1 Modéliser une expérience aléatoire par une loi

Cours 1 p. 316

Une urne opaque contient dix boules indiscernables au toucher : quatre noires, trois rouges, deux bleues et une jaune. On tire une boule de l'urne et on regarde sa couleur.

1. Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

2. Modéliser cette expérience aléatoire par une loi de probabilité.

Solution

1. Les issues sont « noir », « rouge », « bleu », « jaune ». 1

2. On peut modéliser cette expérience aléatoire par la loi de probabilité suivante. 2 3

Issue	Noir	Rouge	Bleu	Jaune
Probabilité	$\frac{4}{10} = 0{,}4$	$\frac{3}{10} = 0{,}3$	$\frac{2}{10} = 0{,}2$	$\frac{1}{10} = 0{,}1$

Conseils & Méthodes

1 Attention à ne pas oublier d'issues de l'expérience aléatoire.

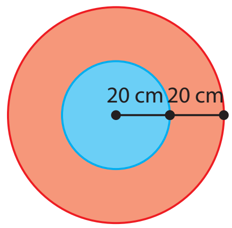
2 En analysant l'expérience aléatoire, on associe à chaque issue une probabilité.

3 On contrôle le modèle proposé en vérifiant que la somme des probabilités vaut bien un.

À vous de jouer !

1 Un dé cubique comporte deux faces rouges, une face bleue ; les faces restantes sont jaunes. On lance le dé et on observe la couleur obtenue. Proposer une loi de probabilité qui permettrait de modéliser le résultat de cette expérience aléatoire.

2 Mona lance une fléchette sur la cible ci-contre et note la couleur obtenue. Proposer une loi de probabilité qui modéliserait cette expérience aléatoire.



Exercices 25 à 30 p. 326

2 Calculer une probabilité à partir d'une loi

Cours 1 p. 316

On a étudié le moyen de transport utilisé par des élèves pour venir au lycée. On choisit au hasard un élève au lycée et on s'intéresse à son moyen de locomotion. Un sondage réalisé en début d'année a permis de définir la loi de probabilité ci-contre.

Moyen de transport	Vélo	Marche	Bus	Voiture	Tram
Probabilité	0,05	0,55	0,15	0,2	0,05

Déterminer la probabilité que l'élève soit venu en transport motorisé.

Solution

Les véhicules motorisés sont le bus, la voiture et le tram. 1

Cette probabilité vaut $0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}05 = 0{,}4$. 2

Conseils & Méthodes

1 On identifie les issues qui réalisent l'événement.

2 On ajoute leur probabilité.

À vous de jouer !

3 Loane possède un dé pipé. Le tableau suivant donne la probabilité d'apparition de chaque face.

Résultat	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,1

On lance le dé.

Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre impair.

4 Lorsque Killian démarre sa voiture, le levier de vitesse peut être dans les états suivants.

État	Marche arrière	Point mort	Première
Probabilité	0,35	0,45	0,2

1. Déterminer la probabilité que la marche arrière soit enclenchée.
2. Déterminer la probabilité qu'une vitesse soit enclenchée.

Exercices 31 à 36 p. 326-327

Exo Parcours différenciés Lienmini.fr/maths2-26

3 Utiliser un arbre de dénombrement ou un tableau

↪ Cours 1 p. 316

On lance deux fois de suite une pièce équilibrée en notant à chaque fois sur quelle face elle est tombée (l'ordre est important). Le résultat de l'expérience aléatoire est la suite des faces obtenues dans l'ordre, par exemple PF.

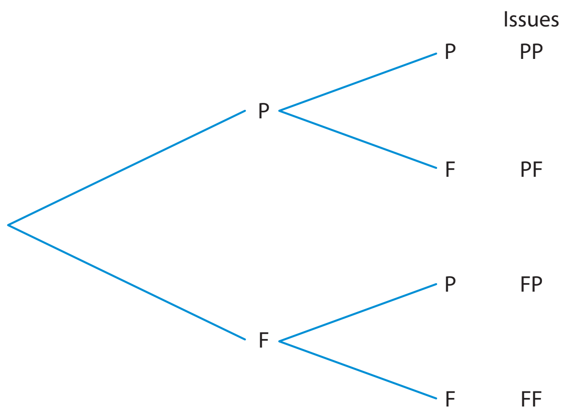
1. Représenter la situation par un arbre de dénombrement ou un tableau.

2. Combien d'issues cette expérience aléatoire possède-t-elle ?

3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux Face après ces deux lancers ?

Solution

1. On peut utiliser un arbre ou un tableau pour modéliser la situation.



1

Premier lancer \ Deuxième lancer	Pile	Face
Pile	PP	PF
Face	FP	FF

2. Cette expérience possède quatre issues. 2

3. Cette probabilité est de $\frac{1}{4}$. 3

Conseils & Méthodes

1 Pour déterminer toutes les issues possibles, on peut utiliser un arbre de dénombrement qui permet d'explorer toutes les possibilités. Dans une situation d'équiprobabilité, chaque issue a la même probabilité d'apparition.

2 Il suffit de connaître le nombre d'issues pour déterminer la probabilité de chaque issue.

3 Pour déterminer la probabilité d'un événement, on compte le nombre d'issues qui réalisent cet événement et on divise cela par le nombre total d'issues.

À vous de jouer !

5 On lance deux dés cubiques équilibrés. Déterminer la probabilité que la somme des deux dés soit un nombre pair.

6 Adrien possède un jeton sur lequel figurent le nombre 1 sur une face et le nombre 2 sur l'autre.
Il lance trois fois de suite ce jeton en relevant le nombre obtenu. Le résultat de cette expérience aléatoire est le produit des trois nombres obtenus.
Proposer une loi de probabilité qui permettrait de modéliser le résultat de cette expérience aléatoire.

7 Myriam a quatre pièces dans sa poche, d'un montant de deux euros, un euro, 50 centimes, 20 centimes. Elle en prend au hasard une première, puis une deuxième sans remise.
Elle calcule alors le montant obtenu en additionnant leur valeur.

1. Proposer une loi de probabilité qui permettrait de modéliser le résultat de cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité que ces deux pièces soient suffisantes pour acheter un pain aux raisins à 1,30 €.

↪ Exercices 37 à 41 p. 327

4 Travailler avec l'intersection, la réunion et l'événement contraire

Cours 3 p. 318

Dans une usine, on produit en série 10 000 pièces par jour. Ces pièces passent un contrôle qualité pour éliminer une partie des pièces défectueuses. Le gérant décide de réaliser une étude complète et minutieuse de la production du jour. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

	Pièces conformes	Pièces défectueuses	Total
Pièces acceptées au contrôle qualité	8 280	60	8 340
Pièces rejetées au contrôle qualité	720	940	1 660
Total	9 000	1 000	10 000

On tire une pièce de la production au hasard et on note :

- **A l'événement : « La pièce tirée est acceptée par le contrôle qualité. »**
- **C l'événement : « La pièce tirée est conforme. »**

1. **Calculer la probabilité de l'événement A puis de l'événement $\overline{A}$.**

2. **Définir par une phrase la probabilité de l'événement $A \cap C$ puis calculer sa probabilité.**

3. **Définir par une phrase $A \cup C$ puis calculer sa probabilité.**

4. **Définir par une phrase l'événement $C \cap \overline{A}$.**

Solution

1. On est dans une situation d'équiprobabilité sur chacune des pièces donc : $p(A) = \dfrac{8\,340}{10\,000} = 0{,}834$ puis $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}834 = 0{,}166$

2. $A \cap C$: « La pièce tirée est conforme **et** acceptée au contrôle qualité. »
$p(A \cap C) = \dfrac{8\,280}{10\,000} = 0{,}828.$ 1

3. $A \cup C$: « La pièce tirée est conforme **ou** acceptée au contrôle qualité. »
$p(A \cup C) = \dfrac{8\,280 + 60 + 720}{10\,000} = 0{,}906.$ 2

On pouvait aussi utiliser l'égalité $p(A) + p(C) = p(A \cap C) + p(A \cup C)$.

4. $C \cap \overline{A}$: « La pièce tirée est conforme et refusée au contrôle qualité. »

Conseils & Méthodes

1 Deux conditions doivent être réalisées : il s'agit d'une intersection. On regarde dans le tableau : une seule case correspond à cette intersection, puis on calcule la probabilité correspondante en divisant ce nombre par le nombre total d'issues.

2 Une condition **ou** une autre doit être réalisée : il s'agit d'une réunion. On regarde dans le tableau : trois cases correspondent à cette réunion. On calcule la probabilité correspondante en additionnant ces nombres et en divisant par le nombre total d'issues.

À vous de jouer !

8 Dans un club de danse, chaque adhérent pratique une danse. La répartition des danses pratiquées est donnée dans le tableau suivant.

	Rock	Tango	Swing	Valse
Femme	21	13	26	25
Homme	35	15	17	28

On choisit au hasard une personne dans le club de danse. On considère les événements suivants :

- F : « La personne est une femme ».
- R : « La personne danse le rock ».
- S : « La personne danse le swing ».

1. Déterminer la probabilité de F, de S, de $\overline{F}$ et de $\overline{R}$.

2. Définir à l'aide d'une phrase les événements $F \cap S$ et $F \cup S$, puis déterminer leur probabilité.

9 Une urne contient quatre boules numérotées ① ② ③ ④ indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement deux boules, en remettant la première boule tirée dans l'urne.

- A est l'événement : « La somme des points obtenus est égale à 4. »
- B est l'événement : « Le produit des points obtenus est égale à 4. »

1. Représenter la situation par un tableau ou un arbre.

2. Déterminer $p(A)$ et $p(B)$.

3. Définir à l'aide d'une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.

4. Déterminer $p(A \cap B)$ et en déduire $p(A \cup B)$.

Exercices 42 à 46 p. 327-328

Exo Parcours différenciés Lienmini.fr/maths2-26

5 Simuler un échantillon associé à une expérience aléatoire à deux issues

Cours 4 p. 319

Algo & Prog

D'après un rapport de l'ONU, 16,6 % de la population mondiale vit en Afrique.

1. **Expliquer comment simuler le tirage au sort d'un individu dans la population mondiale selon qu'il vit en Afrique ou non avec une fonction statistique Alea() renvoyant un réel aléatoire entre 0 et 1.**

2. **Écrire un programme Python simulant un échantillon de 500 individus tirés au sort dans la population mondiale selon qu'ils vivent en Afrique ou non.**

3. **Modifier le programme précédent afin d'obtenir une fonction simul1() renvoyant le nombre des individus qui vivent en Afrique dans l'échantillon simulé.**

Solution

1. La proportion 16,6 % est égale à 0,166 sous forme décimale 1 donc, quand on tire au hasard une personne dans la population mondiale, la probabilité qu'elle vive en Afrique est 0,166.

Pour simuler ce tirage au sort, on génère donc un réel aléatoire entre 0 et 1 avec `Alea()` et : 2

– si le réel obtenu est inférieur ou égal à 0,166, on considère que la personne vit en Afrique ;

– sinon, on considère qu'elle ne vit pas en Afrique.

2.

```
for i in range (1,501):        3
    if random.random() <= 0.166:
        print("Afrique")
    else:
        print("Pas Afrique")
```

3.

```
def simul1():        4
    effectif=0
    for i in range (1,501):
        if random.random() <= 0.166:
            effectif=effectif+1        5
    return effectif
```

Conseils & Méthodes

1 Lorsque l'on a une population dans laquelle le caractère étudié est présent dans une certaine proportion p, on commence par exprimer p sous forme décimale (ou fractionnaire).

2 On simule le tirage au sort en disant que l'individu vérifie la propriété si Alea() $\leqslant p$ et ne le vérifie pas sinon.

3 On répète 500 fois le même tirage au sort, donc on utilise une boucle `for`.

4 On crée une variable `effectif` donnant le nombre d'individus vivant en Afrique dans l'échantillon, initialisée à 0.

5 La valeur de la variable `effectif` augmente de 1 à chaque fois que le nouvel individu simulé vit en Afrique (c'est-à-dire quand le nombre réel aléatoire entre 0 et 1 `random.random()` est inférieur ou égal à 0,166).

À vous de jouer !

Algo & Prog

Dans les deux exercices **10** et **11**, pour les algorithmes en langage naturel, on pourra utiliser une fonction `Alea()` renvoyant un réel aléatoire entre 0 et 1.

10 Dans la population mondiale, il y a 49,6 % de femmes. Écrire un algorithme en langage naturel, ou une fonction Python, simulant le tirage au sort d'un échantillon de 400 personnes dans la population mondiale, selon que ce sont des femmes ou des hommes, et affichant ou renvoyant le nombre de femmes dans l'échantillon.

