{4x+9}{(x+1)(x+2)}$

148 c **149** d **150** a **151** c

152 4 et $\frac{7}{5}$ **153** $\mathcal{S} = \{4\}$

154 $\mathcal{S} = \{-1\,;4\,;38\}$

155 **1.** $\mathcal{S} = \{-3\,;3\}$ **2.** $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$

156 $\mathcal{S} = \left\{-\frac{15}{2}\,;\frac{7}{2}\right\}$

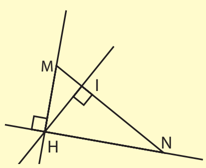
157 **a)** $\mathcal{S} = \left\{0\,;\frac{1}{2}\right\}$ **b)** $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{4}\right\}$

158 [AB] mesure 2.

5 Repérage et problèmes de géométrie

À vous de jouer !

1 **1.** et **2.**
3. La hauteur issue de N est la droite (NH).
4. La distance est HI.



6 Le volume du tétraèdre est
$\frac{1}{3}\times\frac{AB\times AD}{2}\times AE = \frac{1}{3} = \frac{4\times4}{2}\times 4 = \frac{32}{3}$.
Le volume du cube est 64. Le rapport est de $\frac{1}{6}$.

8 $AB = \sqrt{(-2)^2+(-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$AC = \sqrt{2^2+(-1)^2} = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$

Exercices d'application

19 ABCD est un parallélogramme donc (AB) et (CD) sont parallèles et AB = CD.
ABEF est un parallélogramme donc (AB) et (EF) sont parallèles et AB = EF.
Donc (CD) et (EF) sont parallèles et CD = EF d'où CDFE est un parallélogramme.

26 **1.** $AB^2+BC^2 = 9^2+12^2 = 81+144 = 225 = 15^2 = AC^2$ donc ABC est rectangle en B.

2. Aire de ABC $= \frac{AB\times BC}{2} = \frac{9\times12}{2} = 54$

28 **1.** ABC et AHC sont semblables car ils ont deux angles égaux et une longueur identique.
2. ABC et AHB sont semblables car ils ont deux angles égaux et une longueur identique.

32 Le milieu de [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{2}\right)$

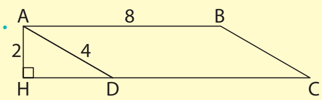
En autonomie

102 c **103** b **104** a **105** b

106 b **107** c **108** c **109** b

110 **1.** Avec le théorème de Pythagore
$AB^2 = BH^2+AH^2 = 6^2+4^2 = 52$
$AC^2 = AH^2+HC^2 = 4^2+3^2 = 25$ donc finalement :
$BC = 9$, $AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ et $AC = 5$.
2. $AC^2+AC^2 = 25+52 \neq 81$ donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

111 **1.**



2. Dans le triangle ADH, on a

$\sin\widehat{ADH} = \frac{AH}{AD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ donc $\widehat{ADH} = 30°$

3. Donc $\widehat{ADC} = 30°$
4 Aire de ABCD = AB × AH = 8 × 2 = 16

112 **1.** Volume de ABCDH $= \frac{1}{3}\times AB\times BC\times DH$

$= \frac{1}{3}\times 10\times 3\times 2 = 20$

2. Volume de ABDH $= \frac{1}{3}\times\frac{AB\times AD}{2}\times DH$

$= \frac{1}{3}\times\frac{10\times3}{2}\times 2 = 10$

113 **1.** L'aire du triangle ABC $= \frac{AB\times BC}{2} = \frac{8\times6}{2} = 24$ ou aussi $\frac{AC\times BH}{2} = \frac{10\times BH}{2}$ donne BH = 4,8 en ayant calculé AC avec le théorème de Pythagore dans le triangle ABC.
2. Aire de AHBK = AH × BH et on calcule AH avec le théorème de Pythagore dans ABH qui donne : $AH^2 = AB^2-BH^2 = 8^2-4{,}8^2 = 40{,}96$ d'où AH = 6,4 et donc l'aire de AHBK vaut 30,72

114 **1.** $\tan\widehat{CBD} = \frac{CD}{BC} = \frac{3{,}7}{BC}$ donne :
$BC = \frac{3{,}7}{\tan 32°} \approx 5{,}9$

2. $\cos\widehat{BCA} = \frac{BC}{AC} = \frac{5{,}9}{8}$ donne $\widehat{BCA} \approx 42{,}3°$

115 **1.** $AE^2+DE^2 = 4{,}2^2+6^2 = 53{,}64 \neq 7^2$ donc le triangle ADE n'est pas rectangle.

2. Le théorème de Thalès donne $\frac{AG}{AE} = \frac{AF}{AD} = \frac{FG}{DE}$

d'où $FG = DE\times\frac{AF}{AD} = 6\times\frac{2{,}5}{7} = \frac{15}{7} \approx 2{,}1$

116 c **117** b **118** c **119** a

120 a **121** a **122** b **123** c

124 **1.** AC = 5, AH = 4 et CH = 3 donc $AC^2 = AH^2+CH^2$ et le triangle est ACH rectangle en H.

$BC = \sqrt{45}$ et BH = 6 donc

$CH^2+BH^2 = BC^2$ et le triangle est rectangle en H.

2. Dans le triangle ACH, $\cos\widehat{CAH} = \frac{AH}{AC} = \frac{4}{5}$ donc

$\widehat{CAH} \approx 36{,}9°$ donc $\widehat{ACH} \approx 90°-36{,}9° = 53{,}1°$.

Dans le triangle ABH, $\cos\widehat{CBH} = \frac{BH}{BC} = \frac{6}{\sqrt{45}}$ donc

$\widehat{CBH} \approx 26{,}6°$ donc $\widehat{BCH} \approx 90°-26{,}6° = 63{,}4°$.

3. On en déduit que $\widehat{BCA} = 116{,}5° \neq 90°$ donc le triangle n'est pas rectangle.

125 B milieu de [AC] donc B(−3 ; 8).

126 E milieu de [DF] donc F(5 ; −3).

127 **1.** Le milieu de [MT] est $\left(-\frac{1}{3}\,;-\frac{1}{24}\right)$

2. H est le symétrique de A par rapport au milieu de [MT] donc $H\left(-\frac{22}{15}\,;-\frac{29}{12}\right)$

128 Le cercle de diamètre [AD] a pour centre le point O (1 ; −2) et pour rayon $2\sqrt{5}$

On calcule $OB = \sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5}$ et $OC = \sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5}$ donc le cercle passe par B et C.

129 **1.** La médiatrice passe par le milieu de [IB] et donc $H\left(\frac{5}{2}\,;2\right)$.

2. Le cercle a pour rayon $HI = \sqrt{\frac{9}{4}+4} = \frac{5}{2}$ et on calcule $HB = \sqrt{\frac{9}{4}+4} = \frac{5}{2}$ donc B est sur le cercle.

3. On calcule $CH = \sqrt{\frac{25}{4}+0} = \frac{5}{2}$ donc C est sur le cercle.

130 **1.** ABCD est un parallélogramme donc D est le symétrique de B par rapport au milieu de [AC] qui est le centre du parallélogramme

soit $O\left(\frac{7}{2}\,;\frac{5}{2}\right)$ donc $\begin{cases}\frac{7}{2} = \frac{6+x_D}{2}\\ \frac{5}{2} = \frac{1+y_D}{2}\end{cases}$ alors D (1 ; 4)

2. On a : $AH^2 = 9$, $CH^2 = 121$ et $AC^2 = 130 = AH^2+CH^2$ donc le triangle est rectangle en H.
3. On a : CH = 11 , CD = AB = 8 et DH = 3 donc C, D et H sont alignés.
4. Par conséquent H est le projeté orthogonal de A sur (CD) et l'aire du parallélogramme ABCD est : AB × AH = 9 × 8 = 72.

6 Vecteurs du plan

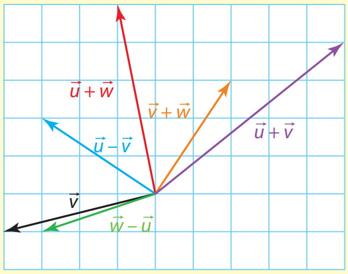
À vous de jouer !