11 Écrire un algorithme en langage naturel, ou une fonction Python, simulant le tirage au sort d'un échantillon de 899 résultats d'un lancer de dé à 12 faces, numérotées de 1 à 12, selon que le résultat obtenu est pair ou non, et affichant ou renvoyant le nombre de résultats **impairs** obtenus.

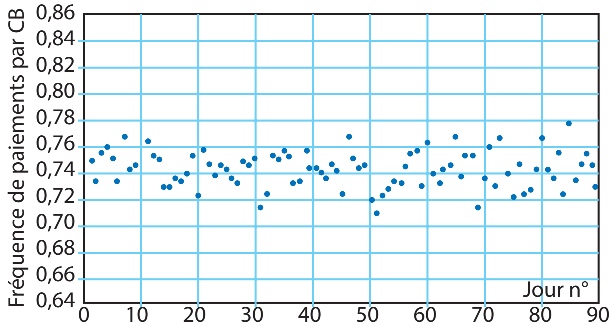
Exercices 47 à 56 p. 328-329

6 Estimer une probabilité ou une proportion

↳ Cours 5 p. 320

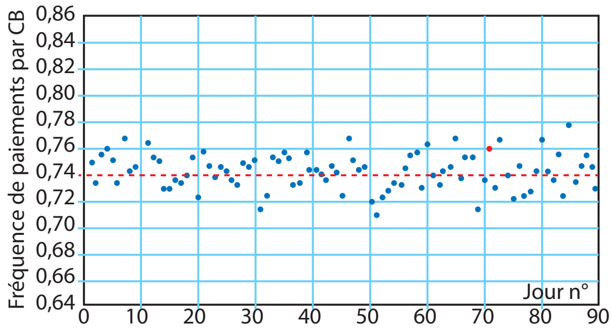
Un supermarché souhaite estimer la proportion de ses clients qui paient par carte bancaire (CB). Pour cela, pendant 90 jours, on relève la fréquence de clients payant par CB sur les 1 000 premiers clients, de sorte que l'on a 90 échantillons de taille 1 000. Les résultats sont donnés par le graphique ci-contre.

Estimer la proportion des clients payant par CB dans ce supermarché.



Solution

On observe que les fréquences de paiements par CB sont toutes regroupées autour d'une même valeur : 0,74 (environ !) : cela veut dire que la probabilité qu'un client paie par CB est proche de 0,74 1, on peut donc penser qu'il y a environ 74 % des clients qui paient par CB dans ce supermarché. 2



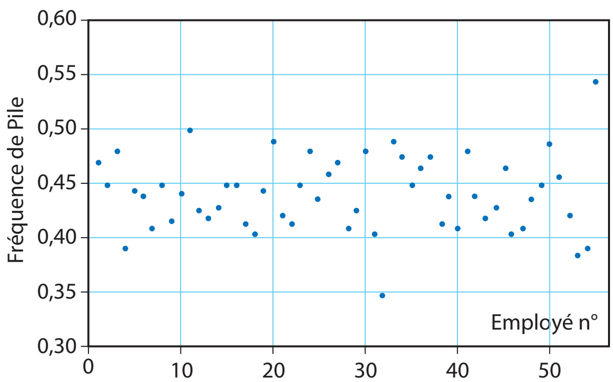
Conseils & Méthodes

1 On trace une droite horizontale passant « au mieux » au milieu du nuage de points et on lit l'ordonnée correspondante pour estimer la probabilité cherchée (il n'y a pas une seule bonne réponse, cela reste une estimation).

2 Dans le cas d'un tirage dans une population, on traduit la probabilité en proportion dans la population.

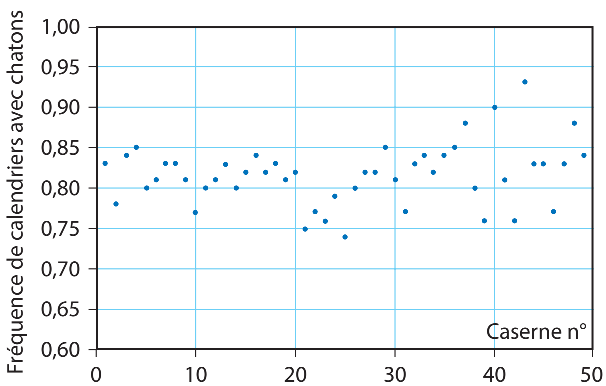
À vous de jouer !

12 Pour s'assurer qu'une de ses pièces n'est pas bien équilibrée, Picsou a demandé à ses 56 employés de la lancer 200 fois. Les fréquences de Pile obtenues par ses employés sont données par le graphique ci-dessous.



Estimer la probabilité que la pièce tombe sur Pile quand on la lance.

13 Au moment de Noël, on recense la fréquence de calendriers vendus sur lesquels figurent des chatons, parmi les 100 premiers calendriers vendus dans 50 casernes de pompiers. Les résultats sont donnés ci-dessous.



Estimer la proportion de calendriers avec chatons vendus par les pompiers.

↳ Exercices 57 et 58 p. 329

Apprendre à apprendre

14 Quelles propriétés doit vérifier une loi de probabilité pour modéliser une expérience aléatoire ?

15 Quelle égalité relie la probabilité d'un événement et celle de son contraire ?

16 **1.** Chercher la définition du mot *fluctuer*.
2. Quel est le lien avec la définition de la fluctuation d'échantillonnage présente dans le cours ?

Dans tous les exercices de simulation, on considère que :
- **la fonction `Alea()` renvoie un nombre réel aléatoire entre 0 et 1 ;**
- **pour tous les programmes PYTHON, le module `random` est importé.**

Questions - Flash

Diaporama
Ressource professeur

17 On considère un dé pipé.
En utilisant le tableau suivant, calculer $p(6)$.

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,2	0,1	0,15	0,25	

18 On considère deux événements A et B tels que :
$p(A) = 0{,}6$; $p(B) = 0{,}5$; $p(A \cap B) = 0{,}3$. Calculer $p(A \cup B)$.

19 On considère deux événements A et B tels que :
$p(A) = 0{,}5$; $p(B) = 0{,}8$; $p(A \cap B) = 0{,}4$. Calculer $p(\overline{A \cup B})$.

20 On tire au hasard une pièce d'un échiquier.
Soit C l'événement : « La pièce est une tour ou elle est blanche. » Exprimer $\overline{C}$ par une phrase.

21 Une famille a deux enfants. Quelle est la probabilité qu'ils soient de sexes différents ?

22 Lenny répond au hasard à un QCM comportant cinq questions. Quel est l'événement contraire de « Lenny a répondu juste à au moins deux questions » ?

23 Expliquer comment simuler le tirage au sort d'une boule dans une urne suivant sa couleur sachant qu'il y a 5 boules rouges et 11 boules vertes dans l'urne.

24 Julien possède 10 montres dont 3 avec un bracelet en cuir. Tous les soirs, il enlève sa montre, la remet avec les autres puis, le matin, il en choisit une au hasard. Compléter l'algorithme ci-contre afin qu'il simule l'échantillon correspondant aux montres portées par Julien pendant 30 jours.

```
Pour i allant de 1 à …
 si Alea() ⩽ …
   Afficher "CUIR"
 sinon
   Afficher "…"
 Fin si
Fin pour
```

Modéliser une expérience aléatoire

25 Jean choisit au hasard un nombre pair entre 1 et 15.
1. a) Décrire l'univers de cette expérience aléatoire.
b) Combien d'issues cette expérience aléatoire possède-t-elle ?
2. Reprendre les questions précédentes si Jean choisit un multiple de 6 entre 1 et 35.

26 Un enseignant choisit au hasard un élève de sa classe de 2[de] et lui demande quel est le moyen de transport qu'il a utilisé pour venir au lycée. Déterminer l'univers de cette expérience aléatoire en complétant $\Omega = \{$marche ; …$\}$.

27 On lance un dé bien équilibré à six faces dont trois sont bleues, deux sont blanches et une est rouge.
1. Les trois couleurs sont-elles équiprobables ?
2. Déterminer la probabilité d'apparition de chaque couleur.

28 Voici le cycle d'allumage d'un feu tricolore : 45 s pour le feu vert ; 5 s pour le feu orange ; 20 s pour le feu rouge. On admet qu'un automobiliste arrive par hasard devant un feu tricolore fonctionnel. Proposer une loi de probabilité associée à cette expérience.

29 On lance cinq fois une pièce de monnaie.
La sortie de Pile rapporte 1 point. La sortie de Face ne rapporte rien. On s'intéresse à la somme des points obtenus à la suite des cinq lancers.

1. Décrire l'univers associé à l'expérience aléatoire.
2. Préciser le nombre d'issues qui le composent.
3. Est-on dans une situation d'équiprobabilité ?

30 On lance deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on soustrait le plus petit résultat obtenu du plus grand. Le résultat est nul si le lancer produit un double.
1. Décrire l'univers associé à l'expérience aléatoire.
2. Préciser le nombre d'issues qui le composent.

Déterminer une probabilité dans un cadre non équiprobable

31 Une entreprise emploie des cadres, des ouvriers et des employés de bureau. La répartition des emplois selon le sexe des salariés est donnée par le tableau suivant.

	Cadre	Ouvrier	Employé
Femme	3 %	5 %	21 %
Homme	5 %	60 %	6 %

On tire au sort une personne de l'entreprise pour lui faire gagner un voyage.
Déterminer la probabilité que le voyage soit gagné par :
a) une femme.
b) un cadre.
c) une femme cadre ou un homme employé ou une femme ouvrière.

32 Thomas est un habitué d'un restaurant. Les serveurs le connaissent si bien qu'ils ont modélisé l'expérience aléatoire « l'accompagnement choisi par Thomas avec son plat » par la loi de probabilité suivante.

Issue	Riz	Pates	Patates sautées	Purée	Frites	Haricots verts
Probabilité	0,2	0,3	0,05	0,15	0,28	0,02

1. Déterminer la probabilité que Thomas ait pris un accompagnement composé de légumes verts.
2. Déterminer la probabilité que Thomas ait pris un accompagnement constitué de pommes de terre.

33 En minutant la durée de chaque feu, Sonia a modélisé la probabilité de tomber en voiture sur une certaine couleur par la loi suivante.

Couleur	Vert	Orange fixe	Rouge	Orange clignotant
Probabilité	0,55	0,05	0,395	0,005

1. Déterminer la probabilité qu'elle doive s'arrêter à ce feu.
2. Déterminer la probabilité de tomber sur la couleur orange.

Déterminer une probabilité dans une situation d'équiprobabilité

34 Léa prend une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.
1. Déterminer la probabilité que la carte soit l'as de pique.
2. Déterminer la probabilité que la carte soit un pique.
3. Déterminer la probabilité que la carte soit une figure (roi, reine ou valet).

35 Manu possède un dé tétraédrique. Sur chacune des face est inscrit un numéro : 2 ; 3 ; 7 et 10. Il lance le dé.
1. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 7.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre premier.

36 Un magasin d'électroménager dispose de machines à laver, de sèche-linge et de grille-pain, tous fabriqués en Chine, au Japon ou en Allemagne. Le tableau suivant indique le nombre d'objets produits dans chaque pays.

	Machine à laver	Sèche-linge	Grille-pain
Allemagne	230	70	40
Chine	180	15	120
Japon	50	300	240

Après avoir remporté un concours, un client gagne un produit tiré au sort dans ce magasin.
1. Déterminer la probabilité que ce soit une machine à laver fabriquée en Europe.
2. Déterminer la probabilité que ce soit un sèche-linge.
3. Déterminer la probabilité que le produit ait été fabriqué en Asie.

Utiliser un arbre ou un tableau

37 Gabriel possède deux dés tétraédriques équilibrés. Il lance les deux dés et note la somme obtenue.
Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 5.

38 Une pièce équilibrée porte une face avec la lettre X et une face avec la lettre Y. On lance trois fois de suite la pièce, en notant à chaque fois la lettre obtenue. Le résultat est le mot formé par les trois lettres.
1. Faire un arbre pour représenter l'expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité d'avoir un mot contenant trois fois la même lettre.

39 On lance trois fois une pièce bien équilibrée.
1. Représenter la situation par un arbre.
2. Quelle est la probabilité :
a) d'avoir trois Face ?
b) que le deuxième lancer soit Face ?
c) que le troisième lancer soit différent du premier ?

40 Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix :
- entre deux entrées (artichaut ou betterave) ;
- entre trois plats (cheval, daube ou escalope) ;
- entre deux desserts (fromage ou gâteau).

Un menu se compose :
- d'une entrée ;
- d'un plat ;
- d'un dessert.

1. En utilisant un arbre, représenter tous les menus possibles.
2. Combien de menus différents sont possibles ?
3. On choisit un menu au hasard.
Quelle est la probabilité :
a) qu'il comporte une escalope ?
b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?
c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

41 Un groupe de quatre amis, Émile, Zora, Gaston et Hélène sont dans un bateau. Ils tirent au sort celui qui va ramer et, parmi les noms restants, celui qui va écoper.
1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Déterminer les probabilités suivantes.
a) C'est un garçon qui rame.
b) Hélène écope.
c) Les deux qui travaillent sont de même sexe.

Réunion, intersection et événements contraires

42 A et B sont deux événements incompatibles.
- $p(A) = 0,4$ • $p(B) = 0,22$

Déterminer la probabilité des événements suivants.
a) $\overline{A}$ **b)** $\overline{B}$ **c)** $A \cup B$

43 On considère un événement A tel que $p(A) = \frac{2}{7}$.
Déterminer $p(\overline{A})$.

44 On choisit au hasard un élève dans une classe.
On considère les événements suivants :
• A : « Il porte des chaussures noires. »
• B : « Il n'utilise jamais de parapluie. »
Décrire à l'aide d'une phrase les événements suivants.
a) $\overline{A}$ **b)** $A \cap B$ **c)** $A \cup B$

45 A et B sont deux événements tels que $p(A) = 0{,}2$; $p(B) = 0{,}7$ et $p(A \cap B) = 0{,}15$.
1. Déterminer $p(\overline{A})$.
2. Déterminer $p(A \cup B)$.

46 Raphaël observe sa pile de livres à lire, constituée de livres achetés ou empruntés à la bibliothèque. La répartition de ces livres par genre est donnée par le tableau suivant.

	Roman	Théâtre	Poésie	Total
Livre acheté	1	2	4	7
Livre emprunté	4	1	0	5
Total	5	3	4	12

Motivé, il décide de choisir un livre au hasard afin d'entamer sa lecture. On note :
• R l'événement : « Le livre choisi est un roman. »
• E l'événement : « Le livre choisi est emprunté. »
1. a) Décrire à l'aide d'une phrase les événements $R \cap E$ et $R \cup E$.
b) Déterminer la probabilité des événements précédents.
2. a) Définir à l'aide d'une phrase l'événement $\overline{R}$.
b) Déterminer sa probabilité.

Simuler une expérience aléatoire à deux issues

Algo & Prog

47 En 2016, 27 % des Français ont téléchargé un contenu illégalement (source : *L'Expansion*).
Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de simuler le tirage au sort d'un Français selon qu'il a téléchargé ou non un contenu illégalement en 2016.

```
Si Alea() ⩽ …
   Afficher "A téléchargé illégalement"
Sinon
   Afficher "…"
Fin si
```

48 Lors de la saison 2016-2017 de Ligue 1 de football, 3 % des buts marqués l'ont été « contre-son-camp (CSC) » (source : lfp).
Recopier et compléter le programme Python ci-contre afin qu'il permette de simuler le type d'un but selon si c'est un CSC ou non.

```python
if random.random() <= ...:
  print("...")
else:
  print("CSC")
```

49 **1.** Le taux d'obésité chez les hommes adultes aux États-Unis est de 35 % (source : wikipedia).
Expliquer comment simuler le tirage au sort d'un homme aux États-Unis selon qu'il souffre d'obésité ou non.
2. Même question pour les femmes, dont le taux d'obésité est de 40 %.

50 En 2017, 58,2 % des bacheliers n'ont pas poursuivi leurs études à l'université (source : www.enseignement-sup-recherche.gouv.fr).
Expliquer comment simuler le tirage au sort d'un bachelier de 2017 au hasard selon qu'il a poursuivi ses études à l'université ou non.

51 Dans une classe, on compte 17 filles et 15 garçons.
1. Écrire en langage naturel un algorithme permettant de simuler le tirage au sort d'un élève de la classe suivant qu'il s'agisse d'une fille ou d'un garçon.
2. Écrire le programme Python correspondant.

Simuler un échantillon associé à une expérience aléatoire à deux issues

Algo & Prog

52 Le joueur de basketball Stephen Curry a un taux de réussite de 90,4 % au lancer-franc.

```
effectif ← 0
Pour i allant de 1 à 5
    Si Alea() ⩽ 0.904
       effectif ← effectif + 1
    Fin si
Fin pour
```

1. On considère l'algorithme ci-contre.
a) Quelle est la valeur de la variable `effectif` en fin d'algorithme si `Alea()` a pris successivement les valeurs (arrondies à 0,01 près) 0,52 ; 0,89 ; 0,23 ; 0,28 et 0,95 ?
b) À quoi ce résultat correspond-il en termes de simulation de lancers-francs tentés par S. Curry ?
2. Modifier l'algorithme afin qu'il affiche le nombre de lancers-francs réussis lorsque l'on en simule un échantillon de 350 tirés par S. Curry.

53 On reprend l'énoncé de l'exercice **50**.
1. a) Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il simule un échantillon de 100 bacheliers de 2017 suivant s'ils ont poursuivi leurs études à l'université ou non.

```
Pour i allant de 1 à …
   si Alea() ⩽…
      Afficher "Université"
   sinon
      Afficher "Pas université"
   Fin si
Fin pour
```

b) Le modifier pour qu'il calcule et affiche le nombre de bacheliers ayant poursuivi leurs études à l'université dans l'échantillon de 100 bacheliers.
2. Reprendre la question **1. b)** pour un échantillon de 1 316 bacheliers.

54 On reprend l'énoncé de l'exercice **49**.

1. Compléter le programme Python ci-dessous afin qu'il simule un échantillon de 200 hommes américains suivant qu'ils souffrent d'obésité ou non.

```
for i in range (1,...):
    if random.random() <= ...:
      print("Souffre d'obésité")
    else:
      print("ne souffre pas d'obésité")
```

2. Le modifier pour qu'il calcule et affiche le nombre d'hommes américains souffrant d'obésité dans l'échantillon.

3. Adapter le programme précédent à un échantillon de 300 **femmes** américaines.

55 On reprend l'énoncé de l'exercice **47**.

1. Écrire un algorithme en langage naturel ou un programme Python permettant de simuler un échantillon de 2 000 Français suivant qu'ils ont téléchargé un contenu illégalement ou non en 2016 (l'affichage doit être « a téléchargé » ou « n'a pas téléchargé »).

2. L'adapter afin d'écrire une fonction `non_telecharge()` renvoyant le nombre de personnes n'ayant **pas** téléchargé illégalement dans l'échantillon.

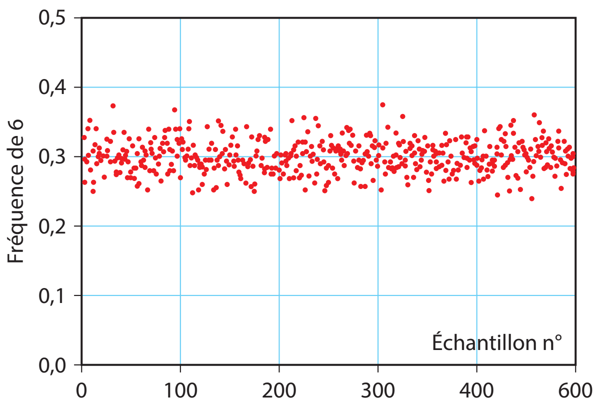
56 On reprend l'énoncé de l'exercice **48**.

1. Écrire un algorithme en langage naturel ou un programme Python permettant de simuler un échantillon de 991 buts suivant que ce sont des CSC ou non (l'affichage doit être « CSC » ou « pas CSC »).

2. L'adapter afin d'écrire une fonction `csc()` renvoyant le nombre de CSC dans l'échantillon.

Estimer une probabilité ou une proportion

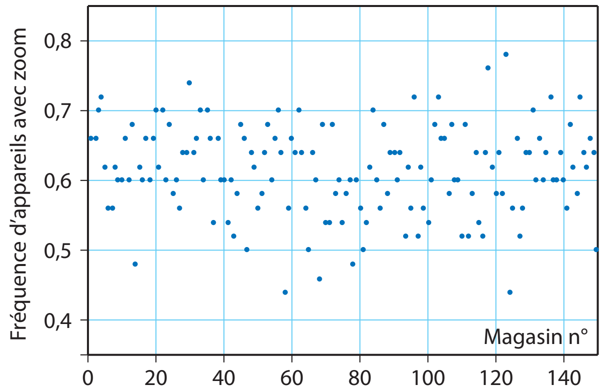
57 Un escroc a fabriqué un dé truqué (il en a légèrement limé un coin) afin que la face 6 soit favorisée.
Afin de connaître la probabilité d'obtention de cette face, il a demandé à son neveu de lancer 400 fois le dé et de calculer la fréquence de 6 obtenus sur les 400 lancers.
Il lui a ensuite demandé de recommencer 499 fois de sorte qu'il a obtenu 500 fréquences représentées ci-dessous.



1. Estimer la probabilité d'obtention du 6.

2. Il souhaitait tripler la probabilité d'obtention du 6, est-ce réussi ?

58 Une chaîne de magasins de photographie veut estimer le pourcentage p d'acheteurs d'appareils avec zoom dans sa clientèle.
Pour cela, elle demande aux 150 magasins de sa franchise de lui faire remonter la fréquence d'appareils avec zoom sur les échantillons constitués des 50 derniers appareils vendus.
Le graphique regroupant toutes les fréquences obtenues est donné ci-dessous.



1. Donner une approximation de la fréquence d'appareils avec zoom vendus dans l'échantillon du magasin 40.

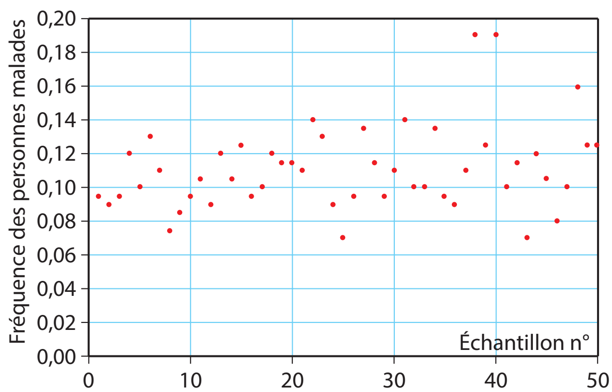
2. Estimer la proportion p d'acheteurs d'appareils avec zoom dans sa clientèle. Donner le résultat en pourcentage.

3. Comment améliorer la précision de cette estimation ?

Modéliser à partir de fréquences

59 Dans un pays, une partie de la population est touchée par une épidémie.

1. On cherche à estimer la proportion de la population touchée par l'épidémie. Pour cela, on teste 50 échantillons de 200 personnes à divers endroits du pays et on relève la fréquence des malades dans ces échantillons. Les résultats sont donnés dans le graphique ci-dessous.



Estimer la proportion de personnes souffrant de la maladie dans ce pays.

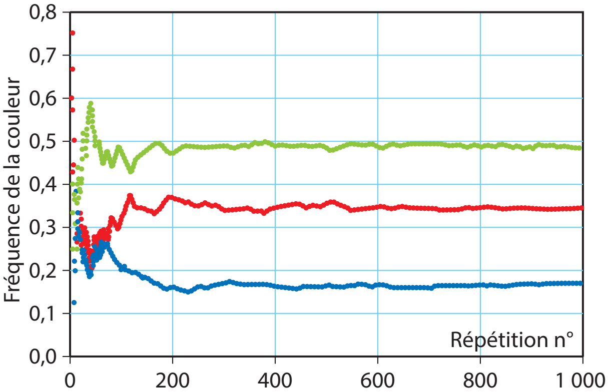
2. a) On considère l'expérience aléatoire consistant à tirer au sort un habitant de ce pays et à regarder s'il souffre de la maladie ou non.
Proposer une modélisation de cette expérience aléatoire, c'est-à-dire proposer une loi de probabilité pour celle-ci.

b) Cette modélisation est-elle la seule possible ? Discuter.

60 Dans une urne, il y a des boules rouges, des boules bleues et des boules vertes indiscernables au toucher.

1. On réalise 1 000 fois l'expérience aléatoire consistant à tirer au sort une boule dans l'urne, noter sa couleur et la remettre dans l'urne.

L'évolution des fréquences des boules obtenues de chaque couleur au fil de ces 1 000 répétitions est donnée ci-dessous.



Estimer la probabilité d'obtenir une boule verte.