1 **1.** $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{DG}$.

2. $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{DG}$ donc EHGD est un parallélogramme.

3. E milieu de [FH] car $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{EH}$.

5.



9 $\frac{1}{3}\vec{u}=\vec{x}$, $-\vec{u}=\vec{z}$, $3\vec{u}=\vec{w}$, $-\frac{2}{3}\vec{u}=\vec{v}$ et $-\frac{4}{3}\vec{u}=\vec{y}$

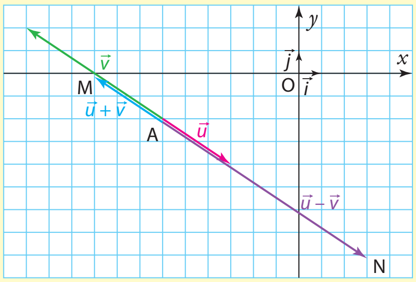
13 **1.** $\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-8\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix}-11\\9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PN}\begin{pmatrix}-3\\11\end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}11\\-9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}3\\-11\end{pmatrix}$

3. $\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NM}-\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

16 **1.** M (–8 ; 0) **2.** N (4 ; –8)

3.



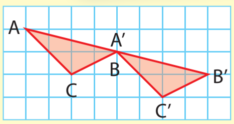
19 **1. a)** $\det(\vec{u},\vec{v})=-16$ **b)** $\det(\vec{v},\vec{w})=-4$

c) $\det(\vec{w},\vec{r})=-8$

2. Les vecteurs colinéaires entre eux sont $\vec{u}$ et $\vec{w}$, ainsi que $\vec{v}$ et $\vec{r}$.

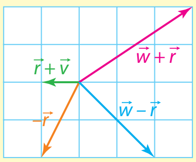
Exercices d'application

35 **1.**

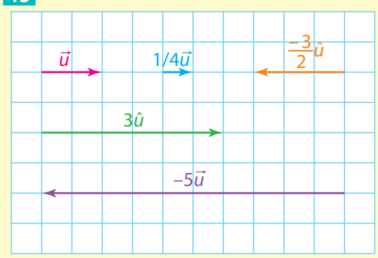


2. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{CC'}$ **3.** $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{B'C'}$ **4.** $\overrightarrow{A'C'}$.

41



45



48 **a)** $1\vec{u}$ ou $\vec{u}$ **b)** $-2\vec{u}-3\vec{v}$ **c)** $-24\vec{v}$
d) $-8\vec{u}+7\vec{v}$

53 $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{r}\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$

64 B(3 ; 5)

68 **1. 2. 3. a)** $\det(\vec{u},\vec{v})=0$, donc les vecteurs sont colinéaires, $k=-\frac{3}{2}$.

b) $\det(\vec{s},\vec{t})=56$, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

c) $\det(\vec{u},\vec{r})=-18$, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

d) $\det(\vec{v},\vec{w})=0$, donc les vecteurs sont colinéaires, $k=-\frac{8}{3}$.

e) $\det(\vec{s},\vec{m})=-1$, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

f) $\det(\vec{m},\vec{t})=10$, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

En autonomie

112 b et c **113** b et c

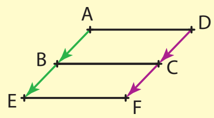
114 **1.** et **2.** ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

On sait que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CF}$ donc BEFC est un parallélogramme.

D'autre part, ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

BEFC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EF}$.

On en déduit que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{EF}$ donc AEFD est un parallélogramme.

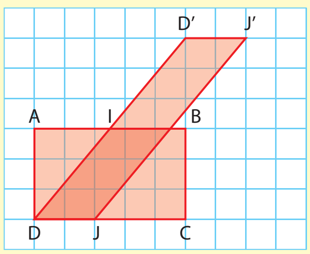


115 ABCD est un rectangle donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

I et J les milieux respectifs de [AB] et [CD] donc $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{DJ}$ donc IBJD est un parallélogramme.

On en déduit que $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{JB}$.

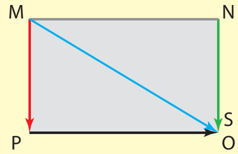
De plus D′ est le symétrique de D par rapport à I donc $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{ID'}$ et J′ le symétrique de J par rapport à B donc $\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{BJ'}$. On en déduit que $\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{JJ'}$ donc D′DJJ′ est un parallélogramme.



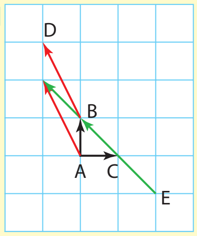
116 c **117** a b d

118 $-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}=$
$-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.

119 $\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{PO}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PO}=\overrightarrow{MO}$
Donc les points O et S sont confondus.

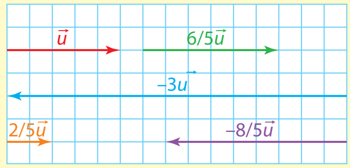


120

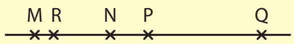


121 c **122** c

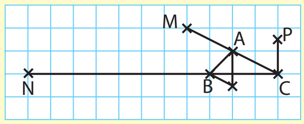
123



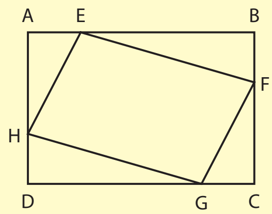
124



125



126



Le quadrilatère EFGH semble être un parallélogramme.

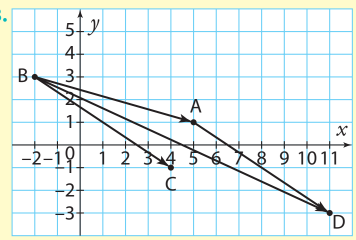
127 b **128** d

129 $\|\vec{u}\|=\sqrt{13}$, $\|\vec{v}\|$ $\sqrt{26}$, $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\7\end{pmatrix}$,
$\|\vec{u}+\vec{v}\|=\sqrt{53}$

130 **1.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\-6\end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ donc $\begin{cases}x_D-5=6\\y_D-1=-4\end{cases}$ donc D (11 ; –3)

3.



131 $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP}$ a pour coordonnées

$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x_Q - 6 = 1 \\ y_Q - 1 = -8 \end{cases}$

donc Q (7 ; –7)

132 b et c **133** b **134** b

135 $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} 18 \\ -10 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix} 42 \\ -24 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF}) = -432 + 420 = -12 \neq 0$.
Les points D, E et F ne sont pas alignés.

136 $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{PQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MN}$

donc les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires donc les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

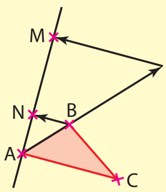
137 **1.** $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{GF}$ sont colinéaires donc DEFG est un trapèze.

2. $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}\begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{DG}$ ne sont pas colinéaires donc les droites (EF) et (DG) ne sont pas parallèles.

138 **1.** $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} x-2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{TH}\begin{pmatrix} 1 \\ x-2 \end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{TH}$ colinéaires ssi leur déterminant est nul, si $(x-2)^2 - 1^2 = 0$, si et seulement si $(x-2)^2 = 1$ si et seulement si $x - 2 = 1$ ou $x - 2 = -1$ si et seulement si $x = 3$ ou $x = 1$.

139

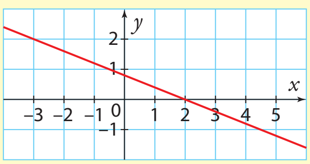


$\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AN}$ donc $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires et ont un point commun donc les points A, M et N sont alignés.

7 Droites du plan et systèmes

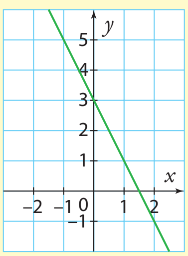
À vous de jouer !

1



3 $\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0 \Leftrightarrow 3(x-1) - 2(y+2) = 0$
$\Leftrightarrow 3x - 2y - 7 = 0$

5



7 **1.** $m = 2$ **2.** $p = -1$ **3.** $y = 2x - 1$

9 $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{2-(-3)}{1-(-2)} = \dfrac{5}{3}$

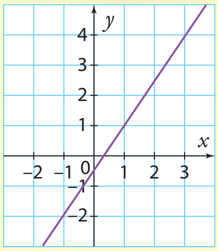
12 Elles sont strictement parallèles.