2. Donner $p(\text{rouge}) + p(\text{bleu}) + p(\text{vert})$.

3. Proposer une modélisation de l'expérience aléatoire consistant à tirer au sort une boule dans cette urne.

4. On a réalisé une autre série de 1 000 tirages et on a obtenu :

Couleur	Rouge	Bleu	Vert
Nombre de boules tirées	330	510	160

a) Proposer une autre modélisation de l'expérience aléatoire.

b) Quel phénomène ces deux séries de 1 000 tirages illustrent-elles ?

61 Un possible candidat A à une élection souhaite mesurer sa popularité et commande un sondage. On pose ainsi à 1 000 personnes la question suivante : « Envisageriez-vous de voter pour le candidat A ? »

Les réponses sont reportées dans le tableau ci-dessous.

Réponse	Oui	Non	Peut-être
Nombre	256	471	273

On choisit au hasard une personne inscrite sur les listes électorales. On s'intéresse à son intention de vote pour le candidat A. Déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire.

62 À l'approche d'un match capital de son équipe fétiche, Jalila étudie les statistiques des rencontres passées avec leur adversaire. Les résultats sont compilés dans le tableau suivant.

Victoires	Matchs nuls	Défaites
5	7	68

Proposer une loi de probabilité qui modéliserait le résultat du match à venir.

63 Max passe beaucoup de temps dans une piscine à balles multicolores.

Un échantillon de 150 balles prélevées donne la répartition de couleurs suivantes.

Couleur	Rouge	Bleu	Vert	Jaune
Nombre de balles	41	47	38	24

Max se bande les yeux, plonge dans la piscine, attrape une balle au fond, retire son bandeau et regarde la couleur obtenue.

Proposer une loi de probabilité qui modéliserait le résultat de cette expérience aléatoire.

Calculs et automatismes

64 Simplifier les fractions suivantes.

a) $\frac{6}{8}$ **b)** $\frac{9}{15}$ **c)** $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ **d)** $\frac{3}{8} \times \frac{2}{9}$

65 Trouver $p(A)$ dans les cas suivants.

a) $p(A) + 0,2 = 1$ **b)** $0,5 + p(A) = 0,25 + 0,7$

c) $1 - p(A) = 0,15$ **d)** $5p(A) + 0,2 = 1$

Modéliser une expérience aléatoire

66 Imaginer des expériences aléatoires pouvant être modélisées par les lois de probabilité suivantes.

a)

Issue	Noire	Bleue	Rouge	Jaune
Probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

b)

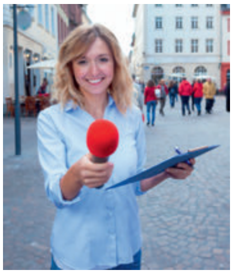
Issue	Vert	Rouge	Orange
Probabilité	0,6	0,35	0,05

c)

Issue	Chemise	Tee-shirt	Polo
Probabilité	0,35	0,5	0,15

67 À partir du lancer simultané de deux dés tétraédriques, imaginer cinq expériences aléatoires conduisant à cinq univers différents.

68 Une personne répond au hasard à un sondage. Deux questions sont posées et, pour chacune, on donne le choix entre favorable, opposé et sans opinion.
De combien de façons la personne peut-elle répondre ?



Événements et issues

69 On considère l'expérience : « Lancer deux dés tétraédriques et observer le produit des résultats obtenus. »
1. Donner l'univers de cette expérience aléatoire sous la forme $\Omega = \{...\}$.
2. Écrire sous forme d'ensembles les événements suivants.
a) « Obtenir un résultat impair. »
b) « Obtenir un résultat supérieur ou égal à 6. »
c) « Obtenir un nombre premier. »

70 On regarde à un instant au hasard l'heure affichée par une horloge à affichage numérique, et on note le chiffre des dizaines du nombre des minutes.
1. Décrire l'univers associé à l'expérience aléatoire.
2. Décrire l'événement « obtenir un multiple de 3 » à l'aide d'un ensemble d'issues.

71 On lance deux dés à quatre faces équilibrés et on s'intéresse à la somme des nombres obtenus. On définit les évènements suivants :
- E : « Le résultat est pair. »
- F : « Le résultat est au moins égal à 5. »
- G : « Le résultat est au moins égal à 6. »

Préciser les issues qui composent chacun des événements précédents.

Vocabulaire des événements

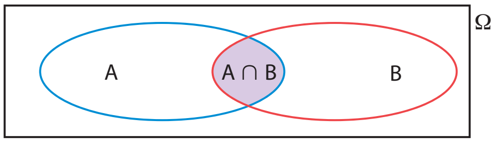
72 On tire une carte d'un jeu de 32 cartes.
On appelle :
- C l'événement : « La carte tirée est un cœur. »
- F l'événement « La carte tirée est une figure. »

Décrire par une phrase et donner le nombre d'issues de chacun des événements suivants.
a) $C \cap F$ **b)** $C \cup F$ **c)** $\overline{C} \cap F$ **d)** $\overline{C \cup F}$

73 Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée : une gastroentérite et un rhume.
On choisit un élève au hasard et on nomme :
- G l'événement : « L'élève a la gastroentérite. »
- R l'événement : « L'élève a un rhume. »

Décrire à l'aide de ces deux événements :
a) « L'élève a la gastroentérite et le rhume. »
b) « L'élève a le rhume mais pas la gastroentérite. »
c) « L'élève a au moins une des deux maladies. »
d) « L'élève n'a aucune des deux maladies. »

74 On a représenté sur le diagramme de Venn l'événement $A \cap B$. Construire un diagramme de Venn sur le même modèle pour chacun des événements suivants.



a) $A \cap \overline{B}$ **b)** $A \cup \overline{B}$ **c)** $\overline{A \cap B}$
d) $\overline{A \cup B}$ **e)** $\overline{A} \cap \overline{B}$ **f)** $\overline{A} \cup \overline{B}$

75 **1.** On lance un dé cubique. Exprimer simplement le contraire des événements suivants.
a) A : « Le résultat du dé est pair. »
b) B : « Le résultat du dé est supérieur ou égal à 5. »
c) C : « Le résultat du dé est un multiple de 3 ou de 5. »

2. Exprimer plus simplement les événements suivants.
a) $A \cap B$ **b)** $\overline{A} \cap C$ **c)** $\overline{A \cup C}$

Expériences aléatoires multiples

76 On lance deux dés à quatre faces et on regarde la somme obtenue.
1. Donner l'univers des possibles.
2. Donner la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre multiple de trois ?

Exercices d'entraînement

77 Trois CD notés a, b et c ont respectivement des boîtes nommées A, B et C. On range les trois CD au hasard dans les boîtes sans voir leur étiquette.

1. Combien de rangements sont possibles ?
2. Quelle est la probabilité :
a) que les trois CD soient bien rangés ?
b) qu'exactement un CD soit bien rangé ?
c) qu'exactement deux CD soient bien rangés ?
3. En déduire la probabilité qu'aucun CD ne soit bien rangé.

78 Sur une table sont posés deux pots de peinture : l'un contient de la peinture jaune et l'autre de la peinture bleue. On plonge au hasard un pinceau dans un des pots, puis on peint une feuille de papier.
On plonge un autre pinceau au hasard dans l'un des pots et on peint une deuxième couche de couleur sur la même feuille, sans attendre que la première couche soit sèche.
1. De quelle couleur la feuille peut-elle être ?
Ce sont les issues de l'expérience aléatoire.
2. Déterminer une loi de probabilité qui modélise cette expérience aléatoire à l'aide d'un tableau.

Calcul de probabilités avec réunion, intersection et événement contraire

79 Soit A et B deux événements tels que :
• $p(A) = 0{,}7$ • $p(B) = 0{,}5$ • $p(A \cap B) = 0{,}3$
Calculer les probabilités suivants.
a) $p(\overline{A})$ **b)** $p(A \cup B)$ **c)** $p(\overline{A} \cap B)$

80 Soit S et T deux événements tels que :
• $p(S) = 0{,}5$ • $p(T) = 0{,}6$ • $p(S \cup T) = 0{,}9$
Calculer les probabilités suivantes.
a) $p(S \cap T)$ **b)** $p(\overline{S \cup T})$ **c)** $p(\overline{S \cap T})$

81 Robin des Bois atteint sa cible avec une probabilité de 0,7.
Quelle est la probabilité qu'il rate sa cible ?

82 On considère des événements A et B incompatibles tels que $p(\overline{A}) = 0{,}4$ et $p(B) = 0{,}2$.
Déterminer $p(A \cup B)$.

83 A et B sont deux événements tels que :
• $p(A) = 0{,}8$ • $p(B) = 0{,}53$
1. A et B sont-ils incompatibles ?
2. Sachant que $p(A \cup B) = 0{,}95$, calculer :
a) $p(A \cap B)$ **b)** $p(A \cap \overline{B})$

84 On considère deux événements V et F tels que :
• $p(V) = 0{,}4$ • $p(F) = 0{,}3$ • $p(V \cup F) = 0{,}8$
Aïssatou prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

85 On considère deux événements V et F tels que :
• $p(V) = 0{,}6$ • $p(F) = 0{,}4$ • $p(V \cap F) = 0{,}5$
Simon prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

86 Logique
On considère deux événements V et F tels que :
• $p(V) = 0{,}6$ • $p(F) = 0{,}4$ • $p(V \cap F) = 0{,}4$
Allister prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

87 Logique
On considère deux événements V et F tels que $p(V) = 0{,}6$ et $p(V \cup F) = 0{,}55$.
Zoé prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

88 Un grossiste commande des poissons pêchés dans différentes mers. Le tableau suivant en indique la provenance selon leur origine.

	Mer du Nord	Océan Atlantique	Mer Méditerranée
Sardine	0	125	75
Daurade	260	80	345
Merlan	25	45	45

1. On choisit un poisson au hasard dans son stock.
Déterminer la probabilité que le poisson :
a) soit une daurade de l'Atlantique.
b) vienne de l'océan Atlantique.
c) soit un merlan.
2. Le poisson choisi est une daurade.
Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la mer Méditerranée ?
On arrondira le résultat au centième.
3. Déterminer la probabilité que le poisson vienne de la mer Méditerranée ou soit une daurade.
4. Le poisson choisi vient des eaux glacées de la mer du Nord ou de l'Atlantique.
Quelle est la probabilité qu'il soit une sardine ?

89 Le standard d'un cabinet médical dispose de deux lignes de téléphone.
On considère les événements :
• O_1 : « La première ligne est occupée. »
• O_2 : « La seconde ligne est occupée. »
Une étude statistique montre que :
• $p(O_1) = 0{,}4$ • $p(O_2) = 0{,}3$ • $p(O_1 \cap O_2) = 0{,}2$
Calculer la probabilité des événements suivants.
a) « La ligne 1 est libre. »
b) « Au moins une des lignes est occupée. »
c) « Au moins une des lignes est libre. »

90 Une entreprise fabrique des ordinateurs portables. Ils peuvent présenter deux défauts :
- un défaut de clavier ;
- un défaut d'écran.

Une étude statistique montre que :
- 2 % présentent un défaut d'écran ;
- 2,4 % présentent un défaut de clavier ;
- 1,5 % présentent les deux défauts.

1. On choisit au hasard un ordinateur.
Définir une loi de probabilité pour modéliser ce tirage.

2. On considère les événements suivants :
- E : « L'ordinateur présente un défaut d'écran. »
- C : « L'ordinateur présente un défaut de clavier. »

Déterminer $p(\text{E})$, $p(\text{C})$ et $p(\text{E}\cap\text{C})$.

3. On considère les événements suivants.
- « L'ordinateur présente au moins un défaut. »
- « L'ordinateur ne présente que le défaut d'écran. »

a) Traduire ces deux événements à l'aide de E et C.
b) Calculer leur probabilité.

EMC

91 La gendarmerie a relevé, sur les 2 400 accidents corporels en voitures comptabilisés en 2011 dans le Val-de-Marne, que 24 % des conducteurs étaient des femmes.
Parmi elles, 25 % conduisaient sous l'emprise de l'alcool.
Par ailleurs, 574 conducteurs hommes conduisaient sous l'emprise de l'alcool.

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

Le conducteur…	était un homme	était une femme	Total
était sous l'emprise de l'alcool	574	144	
n'était pas sous l'emprise de l'alcool			
Total		576	2 400

2. On tire au hasard un conducteur parmi les victimes d'accidents corporels dans le Val-de-Marne en 2011 et on note :
- F l'événement : « Le conducteur était une femme. »
- A l'événement : « Le conducteur était sous l'emprise de l'alcool. »

Dans la suite de l'exercice, les probabilités seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 près.
a) Déterminer la probabilité de l'événement F.
b) Déterminer la probabilité de l'événement A.
c) Décrire par une phrase l'événement $\text{A}\cap\text{F}$. Calculer $p(\text{A}\cap\text{F})$.
d) Déterminer la probabilité de l'événement $\text{A}\cup\text{F}$.
e) Quel est le contraire de l'événement $\text{A}\cup\text{F}$?
Calculer sa probabilité.