14 On extrait x de la deuxième équation.

16 On multiplie la deuxième équation par –2

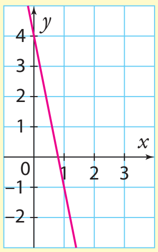
Exercices d'application

27



32 $2x - 3y + 7 = 0$

38



41 Pour $d_1 : m_1 = -\frac{1}{2}$, pour $d_2 : m_2 = 3$, pour $d_3 : m_3 = 6$, pour $d_4 : m_4 = 0$.

43 Pour $d_1 : y = -\frac{1}{3}x + 1$, pour $d_2 : y = \frac{3}{2}x - 2$, pour $d_3 : y = -2x + 3$

45 $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-2-1}{4-(-2)} = \dfrac{-3}{6} = -\dfrac{1}{2}$

48 $y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$

52 **1.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 9 - (-10) \neq 0$ donc les droites sont sécantes.

56 $\left(-\frac{2}{5} ; \frac{1}{5}\right)$ **62** $(-2 ; -1)$

En autonomie

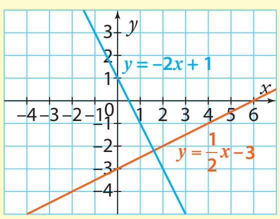
109 d

110 c

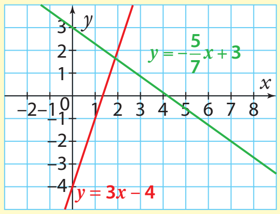
111 b

112 d

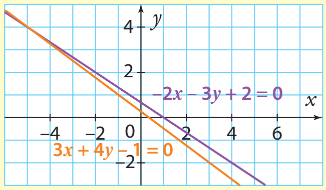
113



114



115



116 d **117** a **118** b **119** b

120 c

121 $y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$ **122** $y = \frac{5}{4}x - \frac{7}{4}$

123 $x - 5y - 14 = 0$ **124** $-6x + y - 17 = 0$

125 **1.** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ **2.** $5x + 3y + 1 = 0$

126 b

127 d

128 c

129 b

130 a

131 Le système $\begin{cases} -2x - y + 5 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{cases}$

a pour solution $\left(\frac{6}{5} ; \frac{13}{5}\right)$

132 Le système $\begin{cases} \frac{2}{3}x - y - 1 = 0 \\ -x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$

a pour solution $\left(\frac{18}{7} ; \frac{5}{7}\right)$

133 **1.** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires donc les droites sont sécantes.

2. On obtient le système $\begin{cases} -6x - 3y - 3 = 0 \\ -2x - 5y - 11 = 0 \end{cases}$

a pour solution $\left(\frac{3}{4} ; -\frac{5}{2}\right)$

134 **1.a)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) Leur déterminant est nul.
c) Donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles et le quadrilatère ABCD est un trapèze.

2. $F(0 ; 4)$ et $H\left(\frac{3}{2} ; \frac{1}{2}\right)$

3. a) (AD) : $x = -3$ et (BC) : $3x + 3y - 24 = 0$
b) Le système a pour solution E(–3 ; 11)

4. (BD) : $x + 9y - 24 = 0$ et (AC) : $6x - 6y + 12 = 0$

qui donnent $G\left(\frac{3}{5} ; \frac{13}{5}\right)$

5. (EF) : $7x + 3y - 12 = 0$
6. Les coordonnées des points G et H vérifient cette équation donc ils sont tous alignés.

8 Généralités sur les fonctions, fonctions de référence

À vous de jouer !

1 **a)** $S = \{-2 ; 0\}$ **b)** $S = \{1\}$

4 **a)** $S = [-2 ; 0]$ **b)** $S = [1 ; 5]$

6 f semble paire.

8 **a)** $S = [-\sqrt{2} ; \sqrt{2}]$ **b)** $S =]25 ; +\infty[$
c) $S =]-\infty ; -3] \cup [3 ; +\infty[$

Exercices d'application

23 **a)** 26 **b)** 6 **c)** 0 **d)** $15 + 7\sqrt{5}$

31 **1. a)** 1 005 **b)** Oui car $f(10) = 1\,005$.
2. –3

38 **a)** $S = \{0 ; 3 ; 4\}$ **b)** $S = \{1 ; 2 ; 5 ; 6\}$
c) $S = \varnothing$ **a)** $S = \{0{,}5 ; 2{,}5 ; 4{,}4 ; 7\}$

44 **a)** paire **b)** impaire
c) paire **d)** ni paire, ni impaire

45 **a)** 16 **b)** 9 **c)** 10^6 **d)** $\frac{1}{4}$

En autonomie

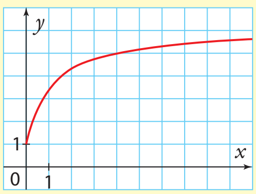
117 c **118** c **119** a

120 $[-2 ; 2]$

121 **a)** –6,5 ; 0,9 et 3,1
b) $]-6{,}5 ; 0{,}9[\cup]3{,}1 ; 5]$
c) $[-7 ; -6{,}9]$

122 **1.** Non car $g(-2) = 20$.
2. –2 **3.** $(2 ; 0)$ et $\left(-\frac{1}{3} ; 0\right)$

123



124 **1.** $S = \{2\}$ **2.** $S =]2 ; 6]$

125 **1.** $(-0{,}5 ; 1)$ **2.** Ni paire, ni impaire.

126 **1.** $f(1) = 9$ et $g(1) = 9$
2. Oui : B(–1 ; 3).

127 **1.** 0 **2.** 0 et 3

128 $\left(-\frac{5}{12} ; \frac{2}{13}\right)$

129 a **130** b et d **131** b

132 b **133** b **134** a **135** a

136 Courbe verte : **a)** ; courbe bleue : **d)** ; courbe rouge : **c)** ; courbe orange : **a)**

137 **a)** 2 et –2 par carré, $\frac{1}{4}$ par inverse.
b) $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$ par carré , 9 par inverse.
c) Pas d'antécédent par carré , $-\frac{1}{20}$ par inverse.

138 **a)** $S =]16 ; +\infty[$ **b)** $S = \left]0 ; \frac{1}{5}\right[$
c) $S =]-\sqrt{50} ; \sqrt{50}[$ **d)** $S =]-4 ; 4[$

139 b **140** c

141 $x \mapsto (x + 5)^2$ sur $[0 ; 10]$

142 $P(t) = 15 + 2t$ avec t en heures

143 Si x = AD (et donc AB = $9 - x$), il faut prendre $x \in [2{,}21 ; 6{,}79]$.

9 Variations et extremums

À vous de jouer

1

x	–2		–1		0		1,5
f	–4	↗	1,2	↘	–2	↗	3

x	–1		3
g	–2	↗	6

3 **1.** $[-2 ; 3]$
2. $0 < 2$ et f est croissante sur $[-1 ; 3]$ donc $f(0) < f(2)$
3. $f(-2) > f(-1{,}5)$

5 **a)** $2^3 < 5^3$ **b)** $(-3)^3 < 11^3$
c) $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 < (-2{,}4)^3$

7 f a pour minimum –1, atteint pour $x = 1$.

Exercices d'application

15

x	–4		–1		5
f	2	↘	–1,7	↗	2

21 **1. a)** g est décroissante sur cet intervalle.
b) $3 < 4$ donc $g(3) > g(4)$
2. $g(1) < g(1{,}5)$ **3.** $g(-2) > g(0)$

26 **1.**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x \mapsto x^2$		↘	0	↗	

2. a) $f(1) < f(4)$ **b)** $f(-3) > f(-2)$

34 **1.** f admet pour maximum 6, atteint en $x = -3$; f a pour minimum –1, atteint en $x = 2$.
2. g a pour maximum 2, atteint en –2 et en 0 ; g a pour minimum –2,5 atteint pour $x = -3$.

En autonomie

107 b et c **108** a

109 **1.**

x	0		$+\infty$
$x \mapsto \sqrt{x}$	0	↗	

2.