3. Un contrôle d'alcoolémie sur un conducteur accidenté révèle qu'il était sous l'emprise de l'alcool.
Quelle est la probabilité que ce conducteur soit un homme ?

92 Lors d'un devoir commun de mathématiques ayant lieu un jour entre 8 h à 10 h, on a relevé les résultats des élèves en fonction de l'heure à laquelle ils sont partis.

L'élève…	est parti avant 9 h 15	est parti entre 9 h 15 et 9 h 45	est parti après 9 h 45	Total
a eu plus de 10	49	151	150	350
a eu strictement moins de 10	1	49	100	150
Total	50	200	150	500

On choisit alors un élève au hasard.
On considère les événements suivants :
- M : « L'élève a eu plus de 10 au contrôle. »
- B : « L'élève est parti entre 9 h 15 et 9 h 45. »
- A : « L'élève est parti avant 9 h 15. »
- C : « L'élève est parti après 9 h 45. »

1. Déterminer la probabilité des événements C et M.
2. a) Définir avec une phrase les événements $\overline{\text{A}}$, $\text{M}\cup\text{A}$ et $\overline{\text{M}}\cap\text{B}$.
b) Déterminer la probabilité des événements précédents.
3. Un élève a été aperçu allongé dans l'herbe à 9 h 05.
Quelle est la probabilité qu'il ait la moyenne au contrôle ?

Situations de non équiprobabilité

93 Dans chacun des cas suivants, déterminer la valeur de t qui permet de définir une loi de probabilité.

a)

Issue	P	F
Probabilité	0,3	t

b)

Issue	Vert	Orange	Rouge
Probabilité	0,5	t	0,3

c)

Issue	1	2	3	4
Probabilité	0,25	t	0,2	0,4

d)

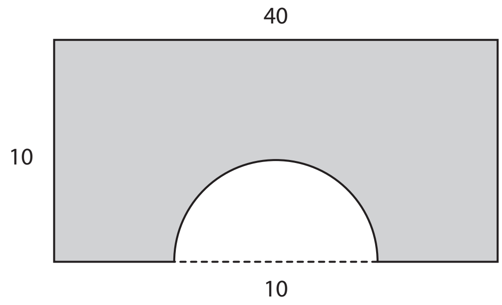
Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	t	$2t$	$3t$	$4t$	$5t$	$6t$

94 On lance un dé pipé. Le tableau suivant regroupe les probabilités de sortie de chaque face.

F	1	2	3	4	5	6
$p(\text{F})$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	?

1. Calculer $p(6)$.
2. Calculer la probabilité des événements suivants.
a) « La face obtenue est paire. »
b) « La face obtenue est supérieure ou égale à 5. »

95 La façade d'un pont est constitué d'un rectangle dont les dimensions sont données sur le graphique ci-dessous. Sur cette façade, un demi-disque est creusé pour laisser passer une rivière.



Avec son arc, Alexandre tire une flèche sur cette façade.
1. Quelle est la probabilité qu'elle rebondisse sur le pont ?
2. Quelle est la probabilité qu'elle tombe dans la rivière (directement ou après avoir rebondi sur le pont) ?

96 Une usine produit des vis. L'objectif est d'obtenir des vis de 3 cm de longueur, mais un certain nombre de vis sortent de l'usine avec des imperfections.
Un stock de 600 vis est étudié pour tester la qualité de la production.
Le résultat des mesures est récapitulé dans le tableau ci-dessous.

Longueur (en mm)	29,9	30	30,1	30,2
Nombre	45	501	39	15

On choisit au hasard une vis dans le stock de 600 pièces et on note sa longueur.
1. Proposer une loi de probabilité pour modéliser cette expérience aléatoire.
2. Selon cette loi, quelle est la probabilité d'obtenir une vis parfaitement calibrée ?
3. Une pièce est acceptable si sa longueur ne présente pas un écart à la longueur souhaitée supérieur à 0,1 mm.
Quelle est la probabilité que la vis tirée au sort ne soit pas acceptable ?

97 Jean possède un dé pipé.
Il lui semble que la face 6 tombe trois fois plus que les autres faces.
1. Proposer une loi de probabilité pour modéliser cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité que le résultat d'un lancer du dé soit pair.

98 Un univers associé à une expérience aléatoire est constitué de trois issues A, B et C.
La loi de probabilité vérifie :
$p(\text{A}) = t^2$ $\quad p(\text{B}) = t$ $\quad p(\text{C}) = \dfrac{1}{4}$
Déterminer t.

Simuler une expérience aléatoire ou un échantillon

Algo & Prog

Pour les exercices 99 et 100 on dispose d'une fonction `EntAlea` telle que, pour deux entiers *a* et *b*, `EntAlea(a,b)` renvoie un entier au hasard entre *a* inclus et *b* inclus.

99 **1.** Expliquer comment simuler le lancer d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 à l'aide de la fonction `EntAlea`.
2. Que permet de simuler l'algorithme ci-contre ?

```
Pour i allant de 1 à 10
   Afficher EntAlea(1,6)
Fin pour
```

3. Modifier l'algorithme pour qu'il simule un échantillon de 100 lancers d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et en considérant que le résultat de l'expérience est GAGNÉ si le résultat est 4 et PERDU autrement.

100 **1.** Une urne contient 3 boules rouges et 5 boules jaunes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard et on note sa couleur. Expliquer comment simuler cette expérience aléatoire.
2. On répète l'expérience en remettant la boule tirée à chaque fois. Écrire un algorithme permettant de simuler un échantillon de 30 tirages avec remise et qui affiche les couleurs obtenues.

101 **1.** Que permet de simuler la fonction Python ci-contre ?

```
def deux_des():
    a=random.randint(1,6)
    b=random.randint(1,6)
    return a+b
```

2. Modifier cette fonction afin que sa première ligne soit `def trois_des(n):`, qu'elle simule trois lancers de dés à *n* faces et qu'elle renvoie le **produit** des résultats des trois lancers.
3. Expliquer ce que fait la fonction Python ci-contre.

```
def echantillon_deux_des(n,p):
    for i in range (1,p+1):
        print(deux_des(n))
```

102 On considère une expérience aléatoire dont on ne connaît que la loi de probabilité.

Issue	Rouge	Jaune	Vert
Probabilité	0,42	0,27	0,31

1. Compléter les conditions pour que la fonction ci-contre permette de simuler cette expérience aléatoire.

```
def f1():
    a=random.random()
    if a <= 0.42:
        print("Rouge")
    if ... and ...:
        print("Jaune")
    if ... and ...:
        print("Vert")
```

2. Écrire une fonction Python réalisant l'affichage correspondant à un échantillon de taille 100 associé à cette expérience aléatoire.

Simulation avec effectifs ou fréquences

Algo & Prog

103 À midi, dans un restaurant, le plat du jour est commandé par 64 % des clients.

1. Écrire un algorithme ou une fonction Python simulant un service de 50 couverts dans ce restaurant et affichant ou renvoyant le nombre de personnes simulées prenant le plat du jour sur ce service.

2. Modifier l'algorithme ou la fonction précédente afin qu'il ou elle affiche ou renvoie la fréquence des personnes prenant le plat du jour sur ce service plutôt que l'effectif.

104 **1.** Écrire un algorithme ou une fonction Python affichant ou renvoyant le nombre de résultats obtenus supérieurs ou égaux à 7 lorsque l'on simule un échantillon de 98 lancers d'un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12.

2. Même question avec la fréquence plutôt que l'effectif du nombre de résultats obtenus supérieurs ou égaux à 7.

105 Au Canada, le français est la langue maternelle de 21,3 % des habitants. Écrire un algorithme ou une fonction Python affichant ou renvoyant la fréquence d'individus ayant le français pour langue maternelle lorsque l'on simule un échantillon de 1 324 Canadiens.

Stabilisation des fréquences

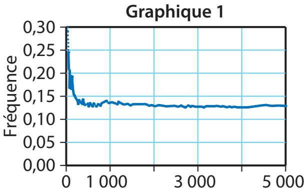
106 Sofiane et Andréa ont lancé (en se relayant) 5 000 fois un dé équilibré à 8 faces et ont regardé le nombre de 3 obtenus.

• Sofiane a pris les résultats par tranches de 100 afin de constituer 50 échantillons puis il a tracé le nuage de points de coordonnées $(i\,;f_i)$ où i est le numéro de l'échantillon et f_i la fréquence de 3 dans celui-ci ;

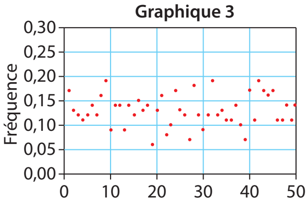
• Andréa a tracé le nuage de points de coordonnées $(j\,;f_j')$ où j est le numéro du lancer et f_j' la fréquence de 3 obtenus entre le premier et le j-ième lancer.

Parmi les graphiques, deux correspondent à ceux tracés par Sofiane et Andréa. Les trouver et les associer à la bonne personne.

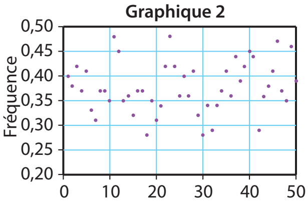
Graphique 1



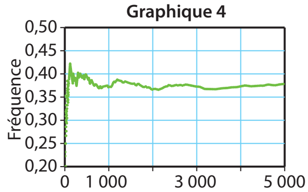
Graphique 3



Graphique 2



Graphique 4



« Normalité » d'un échantillon

107 Le propriétaire d'un casino a un doute sur l'équilibre d'un dé : il a l'impression que le 6 tombe trop souvent !

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 lorsque l'on lance un dé à 6 faces normalement équilibré ?

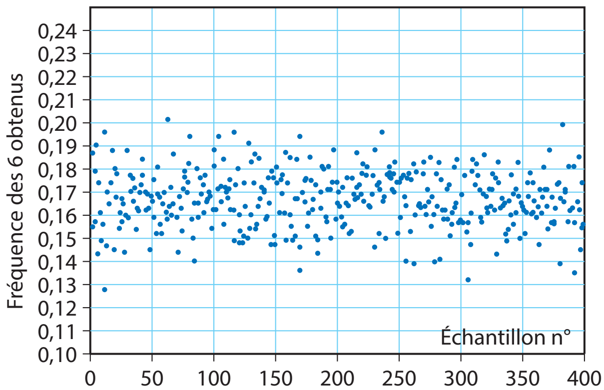
2. Il fait lancer 1 000 fois ce dé par un croupier qui obtient 191 fois le nombre 6.

Comparer la fréquence de 6 obtenus dans cet échantillon et la probabilité d'obtenir un 6.

Que peut-on en penser ?

3. On simule 400 échantillons de 1 000 lancers d'un dé équilibré à 6 faces et on s'intéresse aux fréquences de 6 obtenus dans chaque échantillon.

On obtient le graphique ci-dessous.



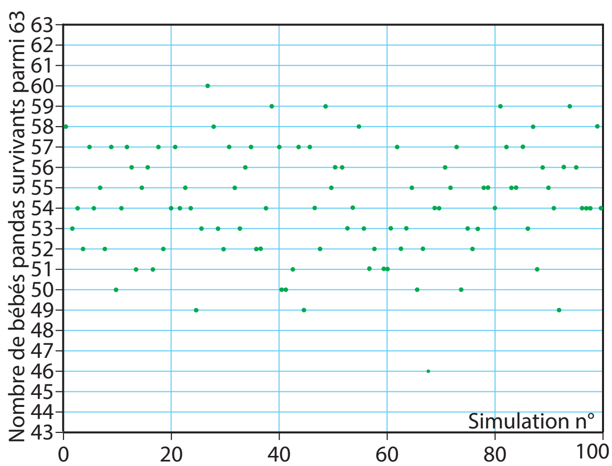
Le dé semble-t-il équilibré ? Expliquer.

108 Au vu des statistiques, on considère qu'un bébé panda né en captivité a 87 % de chance de survivre.

1. 58 des 63 bébés pandas nés en 2017 ont survécu.
Quelle est la fréquence f des pandas survivants parmi ceux nés en 2017 ?

2. Cela semble-t-il exceptionnel ?

3. On a simulé 100 échantillons de 63 bébés pandas suivant qu'ils survivent ou non.



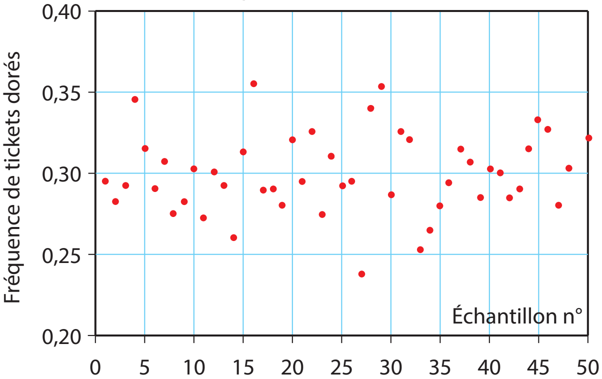
Reprendre la question précédente en argumentant à partir de ces résultats.

Exercices d'entraînement

109 Un chocolatier décide de proposer une édition spéciale de ses barres chocolatées : 30 % d'entre elles contiennent un ticket doré donnant droit à une visite de sa chocolaterie.

1. Donner p, la probabilité qu'une barre chocolatée contienne un ticket doré.

2. On simule ci-dessous 50 échantillons de 400 barres chocolatées et on donne la fréquence de barres contenant des tickets dorés dans chaque échantillon.



Combien y a-t-il de tickets dorés dans l'échantillon 41 ?

3. Pour un échantillon de n barres chocolatées, on note f la fréquence de tickets dorés obtenus.
Déterminer la proportion des 50 échantillons de la question **2.** pour lesquels l'écart entre p et f est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

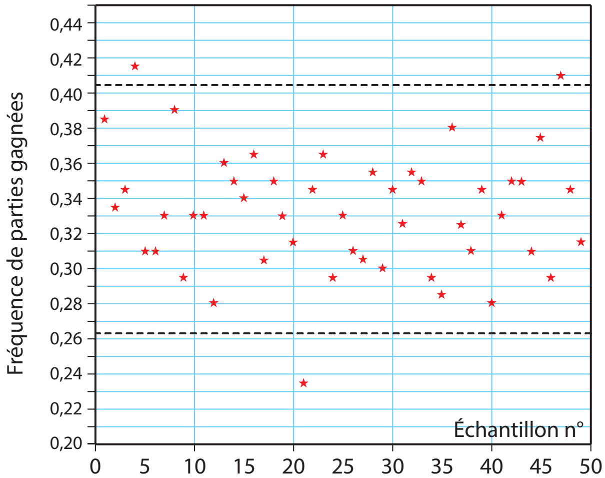
4. Charlie achète 400 barres chocolatées.

a) Sur son réseau social préféré, il a 88 amis. Au vu du graphique précédent, est-il presque sûr de pouvoir les amener avec lui à la chocolaterie ?

b) Même question s'il avait 140 amis sur ce réseau social.

110 On s'intéresse au jeu Pierre-Feuille-Ciseau.

1. On a simulé 50 échantillons de 200 parties de Pierre-Feuille-Ciseau selon que l'on gagne ou non, puis on a calculé les fréquences de parties gagnées pour chaque échantillon que l'on a représentées par des étoiles sur le graphique suivant.



a) Donner approximativement la fréquence de parties gagnées dans l'échantillon 20.

b) Donner une estimation de la probabilité de gagner à ce jeu. Expliquer.

2. Soumaya et Ssisi ont fait 200 parties de Pierre-Feuille-Ciseau et Ssisi en a gagné 88 : Soumaya l'accuse de tricher.

a) Quelle est la fréquence de parties gagnées par Ssisi ?

b) Sur les 50 échantillons simulés à la question **1.**, combien de fois obtient-on une fréquence au moins aussi grande ?

c) Que peut-on penser de l'accusation de Soumaya ?

3. a) On admet que la probabilité de gagner au jeu Pierre-Feuille-Ciseau est $p = \frac{1}{3}$. Normalement, on peut s'attendre à ce que l'écart entre p et f, la fréquence des parties gagnées dans un échantillon de 200 parties, soit inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{200}}$. Déterminer dans quel intervalle devrait normalement se trouver f.

b) Pour quel pourcentage des échantillons simulés est-ce le cas ?

Coup de pouce
Les pointillés délimitent l'intervalle trouvé à la question précédente sur l'axe des ordonnées.

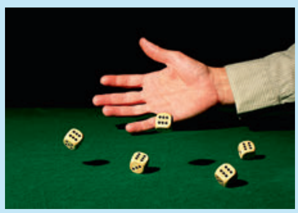
Travailler autrement

111 *À l'oral* A et B sont deux événements.
Trouver une égalité qui relie les probabilités suivantes :
$p(\overline{A})$, $p(\overline{B})$, $p(\overline{A}\cap\overline{B})$ et $p(A\cap B)$.

112 *À l'oral* Un code est constitué de trois lettres suivis de trois chiffres. Un code est tapé au hasard, quelle est la probabilité que ce soit le bon ?

113 *À l'oral* Définir une loi de probabilité et des événements A et B telle que $P(\overline{A}) = 0{,}2$, $P(\overline{B}) = 0{,}7$ et $P(A\cap B) = 0{,}25$.

114 *En groupe* Le jeu de yams se joue avec 5 dés.
On essaie de faire des combinaisons diverses et on a le droit de relancer deux fois tout ou une partie des dés.
Lucas a obtenu au premier lancer trois 4, un 2 et un 5. Il voudrait faire un full (trois dés d'une valeur et deux dés d'une autre). Il hésite entre garder les trois 4 et le 5 et relancer le dé indiquant 2 ou garder les trois 4 et relancer les deux autres dés. L'aider à résoudre ce dilemme.



115 Probabilités pour filtrer des messages

Un nouveau logiciel permet de filtrer les messages sur une messagerie électronique. Les concepteurs l'ont testé pour 2 000 messages et voici leurs conclusions :

- 70 % des courriels sont des spams ;
- 95 % des spams sont éliminés ;
- 2 % des courriels bienvenus sont éliminés.

1. Compléter le tableau suivant.

	Spams	Courriels bienvenus	Total
Courriels éliminés			
Courriels conservés			
Total			2 000

On tire au sort un message parmi les 2 000 messages, et on considère les événements suivants :

- B : « Le courriel est un courriel bienvenu. »
- E : « Le courriel est éliminé. »

2. Calculer la probabilité des événements B et E.
3. Déterminer la probabilité que le courriel soit un spam.
4. Décrire à l'aide d'une phrase les événements $B \cap E$ et $E \cap \overline{B}$.
5. Calculer la probabilité des événements précédents.
6. Le logiciel échoue lorsqu'un courriel bienvenu est éliminé ou quand un spam est conservé. Quelle est la probabilité que le logiciel échoue ?

116 Tirage sans remise

Une urne contient trois boules, numérotées 2, 3 et 4. On tire une boule, puis, sans la remettre, on en tire une deuxième. Le résultat de l'expérience aléatoire est le nombre formé par les deux chiffres obtenus. Par exemple, si on tire un 4 puis un 2, le résultat de l'expérience est 42.

1. À l'aide d'un arbre, décrire toutes les issues de l'expérience aléatoire.
2. Quelle est la loi de probabilité ?
3. Déterminer la probabilité des événements suivants :

- A : « La première boule tirée est un nombre pair. »
- B : « La deuxième boule tirée est un nombre impair. »
- C : « Le produit des nombres obtenus est un nombre pair .»

4. Définir les événements $A \cap B$ et $A \cup B$ à l'aide d'une phrase, puis calculer leur probabilité.
5. Soit D l'événement : « Au moins un des chiffres tirés est un nombre impair. »
a) Définir l'événement $\overline{D}$ à l'aide d'une phrase.
b) Calculer $p(\overline{D})$.
c) En déduire $p(D)$.

117 Lancer de dé tétraédrique

Anna possède un dé tétraédrique (avec des faces numérotées de 1 à 4). Elle lance ce dé deux fois de suite.

1. Déterminer la probabilité que le dé ne tombe aucune fois sur 4 (on pourra s'aider d'un arbre judicieusement construit).
2. Déterminer la probabilité que le dé tombe au moins une fois sur 4.
3. Déterminer la probabilité que le dé tombe exactement une fois sur 4.

118 Boisson chaude

A. Dans une poche

Solal a des pièces de monnaie dans les deux poches de son jean. Il possède :

- dans sa poche gauche : une pièce de 5 centimes, une de 10 centimes, une de 20 centimes et une de 50 centimes ;
- dans sa poche droite : une pièce de 5 centimes, une de 10 centimes, une de 20 centimes et une de 1 euro.

Il prend dans chaque poche, au hasard, une pièce. Le résultat de l'expérience aléatoire est le montant des deux pièces. Par exemple, s'il tire une pièce de 5 centimes et une pièce de 1 euro, le résultat est 1,05 euro.

1. À l'aide d'un tableau à double entrée (ou d'un arbre), déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.
2. Un café coûte 35 centimes : quelle est la probabilité que Solal ait assez d'argent pour s'en acheter un avec les deux pièces sorties au hasard de ses poches ?

B. Dans un porte-monnaie

Florian a une autre stratégie. Il possède un porte-monnaie avec dedans une pièce de 10 centimes, une pièce de 20 centimes et une pièce de 50 centimes. Il décide de tirer au hasard deux pièces de son porte-monnaie.

1. Un café coûte toujours 35 centimes. À l'aide d'un tableau à double entrée, ou d'un arbre, déterminer la probabilité que Florian ait assez d'argent pour s'en acheter un avec les deux pièces sorties au hasard de son porte-monnaie.
2. Qui, de Solal ou de Florian, a le plus de chance de boire un café ?

119 Tirage avec remise

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire une boule au hasard, on note son numéro puis on la remet dans l'urne. On tire alors à nouveau une boule au hasard et on note son numéro. On obtient alors un nombre entier à deux chiffres.

1. Compter le nombre d'issues.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir le même numéro lors des deux tirages successifs ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et celle d'obtenir un multiple de 9 ?

120 En phase d'apprentissage

Le petit Théo connaît les quatre lettres de son prénom sans se rappeler exactement leur ordre.

1. Il écrit les quatre lettres au hasard.
a) Combien Théo a-t-il de possibilités d'écriture ?
b) Quelle probabilité a-t-il d'écrire son prénom correctement ?
c) Quelle est la probabilité que le mot écrit commence par T ?
2. S'il sait que son prénom commence par T, quelle est la probabilité qu'il l'écrive correctement ?
3. Reprendre les mêmes questions avec Bob.

121 Résultats du bac

On considère un établissement scolaire de 2 000 élèves, regroupant des collégiens et des lycéens :
- 380 élèves sont en terminale ;
- parmi ces élèves de terminale, 55 % sont des filles ;
- le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85 % ;
- parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles est de $\frac{8}{19}$.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant regroupant les résultats au baccalauréat.

Élèves	Garçons	Filles	Total
Réussite			
Échec		24	
Total			380

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de terminale. On considère les événements suivants :
- G : « L'élève est un garçon. »
- R : « L'élève a eu son baccalauréat. »

Dans la suite, on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis à 10^{-2} près.

1. Définir les événements suivants par une phrase.
a) $\overline{R}$ **b)** $\overline{G} \cap R$

2. Calculer les probabilités des événements suivants.
a) $\overline{R}$ **b)** $\overline{G} \cap R$ **c)** $\overline{G} \cup R$

3. On choisit un élève au hasard parmi les bacheliers. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

122 À l'urne

Une urne contient quatre jetons :
- deux jaunes ; • un rose ; • un violet.

On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
3. On considère les événements :
- R : « Le premier jeton tiré est rose. »
- J : « Le deuxième jeton tiré est jaune. »

a) Déterminer $p(R)$ et $p(J)$.
b) Traduire par une phrase $R \cap J$, puis calculer $p(R \cap J)$.
c) Calculer $p(R \cup J)$.

4. On considère l'événement N : « Aucun jeton tiré n'est jaune. »
a) Calculer $p(N)$.
b) Exprimer $\overline{N}$ par une phrase.
c) Calculer $p(\overline{N})$.

123 Le mauvais lot ? Algo & Prog

Une marque de téléviseur a un taux de retour au service après-vente (SAV) de 7,3 %.

1. Expliquer comment simuler le fait qu'un téléviseur de cette marque passe par le SAV ou non.

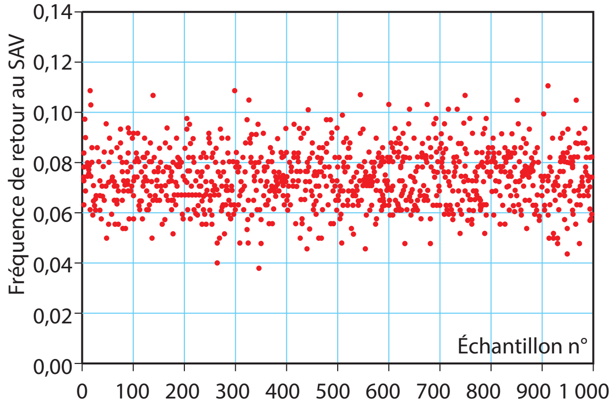
On pourra utiliser une fonction `Alea()` (en langage naturel) générant un nombre réel aléatoire entre 0 et 1 ou la commande Python équivalente `random.random()`.