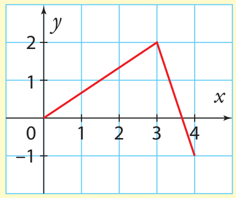
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x \mapsto \frac{1}{x}$		↘	‖	↘	

110

x	–3		–2		2		4
f	–1	↗	2	↘	–1	↗	1

x	–4		4
g	–3	↗	2

111



112 **a)** f est une fonction affine croissante sur $\mathbb{R}$.
b) g est la fonction carré, décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.
c) h est une fonction affine croissante sur $\mathbb{R}$.

113 Le maximum est 2,5.

114 a et c **115** a et d

116 b **117** c

118 **1.**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x \mapsto x^2$		↘	0	↗	

2. a) $2{,}5^2 < 2{,}5015^2$ **b)** $(-3{,}1)^2 > (-2{,}75)^2$
3. a) $x^2 \in [1 ; 16]$ **b)** $x^2 \in [0 ; 4]$

119 **a)** $\sqrt{x} \in [1 ; \sqrt{3}]$ **b)** $\sqrt{x} \in]\sqrt{2} ; +\infty[$
c) $\sqrt{x} \in]0 ; \sqrt{3}]$

120 a **121** a et c **122** b

123 b et c

124 Le maximum est 3, atteint pour $x = 1$; le minimum est –4, atteint pour $x = 2$.

125 Le maximum et le minimum de f sont 2.

126 **1.** Le maximum de f est 3, atteint en $x = 5$. **2.** Le minimum est de –3.

127 **1.** g a un maximum qui vaut 5, atteint en $x = 3$ et $x = 7$.
2. g a un minimum qui vaut –2, atteint en $x = 6$ et $x = 7{,}5$.

128 Elle admet seulement un minimum, atteint en $x = 0$.

129 Elle admet seulement un minimum, atteint en $x = 0$.

130 Elle n'a ni minimum, ni maximum.

131 Elle n'a ni minimum, ni maximum.

132 $2\sqrt{x} \geqslant 0$ donc $f(x) \geqslant -3 = f(0)$.

133 **1.** $-2(x-1)^2 + 3 = -2(x^2 - 2x + 1) + 3 = -2x^2 + 4x + 1 = f(x)$
2. $f(1) = 3$, et pour tout réel x, $-2(x-1)^2 \leqslant 0$ donc $f(x) \leqslant f(1)$.
3. Ce maximum est atteint pour $x = 1$.

10 Signe d'une fonction et inéquations

À vous de jouer

1 **a)**

x	-3		-2		2		3
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b)

x	-2		-1		3		4
$f(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

3 **1. a)** $x = -\frac{3}{5}$ **b)** f est croissante sur $\mathbb{R}$.

c)

x	$-\infty$		$-\frac{3}{5}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

2. a) $x = 3{,}5$ **b)** g est décroissante sur $\mathbb{R}$.

c)

x	$-\infty$		$3{,}5$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

5 **1.**

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$-3x-1$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		$+\infty$
$5x+2$		$-$	0	$+$	

2. a)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$A(x)$		$+$	0	$-$	

b)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$C(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

d)

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{2}{5}$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$D(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

10 **a)** $x \in]-\infty ; -2[\cup]-0{,}2 ; +\infty[$

b) $x \in \left]0 ; \frac{1}{3}\right]$ **c)** $x \in \left]\infty ; -\frac{1}{6}\right[$

d) $x \in \left]\frac{-7}{6} ; \frac{5}{7}\right[\cup]3 ; +\infty[$

Exercices d'application

19

x	-2		$-1{,}6$		1		4		5
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

x	-3		-1		4
$g(x)$		$+$	0	$+$	0

23 **a)**

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$	

b)

x	$-\infty$		$\frac{5}{8}$		$+\infty$
$8x+4$		$-$	0	$+$	

c)

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$-3x+12$		$+$	0	$-$	

d)

x	$-\infty$		$-\frac{2}{7}$		$+\infty$
$-7x-2$		$+$	0	$-$	

28 **a)**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	

b)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$	

c)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^4		$+$	0	$+$	
x^4+1		$+$		$+$	

d)

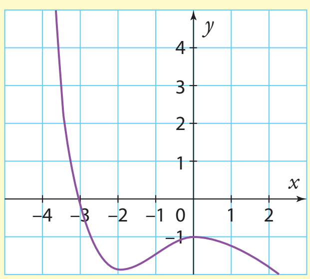
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$		$-$	$\|$	$+$	

36 **a)** $x = -5$ ou $x = 1$ **b)** $x \in]-5 ; 1[$
c) $x \in]-\infty ; -5] \cup [1 ; 2[$
d) $x \in]-\infty ; -5[\cup]1 ; 2[$

42 **1. a)** négatif **b)** négatif **c)** positif

2. a) $x \in]-\infty ; -3[$ **b)** $x \in]-\infty ; -3]$
c) $x \in]-3 ; +\infty[$.

3.



En autonomie

102 b **103** a et b **104** b

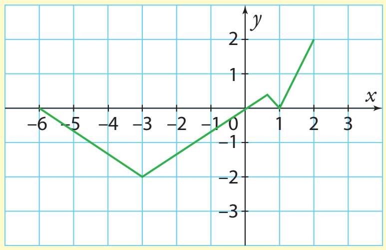
105 b **106** a **107** b

108

x	-2		-1		0		$2{,}5$		3
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

x	-3		1		2
$g(x)$	0	$+$	0	$+$	

109



110 d **111** c **112** b

113

x	$-\infty$		-4		$-\frac{1}{4}$		$-\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$(-5x-20)(8x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

114

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		3		$+\infty$
$A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		0		$\frac{9}{7}$		$+\infty$
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

115

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{2}{3}$		$-\infty$
$(6-9x)(2x+3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

116 b **117** a **118** c

119

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$C(x)$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		0		$+\infty$
$D(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

120 **a)**

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{7}$		$+\infty$
$\frac{-7x+1}{x^2}$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	

b)

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$\frac{4x+2}{(2x+1)(-x-3)}$		$+$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	

c)

x	$-\infty$		-8		2		$+\infty$
$\frac{1}{2-x}+\frac{1}{8+x}$		$-$	‖	$+$	‖	$-$	

121 c **122** a **123** c **124** a

125 a) $x \in]-3\,;6[$
b) $x \in]-4\,;0[$
c) $x \in]-\infty\,;-0{,}25[\cup [1{,}5\,;+\infty[$
d) $x \in]-\infty\,;1{,}5[\cup]2\,;+\infty[$

126 1. $x \in]-3\,;3[$
2. $x \in]-\infty\,;0[\cup]0{,}5\,;+\infty[$

127 1. a)

x	-3		-2		$0{,}5$		3
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0

b)

x	-3		$2{,}5$		3
$g(x)$		$+$	0	$-$	

c)

x	-3		-2		$0{,}5$		$2{,}5$		3
$f(x)\,g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0

d)

x	-3		-2		$0{,}5$		$2{,}5$		3
$\frac{f(x)}{g(x)}$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0

2. a) $x = -2$ ou $x = 0{,}5$
b) $x \in]-2\,;0{,}5[$
c) $x \in [-3\,;2{,}5]$
d) $x \in [-3\,;-2[\cup]0{,}5\,;2{,}5[$
e) $x \in [-2\,;0{,}5] \cup]2{,}5\,;3]$
f) $x \in]-2\,;0{,}5[\cup]2{,}5\,;3[$

11 Proportions et évolutions en pourcentage

À vous de jouer

1 $\frac{45}{100} \times \frac{1}{3} = 0{,}15$

3 1. $c_{\text{global}} = \left(1+\frac{15}{100}\right) \times \left(1-\frac{14}{100}\right) = 0{,}989$
et $t_{\text{global}} = 0{,}989 - 1 = -1{,}1\ \%$
2. $10 \times 0{,}989 = 9{,}89$ °C.

5 1. $1 - \frac{5{,}17}{100} = 0{,}9483$
2. $\frac{34\,851}{0{,}9483} \approx 36\,751$

Exercices d'application

17 $\frac{320}{500} = 0{,}64$

22 $\frac{1}{2} \times \frac{20}{100} = 0{,}1$

25 $\frac{9{,}88 - 9{,}76}{9{,}76} \approx 1{,}2\ \%$

28 a) 1,3 b) 0,9 c) 1,45
d) 1,023 e) 0,997 f) 2

34 1. a) $1{,}1 \times 0{,}6 = 0{,}66$
b) $0{,}66 - 1 = -0{,}34 = -34\ \%$
2. a) $c_{\text{global}} = 0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$ donc $t_{\text{global}} = -28\ \%$
b) $c_{\text{global}} = 1{,}15 \times 0{,}88 = 1{,}012$ donc $t_{\text{global}} = +1{,}2\ \%$
c) $c_{\text{global}} = 0{,}87 \times 1{,}243 = 1{,}08141$
donc $t_{\text{global}} = +8{,}141\ \%$
d) $c_{\text{global}} = 0{,}3 \times 3 = 0{,}9$ donc $t_{\text{global}} = -10\ \%$

37 $\frac{18}{1{,}125} = 16$

En autonomie

79 b, c et d **80** b **81** b

82 $\frac{40}{100} \times \frac{1}{2} = 0{,}2$

83 $\frac{22}{100} \times \frac{48{,}88}{100} = 0{,}107536$

84 $\frac{0{,}08}{\frac{1}{4}} = 0{,}32$

85 b **86** c **87** c **88** c

89 a) 1,78 b) 0,69 c) 1,056 d) 0,93

90 a) +15 % b) +7 % c) −30 %
d) −10,8 % e) +100 % f) −98 %

91 $\frac{13-8}{8} = +\,62{,}5\ \%$

92 1. $10 \times 1{,}1 = 11$ €
2. $\frac{15{,}4}{1{,}1} = 14$ €

93 c **94** a **95** b

96 1. $700 \times 1{,}02^2 = 728{,}28$ euros
2. $1{,}02^2 = 1{,}0404$ et $1{,}0404 - 1 = +4{,}04\ \%$

97 1. Non.
2. $1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$ et $0{,}99 - 1 = -1\ \%$.

98 a) $0{,}9 \times 0{,}94 = 0{,}846$
et $0{,}846 - 1 = -15{,}4\ \%$.
b) $1{,}05^3 = 1{,}157625$ et $1{,}157625 - 1 = +15{,}7625\ \%$

99 $\frac{0{,}56}{0{,}8} = 0{,}7$ et $0{,}7 - 1 = -0{,}3 = -30\ \%$.

100 c **101** c

102 a **103** a

104 $\frac{1}{0{,}45} \approx 2{,}22$ donc $t \approx 122\ \%$

105 $\frac{1}{0{,}9} \approx 1{,}111$ donc $t \approx 11{,}1\ \%$

106 a) +25 % b) −4,12 %
c) −75 % d) +400 %

12 Statistiques descriptives

À vous de jouer !

1 $\frac{17 \times 20 + 2 \times 22 + 2 \times 24 + 5 \times 25 + 2 \times 28}{17 + 2 + 2 + 5 + 2}$
≈ 21,9 JCP en moyenne

3 La calculatrice donne environ 2,62.

5

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Effectif	16	26	31	2	25
Effectifs cumulés croissants	16	42	73	75	100

1. • $\frac{100}{2} = 50$ donc médiane $= \frac{2+2}{2} = 2$
(moyenne des 50ᵉ et 51ᵉ valeurs)
• $\frac{100}{4} = 25$ donc $Q_1 = 1$ (25ᵉ valeur)
• $\frac{3 \times 100}{4} = 75$ donc $Q_3 = 3$ (75ᵉ valeur)
2. Écart interquartile : $Q_3 - Q_1 = 3 - 1 = 2$
3. Les indicateurs (médiane et quartiles) sont identiques, donc on peut penser que les groupes sont relativement similaires sur ce critère.

Exercices d'application

18 $\frac{15 \times 125 + 12 \times 126 + \ldots + 9 \times 131}{15 + 12 + \ldots + 9} \approx 127$
camions par jour en moyenne.

20 $\frac{2 \times 5 + 4{,}5 \times 10 + 3 \times 21 + 1 \times 36}{2 + 4{,}5 + 3 + 1} \approx 14{,}7.$

23 1. Cette moyenne est 6.
2. a) Les valeurs sont multipliées par 1 000, donc la moyenne également (linéarité de la moyenne) et est donc égale à 6 000.
b) On ajoute 50 à toutes les valeurs, donc on ajoute 50 à la moyenne également (linéarité de la moyenne), qui vaut donc 56.

27 On peut éliminer l'année 2018 car il y a nettement moins de ventes.
Entre 2016 et 2017, on privilégie 2016 car, à ventes mensuelles assez similaires en moyenne entre 2016 et 2017, elles sont nettement plus stables en 2016, l'écart-type étant beaucoup plus petit (497 contre 811).

29 a) $s \approx 40{,}5$ b) $s \approx 4{,}2$

33 L'effectif total est 32.
• $\frac{32}{2} = 16$, donc médiane $= \frac{1+1}{2} = 1$
• $\frac{32}{4} = 8$, donc $Q_1 = 1$
• $\frac{3 \times 32}{4} = 24$, donc $Q_3 = 8$
• Écart interquartile : $8 - 1 = 7$

En autonomie

76 c **77** a **78** a

79 $\frac{31{,}4 \times 1{,}58 + 13{,}3 \times 1{,}45}{31{,}4 + 13{,}3} \approx 1{,}54$ euro/litre

80 $m = \dfrac{1\times 14 + 1\times 15 + \ldots + 4\times 34}{1+1+\ldots+4}$

$\approx 27{,}2$ buts par journée en moyenne.

81 **1.** $\dfrac{0{,}5\times 1 + 1{,}2\times 6 + 3{,}8\times 7 + 2\times x}{0{,}5+1{,}2+3{,}8+2} = 6$

$x = 5{,}35$ après résolution.

2. $\dfrac{0{,}5\times 1 + 1{,}2\times 6 + 3{,}8\times 7 + c\times 8}{0{,}5+1{,}2+3{,}8+c} = 7{,}03$

$c = 4{,}5$ après résolution

82 Linéarité de la moyenne : la moyenne a été multipliée par c, donc $10\times c = 17$ donc $c = 1{,}7$.

83 **a)** On considère la série 2 ; 3 et 7 de moyenne 4 ($2+3+7=12$ et $12\div 3 = 4$). On ajoute 50 aux termes de la série donc la moyenne est $50+4=54$.
b) On considère la série 12 ; 1 et 5 de moyenne 6 ($12+1+5=18$ et $18\div 3=6$). On multiplie par 100 les termes de la série donc la moyenne est $100\times 6 = 600$.

84 b **85** a

86 Fabio fait toujours un nombre de pompes proche de 50 (car l'écart-type est petit) et Julie en fait parfois « nettement » plus et parfois « nettement » moins (car l'écart-type est plus grand).

87 Les valeurs de la série 3 sont globalement plus proches de la moyenne, celles de la série 1 un peu moins et celle de la série 2 nettement moins, donc 1,1 est l'écart-type de la série 3 ; 2,5 celui de la série 1 et 11,1 celui de la série 2.

88 b **89** c **90** b

91 a **92** c

93 **1.** Oui car $Q_3 = 22$.
2. Oui car $Q_1 = 20$.
3. L'écart interquartile de 2010 est $22-20=2<3$ qui est l'écart interquartile en 2014.
L'étendue en 2010 est $28-18=10<30-17=13$ qui est l'étendue en 2014.

94 1 ; 1 ; 2 ; 15 ; 15 ; 15 ; 15 ; 34 ; 34 ; 34 convient.

95 b **96** a

97 **1.** Moyenne = 11, écart-type $\approx 1{,}84$, $Q_1 = 10$, médiane = 11 et $Q_3 = 12$.
2. a) En 2017 : médiane = 11 et écart interquartile = 4 ; en 2018 : médiane = 11 et écart interquartile = 2. On peut penser que la promotion 2018 a des résultats plus homogènes en Français car son écart interquartile est plus petit.
b) En 2017 : médiane = 12 et écart interquartile = 4 ; en 2018 : médiane = 13 et écart interquartile = 4. On peut penser que la promotion 2018 a des meilleurs résultats en Histoire (mais aussi homogènes).
3. En Français, la moyenne est la même les deux années et l'écart-type est inférieur en 2017 : cela confirme que la promotion 2018 a des résultats plus homogènes.
En Histoire, la moyenne est légèrement supérieure en 2018 de même que l'écart-type donc on peut penser que la promotion est un peu meilleure mais également un peu moins homogène.