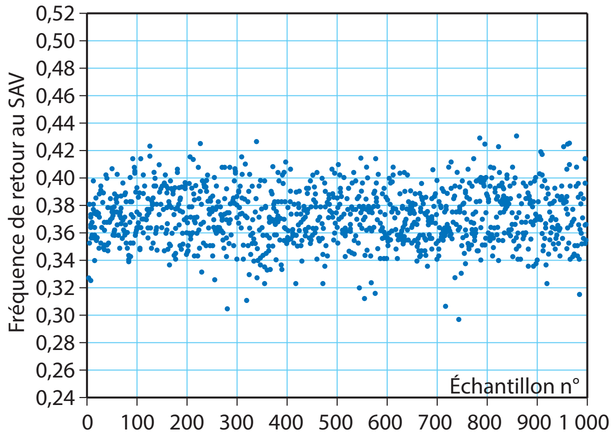
2. Recopier et compléter la fonction Python ci-dessous afin qu'elle simule un échantillon de 524 téléviseurs de cette marque et renvoie la fréquence de ceux qui retournent au SAV.

```
def sav():
    effectif = ...
    for j in range(1,525):
        if random.random() <= ... :
            effectif = effectif + 1
    return effectif / ...
```

3. En lançant 1 000 fois cette fonction, on simule 1 000 échantillons de 524 téléviseurs.

a) Un des deux graphiques suivants donne les fréquences des téléviseurs passant par le SAV dans chacun des 1 000 échantillons, lequel ?





b) En utilisant le bon graphique, donner un encadrement de la fréquence attendue des téléviseurs passant par le SAV dans un échantillon de taille 524.

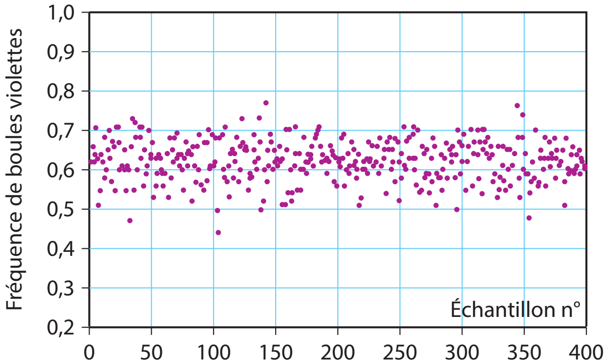
4. Une grande surface a vendu 524 téléviseurs de cette marque et a dû gérer 63 retours vers le SAV.

a) Expliquer pourquoi la directrice de cette grande surface pense que ce lot de 524 téléviseurs a un taux de retour anormalement élevé.

b) En aurait-il été de même si seulement 45 téléviseurs avaient dû repasser par le SAV ?

124 Trouver *n*

Une urne contient 8 boules, dont n violettes, les autres étant orange.
On considère l'expérience aléatoire consistant à tirer au sort une boule, noter sa couleur et la remettre dans l'urne.
On réalise 400 fois 100 tirages au sort, de sorte que l'on obtient 400 échantillons de taille 100.
Le graphique ci-dessous donne la fréquence de boules violettes obtenues dans chacun de ces échantillons.



Déterminer n.

125 Joyeux anniversaire !

Quelle est la probabilité d'être né un 29 février ?

126 Lancer de trois dés

On lance trois dés cubiques simultanément.
Quelles combinaisons ont la plus forte probabilité de sortie ?
a) un 1, un 2 et un 3 ? **b)** deux 1 et un 2 ?
c) un 2, un 3 et un 5 ? **d)** trois 4 ?

127 En trois dimensions

On lance trois dés cubiques simultanément, puis on calcule le produit des trois dés obtenus.
Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

128 Plusieurs jeux possibles

Une pièce de monnaie à deux faces, Pile et Face, est bien équilibrée, c'est-à-dire qu'à chaque lancer, chaque face a la même probabilité d'apparition.
Modéliser chacune des expériences suivantes par une loi de probabilité.
1. On effectue un seul lancer de la pièce et on note le résultat obtenu.
2. On effectue deux lancers de la pièce et on note, dans l'ordre d'apparition, les deux faces obtenues.
3. On effectue deux lancers de la pièce et on note le résultat sans tenir compte de l'ordre d'apparition des deux faces obtenues.

129 De la logique jusqu'au bout des doigts

On choisit au hasard un doigt d'une des deux mains. On considère les événements suivants :
• I : « Le doigt est un index. »
• G : « Le doigt est sur la main gauche. »
Calculer les probabilités des événements suivants.
a) I **b)** G **c)** $\overline{I}$
d) $I\cup G$ **e)** $I\cap G$ **f)** $\overline{I\cup G}$
g) $\overline{I\cap G}$ **h)** $\overline{I}\cap G$ **i)** $\overline{I}\cup\overline{G}$

130 À la piscine

Le mercredi à la piscine municipale, 42 % des entrées vendues l'ont été au « tarif moins de 12 ans », 37 % au « tarif étudiant » et les autres « plein tarif ». On rencontre au hasard une personne sortant de la piscine.
1. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 12 ans ?
2. Quelle est la probabilité que la personne ait payé « plein tarif » ?

Vers la 1re

Orientation

131 STMG

On lance une pièce équilibrée trois fois de suite. On note X le nombre de Pile obtenus à l'issue des trois lancers.
1. Construire un arbre pour modéliser la situation.
2. Quelles sont les valeurs possibles de X ?
3. Proposer une loi de probabilité pour X.

132 Spécialité Maths

Le tableau suivant indique le nombre de personnes pratiquant chaque sport dans un club sportif, en fonction du sexe des adhérents.

	Football	Baseball	Rugby
Femmes	50	35	115
Hommes	70	87	123

1. On choisit au hasard un adhérent dans le club. Déterminer la probabilité que ce soit un homme.
2. On choisit au hasard une personnes pratiquant le football dans le club. Déterminer la probabilité que ce soit un homme.
3. Un entraîneur cherche une personne qui pratique le football. Il choisit une personne au hasard et remarque que c'est une femme. Devrait-il changer son choix ?

Travaux pratiques

Algo & Prog

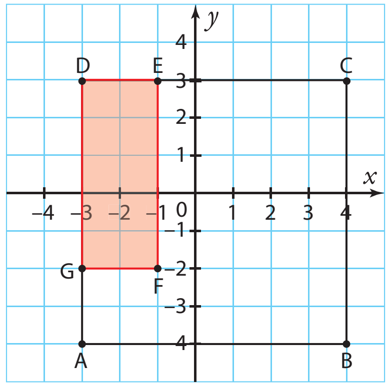
Modéliser, raisonner

45 min

1 Algorithme de Monte-Carlo

A ▶ Un point au hasard dans un rectangle

Dans un repère orthonormé, on considère le carré ABCD ci-contre.
Soit E(–1 ; 3), F(–1 ; –2) et G(–3 ; –2).



1. Soit M(x ; y) un point du plan.

a) À quelles conditions, portant sur x et y, M est-il situé à l'intérieur du carré ABCD ?

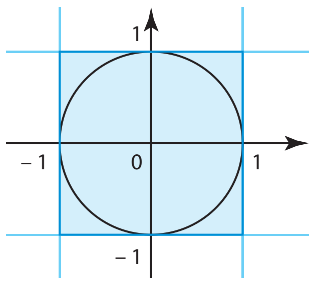
b) À quelles conditions, portant sur x et y, M est-il situé à l'intérieur du rectangle AFED ?

2. On place au hasard un point à l'intérieur du carré ABCD. Quelle est la probabilité qu'il soit situé également à l'intérieur du rectangle DEGF ?

3. Compléter le programme suivant pour qu'il simule tirage au sort d'un point dans le carré ABCD et qu'il indique en sortie s'il appartient ou non au rectangle DEGF.

```
import random
x=random.uniform(-3,4)
y=random.uniform(...,...)
if x<-1 and . . :
    print("...")
else:
    print("...")
```

B ▶ Une estimation



1. Dans un repère orthonormé, on considère un disque de centre O et de rayon 1, et un carré de centre O et de côté 2 comme sur le graphique ci-contre.

a) Déterminer l'aire du disque et l'aire du carré.

b) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées d'un point M pour qu'il soit à l'intérieur du carré ?

c) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées de M pour que OM $\leqslant$ 1 ? Dans ce cas, que peut-on en déduire pour M ?

2. L'algorithme de Monte-Carlo calcule une valeur approchée de π en créant un grand nombre de points aléatoires dans le carré, et en observant combien se trouvent dans le disque. Le rapport du nombre de points dans le disque sur le nombre total de points devrait être proche du rapport de l'aire du disque sur l'aire du carré et doit permettre de calculer π.

a) Déterminer la probabilité qu'un point choisi au hasard dans le carré tombe à l'intérieur du cercle.

b) Compléter l'algorithme ci-dessous.

```
import random
n=int(input("n="))
eff_interieur_disque =0
for i in range(0,n):
    x=random.uniform(-1,1)
    y=random.uniform(-1,1)
    if ... :
       eff_interieur_disque =eff_interieur_disque +1
Pi=...
print(Pi)
```

c) Implémenter ce programme sur un ordinateur ou sur une calculatrice.
Le tester pour $n = 1000$; $n = 10\,000$; $n = 100\,000$.

d) Trouve-t-on toujours la même valeur approchée pour π ?

Algo & Prog

Modéliser, calculer, raisonner

40 min

2 Le chevalier de Méré

A ▸ Avec quatre dés

Le problème dit du « chevalier de Méré » opposa ce dernier à Fermat et à Pascal.
Il consiste en le fait de savoir si l'affirmation suivante est vraie ou non :
« Si l'on jette 4 fois un dé à 6 faces, il y a plus de chances qu'on obtienne un 6 plutôt qu'on n'en obtienne pas. »

1. Intuitivement, que penser de cette affirmation ?

2. a) On considère le programme Python ci-dessous (ne pas l'écrire ni l'exécuter pour le moment).

```
import random

nb_essais = int(input("Nombre d'essais ? "))
effectif_6 = 0
for i in range(1,nb_essais+1):
    de1 = random.randint(1,6)
    de2 = random.randint(1,6)
    de3 = random.randint(1,6)
    de4 = random.randint(1,6)
    if de1 == 6 or de2 == 6 or de3 == 6 or de4 == 6:
        effectif_6 = effectif_6+1
    frequence_6 = effectif_6/i
    print(frequence_6)
```

Compléter les deux dernières lignes du tableau suivant correspondant à une exécution de ce programme pour un nombre d'essais égal à 10.

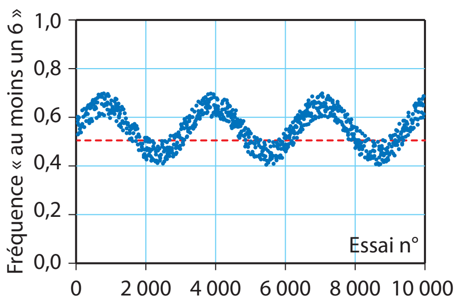
i	×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
de1	×	5	2	4	3	3	6	1	4	2	1
de2	×	1	1	3	6	3	5	2	1	2	1
de3	×	2	6	2	1	2	1	4	4	2	1
de4	×	1	2	6	6	5	3	4	6	4	6
effectif_6	0	0	1								
frequence_6	×	0	1/2								

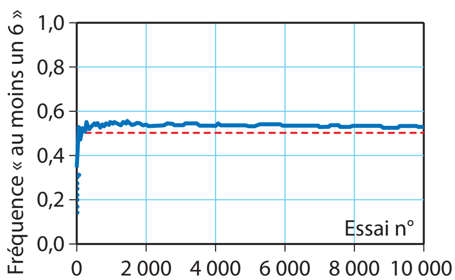
b) Dans un repère, tracer le nuage de 10 points de coordonnées (i ; fréquence_6) obtenus dans le tableau précédent.

3. Écrire et exécuter le programme (le sauvegarder sous le nom mere1.py) en choisissant 20 comme nombre d'essais.

4. Recommencer avec 100, puis 1 000, puis 10 000.

5. Un de ces deux nuages de points a été obtenu en traçant un graphique similaire à celui de la question **2. b)** pour 10 000 essais, lequel ? Expliquer pourquoi.