13 Probabilités et échantillonnage

À vous de jouer !

1

Issue	Rouge	Bleue	Jaune
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

3 La probabilité est de $0{,}2+0{,}3+0{,}1=0{,}6$.

5 On note la somme des résultats des deux lancers dans un tableau.

1er lancer \ 2e lancer	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La probabilité est donc de $\dfrac{18}{36} = 0{,}5$.

8 **1.** $p(S) = \dfrac{43}{180}$ $\quad p(F) = \dfrac{85}{180} = \dfrac{17}{36}$

$p(\overline{F}) = 1 - \dfrac{17}{36} = \dfrac{19}{36}$ $\quad p(\overline{R}) = 1 - p(R) = \dfrac{31}{45}$

2. $F \cap S$: La personne est une femme qui danse le swing. $p(F\cap S) = \dfrac{13}{90}$.

10 **En langage naturel :**

```
effectif ← 0
Pour i allant de 1 à 400
        Si Alea() ⩽ 0,496
                effectif← effectif+1
        Finsi
Fin pour
Afficher effectif
```

En langage PYTHON

```python
def simul2():
    effectif=0
    for i in range(1,401):
        if random.random()<=0.496:
            effectif=effectif+1
    return effectif
```

12 On peut tracer une droite horizontale passant approximativement au milieu du nuage à l'ordonnée 0,44, donc on peut estimer cette probabilité à $p = 0{,}44$ (mais 0,45 ne serait pas faux par exemple).

Exercices d'application

25 **1. a)** L'univers est l'ensemble des nombres pairs entre 1 et 15, soit $\Omega = \{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14\}$
b) Elle comporte 7 issues.
2. a) L'univers est $\Omega = \{6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30\}$
b) Il y a 5 issues.

31 **a)** $\dfrac{3}{100} + \dfrac{5}{100} + \dfrac{21}{100} = \dfrac{29}{100}$.

b) $\dfrac{3}{100} + \dfrac{5}{100} = \dfrac{8}{100}$.

c) $\dfrac{3}{100} + \dfrac{6}{100} + \dfrac{5}{100} = \dfrac{14}{100}$.

34 **1.** $\dfrac{1}{52}$ **2.** $\dfrac{1}{4}$ **3.** $\dfrac{12}{52} = \dfrac{3}{13}$

37 On note la somme des résultats des deux lancers dans un tableau.

1er lancer \ 2e lancer	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

La probabilité est de $\dfrac{10}{16} = \dfrac{5}{8}$.

42 **a)** $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0{,}6$
b) $P(\overline{B}) = 1 - 0{,}22 = 0{,}78$
c) A et B sont incompatibles donc
$P(A\cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}4 + 0{,}22 = 0{,}62$.

47

```
Si Alea() ⩽ 0,27
    Afficher "A téléchargé illégalement"
Sinon
    Afficher "N'a pas téléchargé illégalement"
Finsi
```

52 **1. a)** La variable effectif vaut 4 en fin d'algorithme (elle est incrémentée 4 fois car 0,52 ; 0,89 ; 0,23 et 0,28 sont inférieurs ou égaux à 0,904 mais pas 0,95).
b) Cela correspond au nombre de lancers-francs réussis sur les 5 simulés.
2.

```
effectif ← 0
Pour i allant de 1 à 350
        Si Alea() ⩽ 0,904
                effectif ← effectif+1
        Finsi
Fin pour
Afficher effectif
```

57 **1.** On peut tracer une droite horizontale passant approximativement au milieu du nuage à l'ordonnée 0,3 donc on peut estimer cette probabilité d'obtention du 6 à $p = 0{,}3$ (ou une valeur relativement proche de 0,3).
2. Non car pour un dé non truqué, $p(6) = \dfrac{1}{6}$ donc $3p(6) = \dfrac{1}{2} > 0{,}3$.

59 **1.** On peut tracer une droite horizontale passant approximativement au milieu du nuage à l'ordonnée 0,11 donc on peut estimer cette proportion à $p = 0{,}11$.
2. a) On peut modéliser par la loi de probabilité suivante :

Issue	malade	pas malade
Probabilité	0,11	0,89

b) Ce modèle est obtenu par une estimation d'un paramètre qui est imprécise (et d'autres échantillons auraient donné d'autres résultats qui ne représenteraient pas plus « la » réalité) donc d'autres modélisations sont possibles.

En autonomie

133 a

134 Il y a 6 boules rouges, 6 boules vertes et trois boules bleues.

Issue	Rouge	Verte	Bleue
Probabilité	0,4	0,4	0,2

135 Il y a 120 passages en tout.

Issue	Mésange	Merle	Rouge-gorge	Non identifié
Probabilité	0,2	0,475	$\frac{13}{120}$	$\frac{13}{60}$

136 **1.** $1 - (0{,}5 + 0{,}15 + 0{,}3) = 0{,}05$.
2. La probabilité est de $0{,}5 + 0{,}15 + 0{,}3 = 0{,}95$.

137

Issue	Pile	Face
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

138 c **139** a et d

140 La probabilité est de $\frac{1}{6}$.

141 La probabilité d'obtenir un multiple de 7 est de $\frac{13}{90}$.

142 Il y a $2 \times 3 \times 5 = 30$ menus différents.

143 Tableau des sommes

1er lancer \ 2e lancer	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Tableau des produits

1er lancer \ 2e lancer	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

La probabilité d'avoir un nombre premier est de $\frac{15}{36}$ avec une somme et de $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ avec un produit : on a donc plus de chance d'avoir un nombre premier avec la somme.

144 b et c

145 **1.** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
$= 0{,}7 + 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}8$
2. $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

146 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}4 + 0{,}2 - 0{,}5 = 0{,}1$
$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$
$= 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

147 **1.** $P(A) = \frac{266\,430}{571870} \approx 0{,}47$

2. a) $C \cap A$: le véhicule choisi est de marque A et a un contrôle technique conforme.

b) $P(C \cap A) = \frac{\frac{92}{100} \times 266\,430}{571\,870} \approx 0{,}4286$

3. $P(C \cap \overline{A}) = \frac{\frac{94}{100} \times 305\,440}{571\,870} \approx 0{,}5021$

$P(C) = P(C \cap A) + P(C \cap \overline{A}) \approx 0{,}93$

148 b **149** a

150 **1.** On a :

```
eff_gaucher ← 0
Pour i allant de 1 à 200
        Si alea() ⩽ 0,12
                eff_gaucher ← eff_gaucher+1
        Fin si
Fin pour
Afficher eff_gaucher
```

2. On a :

```
eff_gaucher ← 0
Pour i allant de 1 à 200
        Si alea() ⩽ 0,12
                eff_gaucher ← eff_gaucher+1
        Fin si
Fin pour
freq_gaucher = eff_gaucher/200
Afficher freq_gaucher
```

151 **1.** On peut tracer une droite horizontale passant approximativement au milieu du nuage à l'ordonnée 0,45, donc on peut estimer cette proportion à $p = 0{,}45$ soit 45 %.
2. On remarque que sur tous les hôpitaux, la fréquence du groupe O est au maximum 0,51 environ. Dans cet hôpital, elle est de $\frac{324}{500} = 0{,}648$, soit 64,8 %, ce qui est nettement supérieur à 51 %, donc on peut penser qu'il y a une erreur.

Crédits

Couverture: Détourage Magnard ©Mauricio Ramos / Canvas Images/ Alamy / Photo 12 - p. 2 : SSPL / Leemage ; Darnell_vfx / Adobe Stock; Artem / Adobe Stock - p. 3 : Pixelfusion3d / Getty Images ; copyright 2015 Achim Thomae / Getty Images; G. Lacz / Alamy / Photo 12; Jean-Marc Favre-WOOlooMOOloo; Tim Clayton/Corbis via Getty Images - p. 4 : Collection Leemage ; CSP_Reeed - www.agefotostock.com - p. 10 : Lee/Leemage ; Bianchetti / Leemage - p. 11 : SSPL/Leemage ; Collection privée / Prismatic Pictures / Bridgeman Images - p. 12 : SSPL/Leemage - p. 42 : Darnell_vfx / Adobe Stock - p. 62 : lulu / Adobe Stock - p. 114 : Artem /Adobe Stock - p. 131 : Granger / Bridgeman Images - p. 134 : Ints / Adobe stock - p. 162 : Pixelfusion3d / Getty Images - p. 182 : FineArtImages/Leemage - p. 188 : copyright 2015 Achim Thomae / Getty Images - p. 216 : Jean-Marc Favre-WOOlooMOOloo - p. 268 : G. Lacz / Alamy / Photo 12 - p. 282 : Photo 5000 / Adobe stock - p. 286 : Tim Clayton/Corbis via Getty Images - p. 310 : CSP_Reeed - www.agefotostock.com - p. 347 : Peinture de M, Nabiyev, 1982. / Sovfoto/UIG / Bridgeman Images ; Bianchetti / Leemage; Bianchetti/Leemage; Collection Leemage - p. 348 : Photo Josse/Leemage - p. 349 : Science Photo Library / AKG ; Collection Privée ©Bianchetti/Leemage; Ancient Art and Architecture Collection Ltd. / Bridgeman Images; Lee/Leemage - p. 350 : AKG Images / North Wind Picture Archives ; Nimatallah/akg-images ; Bianchetti/Leemage; Fototeca/Leemage - p. 351 : Malyshev / Sputnik / AFP ; Bianchetti/Leemage; RDA/Everett/CSU/Leemage ; SSPL / Leemage; Doris Poklekowski / akg-images; Alamy / Photo 12 - p. 352 : Lee/Leemage ; De Agostini/Leemage; Alamy / Photo 12 - p. 353 : Collection privée / Prismatic Pictures / Bridgeman Images ; Granger / Bridgeman Images; Fonollosa/AIC/Leemage ; Bridgeman Images / Leemage

Autres photos : Adobestock.com

Certains contenus proviennent de l'édition de 2014 du manuel Sesamath 2de dont les auteurs sont :
Élisabeth Argence, Sandrine Baglieri, Catherine Bessaguet, Gilles Bougon,Christian Buso, Daniel Casane, Pauline Chabauty, Gwénaëlle Clément, Noël Debarle, Anne-Marie Dischler, Sébastien Dumoulard, Damien Fourny, Maxime Fourny,Yolande Garouste, Jean-Pierre Gerbal, Didier Goumont, Hélène Gringoz, Stéphane Guyon, Fabrice Houpeau, Pierre-Yves Icard, Michèle Khan,Yves Le Reste, Alexis Lecomte, Liouba Leroux, Benoît Montessinos, Xavier Ouvrard Brunet,Olivier Péault, Frédéric Platzer,Virginie Poirier, Mireille Poncelet,Olivier Pontini, Christophe Rindel, David Rousseau

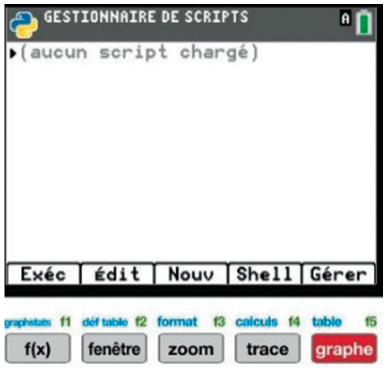
Responsable éditorial : Adrien FUCHS
Coordination éditoriale : Marilyn MAISONGROSSE et Stéphanie HERBAUT
Maquette de couverture : Primo & Primo
Maquette intérieure : Delphine d'INGUIMBERT
Mise en pages et schémas : Nord Compo
Iconographie : Chloé WILLIAMSON
Numérique : Dominique GARRIGUES et Lucile COLLIN

ISBN : 978-2-210-11165-3

Calculatrice TI-83 Premium CE

Application Python

Pour programmer dans le langage PYTHON, on sélectionne le menu apps avec 2nde résol puis on choisit l'application `PyAdaptr`.



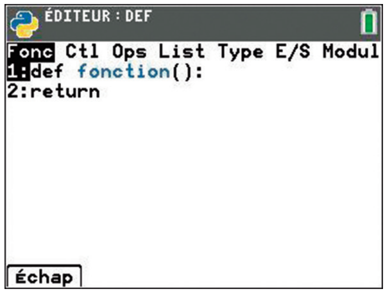
Créer un nouveau script

On sélectionne **Nouv** et on nomme le fichier contenant le futur script (on appelle « script » un bloc contenant des fonctions ou un programme complet)

Remarque : lorsque l'on est dans le menu de départ, on peut ouvrir un fichier existant en se plaçant dessus et en sélectionnant **Édit**.

Écrire un script

On peut l'écrire intégralement avec le clavier, ou accéder aux raccourcis prévus.



- En appuyant sur 2nde 0, on accède au catalogue.

On a un accès rapide à une commande en appuyant sur sa première lettre.

- On peut avoir un accès encore plus direct aux commandes usuelles en sélectionnant `Fns…` avec f(x).

Le menu ci-contre s'ouvre.

Remarque : d'une manière générale, **Échap** permet de revenir à l'écran précédent.

– `Fonc` contient les raccourcis pour les fonctions, `def fonction():` et `return`.
– `E/S` contient les commandes `print` et `input`.
– `Ops` contient les symboles d'affectation = et de condition ==, !=, <, >, etc.
– `Ctl` contient des raccourcis vers toutes les instructions en lien avec les instructions conditionnelles `if`, `then`, `else` ainsi que les boucles `for` et `while`.
– **Module** contient les raccourcis pour les modules.

Remarque : on peut utiliser une fonction d'un autre script présent dans la calculatrice.
Par exemple si le script TEST contient une fonction `fonc`, tout script commençant par `from TEST import *` pourra utiliser la fonction `fonc`.

Exécution d'un script

Pour exécuter un script, on appuie sur `Exéc`.

Importation

On peut importer un programme Python (dont l'extension est. py) depuis un ordinateur via TI Connect.

Calculatrice TI-83 Premium CE

Principe général

On accède aux fonctionnalités avancées via les touches du clavier. En particulier :

Les touches f(x) fenêtre zoom trace graphe permettent de travailler avec les fonctions. Voir détails dans le chapitre 8.

- La touche stats ouvre le menu permettant de travailler sur des séries de données. Voir détails dans le chapitre 12.
- La séquence de touches 2nde résol permet d'accéder au menu **`apps`** dans lequel l'application **`PyAdaptr`** permet de programmer dans le langage Python.

Remarque : On peut toujours revenir à l'écran principal en sélectionnant **`quitter`** avec la séquence de touches 2nde mode.

Écran principal et calculs

- Il y a deux touches avec le symbole « – » qu'il ne faut pas confondre. La touche – qui correspond au symbole de soustraction et la touche (-) qui correspond au symbole devant un nombre négatif.

Par exemple `-5-5` `-10` s'obtient avec la séquence de touches (-) 5 – 5

- Lorsque le résultat est grand, une valeur approchée sous forme scientifique est affichée.

Par exemple 123456×78910111 donne

```
123456*78910111
                  9.741926664E12
```

Attention : `E12` dans l'affichage précédent veut dire `×10`^{12}.

- Les puissances s'obtiennent avec la touche ^.

Attention : pour « sortir de la puissance », on appuie sur la flèche de droite.

- La racine carrée s'obtient avec la séquence de touches 2nde x².

Attention : pour « sortir de la racine carrée », on appuie sur la flèche de droite.

- Pour obtenir un angle dont on connaît le cosinus (resp. sinus ou tangente), on utilise la fonction **cos**$^{-1}$ (resp. **sin**$^{-1}$ ou **tan**$^{-1}$) obtenue avec la combinaison de touches trig 5.
- La touche $\frac{\square}{\square}$ permet d'écrire une fraction et la touche ◂▸ permet d'afficher un résultat sous forme fractionnaire ou décimale au choix.
- La touche math donne accès à divers menus dans lesquels on navigue avec les flèches.

– Le menu **`NBRE`** contient la fonction valeur absolue **`abs`**.
– Le menu **`PROB`** contient les fonctions :

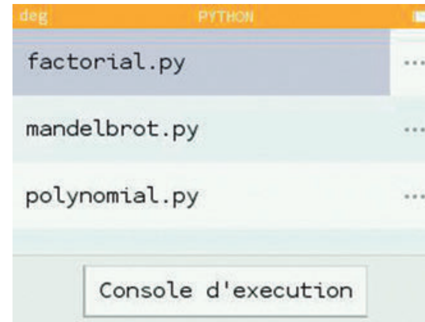
`NbrAléat`, qui permet de simuler un décimal aléatoire dans [0 ; 1[

`nbrAléatEnt` (qui permet de simuler *n* entiers aléatoires entre *a* et *b* inclus

Calculatrice NUMWORKS

Application Python

Pour programmer dans le langage PYTHON, on appuie sur la touche et on choisit l'application Python.



Créer un nouveau script

• On se déplace sur `Ajouter un script` (on appelle « script » un bloc contenant des fonctions ou un programme complet) avec la flèche vers le bas puis on valide. On nomme le fichier puis on valide.

Quand on sélectionne un fichier créé puis que l'on valide, on obtient l'écran ci-contre dans lequel le module math est déjà importé (on peut l'effacer avec la touche si on le souhaite).

Écrire un script

On peut l'écrire intégralement avec le clavier, ou accéder aux raccourcis prévus.

On appuie sur , et on accède au menu ci-contre.

• Le sous-menu **Catalogue** contient la plupart des commandes usuelles.

Remarque : on a un accès rapide à une commande en appuyant sur sa première lettre.

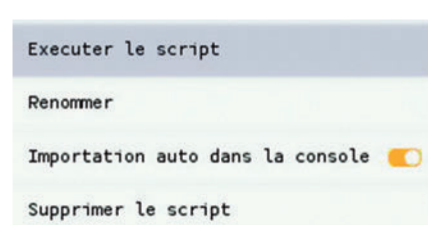
• Le sous-menu **Boucles et tests** contient des raccourcis vers toutes les instructions en lien avec les instructions conditionnelles **if**, **then**, **else** et les conditions ==, <, > etc. (dans **Boucles et tests>Conditions**) ainsi que les boucles **for** et **while**.

• Le sous-menu **Modules** contient des raccourcis vers les instructions d'importations et de commandes des modules usuels, en particulier les modules **math** et **random**.

• Le sous-menu `Fonctions` contient les commandes `def fonction(x)` et `return`.

Exécution d'un script

En face du nom du fichier, il y a une case ... qui permet d'ouvrir le menu ci-contre permettant d'exécuter, renommer ou supprimer un script.



Important : si `Importation auto dans la console` est sélectionnée, le script sera automatiquement lancé si vous allez dans la console d'exécution et vous pourrez utiliser les fonctions apparaissant dans ce script depuis la console (elles sont toutes répertoriées dans un menu qui s'affiche avec la touche).

Importation

On peut importer un programme depuis un ordinateur depuis le site de Numworks.

Calculatrice NUMWORKS

Principe général

On ouvre des « Applications » dans lesquelles on navigue avec les flèches, on valide avec les touches EXE ou OK et on revient en arrière avec la touche ⮌.

Menu principal

La touche ⌂ envoie vers un menu donnant accès aux différentes applications.

Calculs : c'est là que l'on fait les calculs classiques.

Fonctions : pour travailler avec les fonctions.
Voir détails dans le chapitre 8.

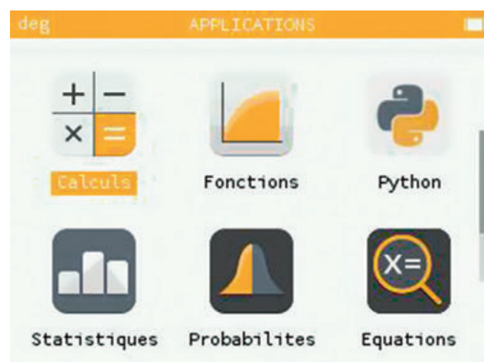
Python : pour programmer dans le langage Python.

Statistiques : pour travailler sur des séries de données. Voir détails dans le chapitre 12.

Équations : permet de résoudre des équations et systèmes d'équations.

Paramètres : permet de régler certains paramètres de la calculatrice.

Probabilités, Suites et Régressions : ne sont pas utiles en classe de Seconde.



Application Calculs

- Lorsque le résultat est grand, une valeur approchée sous forme scientifique est affichée.

Par exemple `4589·4778` donne

```
4589·4778
               21926242 ≈ 2.192624E7
```

Attention : `E7` dans l'affichage précédent veut dire $\times 10^7$.

- Les puissances s'obtiennent avec la touche x^y.

Attention : Pour « sortir de la puissance », on appuie sur la flèche de droite après avoir saisi l'exposant. Il en est de même pour « sortir d'une racine carrée ».

- Pour obtenir un angle dont on connaît le cosinus (resp. sinus ou tangente), on utilise la fonction `acos` (resp. `asin` ou `atan`) obtenue avec la séquence de touches shift cos.

- La touche (boîte à outils) donne accès au menu « boîte à outils », on navigue dedans avec les flèches.

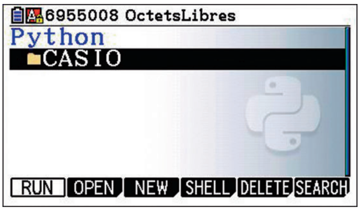
– On accède à la fonction valeur absolue `abs(x)` (en premier)

– Le sous-menu `Aleatoire et approximation` donne accès aux fonctions :

`random()` permettant de simuler un décimal aléatoire dans [0 ; 1[

`randint(a, b)` permettant de simuler un entier aléatoire entre *a* et *b* inclus.

Calculatrice CASIO GRAPH 90+



Mode Python

Pour programmer dans le langage PYTHON, on appuie sur la touche MENU et on choisit l'application PYTHON (H).

Créer un nouveau script

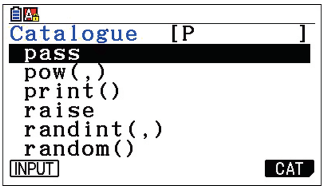
On sélectionne **NEW** et on nomme le fichier contenant le futur script (on appelle « script » un bloc contenant des fonctions ou un programme complet).

Remarques : lorsque l'on est dans le menu de départ, on peut ouvrir un fichier existant en se plaçant dessus et en sélectionnant OPEN.

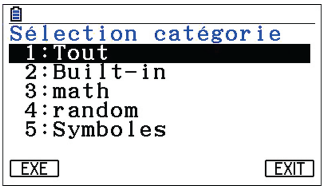
Écrire un script

On peut l'écrire intégralement avec le clavier ou utiliser les raccourcis prévus.

- En appuyant sur SHIFT 4, on accède au catalogue.



On a un accès rapide à une commande en appuyant sur sa première lettre. En sélectionnant **CAT** avec F6, on obtient un menu plus spécifique.



Remarque : dans `2:Built-in`, on trouve le raccourci `def:return` permettant d'écrire rapidement la structure des fonctions.

- On peut accéder encore plus rapidement à certaines commandes en utilisant le menu de bas d'écran :

et (en appuyant sur F6)

– **SYMBOLE** et/ou **CHAR** contiennent la plupart des symboles utiles, en particulier « : », « '' », « = », « < », « > » etc.

– **COMMAND** contient des raccourcis vers toutes les instructions en lien avec les instructions conditionnelles **if**, **then**, **else** (les symboles de condition !=, < et > etc. sont dans **OPERAT**) ainsi que les boucles `for` et `while`.

Remarque : on peut utiliser une fonction d'un autre script présent dans la calculatrice.
Par exemple si `test.py` contient une fonction `fonc`, tout script commençant par `from test import*` pourra utiliser la fonction `fonc`.

Exécution d'un script

Pour exécuter un script, on appuie sur **RUN**.

Importation

On peut importer un programme PYTHON (dont l'extension est .py) depuis un ordinateur en branchant la calculatrice en USB et copiant/collant le programme.