6. Répondre au problème du chevalier de Méré (on pourra effectuer d'autres simulations).

B ▸ Avec trois dés

On cherche à répondre au problème suivant : quand on lance trois dés équilibrés à six faces, quelle est la probabilité que la somme des résultats soit 12 ?

1. Sauvegarder le programme précédent sous le nom mere2.py et le modifier pour qu'il simule des répétitions du lancer de 3 dés et affiche après chaque répétition la fréquence de l'événement « la somme des résultats des 3 dés est 12 ».

2. Estimer la probabilité que la somme de 3 dés soit 12.

Algo & Prog

Modéliser, représenter, calculer

45 min

3 Surréservation

Lors d'un vol Madrid-Barcelone pouvant accueillir 360 passagers, une compagnie aérienne s'aperçoit que seulement 85 % des personnes ayant acheté un billet se présentent effectivement à l'embarquement.
Elle décide alors, qu'à l'avenir, elle vendra plus de billets qu'il n'y a de places dans l'avion.
Dans tout le TP, on désigne par le mot *passager* une personne ayant acheté son billet et se présentant effectivement à l'embarquement.

1. On considère la fonction Python ci-contre (ne pas se préoccuper de la ligne `import matplotlib.pyplot as plt` pour l'instant).
La compléter afin qu'elle renvoie la fréquence de passagers dans un échantillon simulé de n personnes ayant acheté un billet. Écrire ensuite cette fonction sur un ordinateur.

```
import random
import matplotlib.pyplot as plt

def freq_echantillon(n):
    nb_passager = 0
    for j in range(1,...):
        if random.random() <= ...:
```

2. a) En dessous de la fonction précédente, revenir à la ligne sans indentation et écrire le programme ci-contre (sans l'exécuter pour l'instant), où la commande `plt.plot([i],[f],'r.')` permet de placer le point de coordonnées $(i\,;f)$ (en rouge) dans un repère et `plt.show()` permet d'afficher le graphique final (la ligne `import matplotlib.pyplot as plt` en début de programme permet d'utiliser ces deux fonctions).

```
for i in range(1,201):
    f=freq_echantillon(400)
    plt.plot([i],[f],'r.')

plt.show()
```

b) Recopier et compléter.
Ce programme simule **…** échantillons de **…** personnes ayant acheté un billet pour ce vol selon que ce sont des passagers ou non, puis affiche le nuage de points de coordonnées $(i\,;f_i)$ où i est le numéro de **…** et f_i la **…** de passagers dans l'échantillon.

c) Commencer à tracer un tel graphique pour les 10 premiers échantillons en admettant que les 10 premiers résultats simulés sont ceux correspondant aux effectifs donnés dans le tableau ci-dessous.

Échantillon numéro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de passagers	344	336	350	334	341	349	332	323	345	339

d) Exécuter le programme. Entre quelles valeurs les fréquences de passagers semblent-elles se trouver la plupart du temps ?

e) Étant donné la capacité d'un avion, quelle est la fréquence maximale de passagers dans un échantillon de 400 personnes ayant acheté un billet afin que tous les passagers puissent embarquer ?

f) En déduire la proportion des 200 échantillons simulés à la question **2. d)** pour lesquels des passagers seront refusés.

3. Une propriété mathématique dit que : « La plupart du temps, l'écart entre la probabilité p d'un événement et la fréquence f de cet événement dans un échantillon de taille n est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$. »

a) Quelle est la probabilité p qu'une personne ayant acheté un billet soit réellement un passager ?

b) Calculer $\frac{1}{\sqrt{400}}$.

c) D'après la propriété énoncée en début de question **3.**, dans quel intervalle doit se trouver, la plupart du temps, la fréquence de passagers parmi 400 personnes ayant acheté un billet pour un vol ?

d) À partir du graphique généré par Python à la question **2. d)**, déterminer pour quelle proportion des échantillons l'écart entre p et la fréquence des passagers est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{400}}$.

TICE — Modéliser, calculer — 30 min

4 Une marche aléatoire sur une pente glissante

Léa se trouve sur une large planche inclinée de longueur 100 m et de largeur 20 m, au point L.
À chaque étape, elle se déplace d'un mètre vers le haut, et de manière équiprobable d'un mètre à droite ou à gauche. On s'intéresse au fait de savoir si elle a une chance d'atteindre le bout opposé du rectangle sans tomber en dehors de la planche.

1. Combien de déplacements seront nécessaires pour atteindre l'autre bout ?

2. On va tenter de répondre à la question à l'aide du tableur.

a) Réaliser la feuille de calcul suivante.

	A	B	C
1	Numéro du déplacement	Déplacement latéral	Déplacement latéral cumulé
2			
3			
4			

b) Compléter la colonne A jusqu'à atteindre 100 déplacements.
c) Entrer dans la cellule B2 la formule = IF(RAND()<0,5;1;–1). Cette formule permet de tirer au hasard un nombre entre –1 et 1.
d) Recopier cette formule vers le bas.
e) Dans la cellule C2, entrer la formule =B2.
f) Entrer dans la cellule C3 une formule qui va permettre d'obtenir les déplacements cumulés de Léa.
g) Relancer 20 fois l'expérience, en notant à chaque fois si Léa a pu ou non atteindre l'autre bord sans tomber.
h) Conclure.

TICE — Modéliser, communiquer — 35 min

5 L'affaire Partida

En novembre 1976, dans le comté de Hidalgo (Texas), Rodrigo Partida fut condamné à huit ans de prison. Il attaqua ce jugement, affirmant que la désignation des jurés de ce comté était discriminatoire pour les Américains d'origine mexicaine : 79,1 % de la population du comté était d'origine mexicaine mais, sur les 870 personnes convoquées pour être jurés les 11 années précédentes, seules 339 d'entre elles étaient d'origine mexicaine.

1. Sur cette période, quand une personne est tirée au sort au hasard dans la population de ce comté, quelle est la probabilité qu'elle soit d'origine mexicaine ?

2. On procède à une simulation de la désignation de 870 jurés tirés au hasard dans la population de ce comté.
a) Saisir en A1 la formule =SI(ALEA()<=0,791;1;0) puis recopier cette formule vers le bas jusqu'à A870, et saisir en A871 la formule =SOMME(A1:A870).
b) Pourquoi le nombre en A871 correspond-il au nombre de jurés d'origine mexicaine parmi les 870 jurés simulés ?
c) Pouvait-on s'attendre à obtenir en A871 une valeur proche de celle effectivement obtenue ? Expliquer pourquoi.

3. On procède à une simulation de 100 séries de désignation de 870 jurés.
a) Sélectionner la plage A1:A871 puis la recopier vers la droite (à partir de la cellule A871) jusqu'à la cellule CV871.
b) Écrire en A873 la formule =MIN(A871:CV871), puis interpréter le résultat affiché et le mettre en lien avec le nombre minimal de jurés d'origine mexicaine dans ce comté entre 1965 et 976.
d) Relancer la simulation avec F9 afin de l'avoir effectuée 20 fois et noter le nombre minimal de jurés d'origine mexicaine obtenu sur ces 20 simulations de 100 séries de 870 jurés.
e) Obtient-on un nombre de jurés d'origine mexicaine relativement proche de celui de l'affaire Partida ? Que peut-on en penser ?

1 Utiliser une loi de probabilité et modéliser

QCM

133 Lequel de ces tableaux définit une loi de probabilité ?

a

Issue	f	G	h
Probabilité	0,25	$\frac{2}{5}$	0,55

b

Issue	Noir	Jaune	Rouge
Probabilité	0,1	$\frac{5}{3}$	0,005

c

Issue	Oui	Non	Peut-être
Probabilité	$0,5-\sqrt{2}$	0,4	$0,1+\sqrt{2}$

d

Issue	Pile	Face	Tranche
Probabilité	0,5	0,5	0,5

134 ✶ Une urne contient 15 boules. On compte autant de boules rouges que de boules vertes, alors qu'il n'y a que trois boules bleues.
On tire au sort une boule de l'urne et on regarde la couleur obtenue.
Proposer une loi de probabilité permettant de modéliser cette expérience aléatoire.

135 ✶ Arthur a relevé avec soin l'espèce des oiseaux qui sont venus se nourrir des graines déposées dans son jardin.
Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

	Mésange	Merle	Rouge-gorge	Non identifié
Nombre de passages	24	57	13	26

À nouveau, un oiseau vient se nourrir de graines.
Proposer une loi de probabilité permettant de modéliser l'espèce de cet oiseau.

136 ✶ Un jeu permet de gagner ou de perdre de l'argent. On considère l'expérience aléatoire correspondant au nombre d'euros gagnés à l'issue de ce jeu.

Issue	-5	-3	-2	10
Probabilité	0,5	0,15	0,3	?

1. Compléter le tableau avec la probabilité manquante.
2. Quelle est la probabilité de perdre de l'argent en jouant à ce jeu ?

137 ✶✶ Meriem dispose d'une pièce qui tombe deux fois plus souvent sur Face que sur Pile.
Déterminer la loi de probabilité de l'expérience associée au lancer de cette pièce.

2 Calculer une probabilité

QCM

138 On tire une carte dans un jeu de 32 cartes.
La probabilité que la carte soit un cœur est de :

a $\frac{1}{32}$ b $\frac{4}{32}$
c $\frac{8}{32}$ d $\frac{16}{32}$

139 ✶ On observe la trotteuse d'une horloge à aiguilles qui affiche les chiffres de 1 à 12.
La probabilité qu'elle soit à un instant donné sur un entier est de :

a $\frac{1}{5}$ b $\frac{1}{12}$
c $\frac{1}{60}$ d $\frac{12}{60}$

140 ✶ On lance deux dés cubiques simultanément. Quelle est la probabilité d'avoir deux faces identiques ?

141 ✶ Une urne contient dix boules numérotées de 0 à 9. On tire une première boule puis une deuxième (sans avoir remis la première dans l'urne), puis on considère le nombre formé par les deux chiffres tirés dans l'ordre. Déterminer la probabilité que ce nombre soit un multiple de 7.

142 ✶✶ Au self de la cantine, un menu est constitué d'une entrée, un plat, un fromage ou un dessert.
Il y a deux entrées possibles, trois plats possibles, deux desserts possibles et trois fromages possibles.
Déterminer le nombre de menus différents.

143 ✶✶ On lance deux dés cubiques équilibrés. A-t-on plus de chance d'obtenir un nombre premier en faisant la somme ou le produit des résultats obtenus ?

3 Travailler avec réunion, intersection et contrarie

QCM

144 Un concessionnaire propose deux options sur les voitures qu'il vend : la peinture métallisée (M) et l'autoradio bluetooth (B).
On choisit une voiture au hasard.
L'événement $M \cup B$ peut s'énoncer ainsi :

a La voiture a les deux options.
b La voiture a au moins une option.
c La voiture a l'option M ou l'option B.
d La voiture a l'option M et l'option B.

145 ✶ On donne $p(A) = 0{,}7$, $p(B) = 0{,}4$ et $p(A \cap B) = 0{,}3$.
1. Déterminer $p(A \cup B)$.
2. En déduire $p(\overline{A \cup B})$.

146 ✶ On donne $p(A) = 0{,}4$, $p(B) = 0{,}2$ et $p(A \cup B) = 0{,}5$.
Déterminer $p(\overline{A} \cup \overline{B})$.

147 ✶✶ On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B.
En 2013, sur 571 870 véhicules contrôlés, 266 430 sont de marque A et 305 440 de marque B.
Pour 8 % des véhicules de marque A et 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.
On choisit un de ces véhicules au hasard et on note :
• A l'événement : « Le véhicule est de la marque A. »
• C l'événement : « Le contrôle technique est conforme. »
1. Déterminer $p(A)$.
2. a) Décrire par une phrase l'événement $C \cap A$.
b) Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.
3. Justifier que $p(C)$ est égale à 0,93, à 10^{-2} près.

4 Comprendre les notions de simulation et fluctuation

QCM

Algo & Prog

Pour les exercices 148 et 149, on considère la fonction Python simulant le tirage au sort d'un dé équilibré à 8 faces, numérotées de 1 à 8, suivant que le résultat est inférieur ou égal à 5 ou non.

```python
def inf5():
    if random.random() <= ...:
        print("inf. ou égal à 5")
    else :
        print("sup à 5")
```

148 Que faut-il écrire à la place des pointillés pour que la fonction soit correcte ?

a 5 b 5/8 c 8/5 d 8

149 La deuxième ligne peut être remplacée par :

a `if random.randint(1,8) <= 5:`
b `if random.randint(1,8) > 5:`
c `if random.randint(1,5) <= 8:`
d `if random.randint(1,5) > 8:`

150 ✶ Dans la population mondiale, on compte 12 % de gauchers.

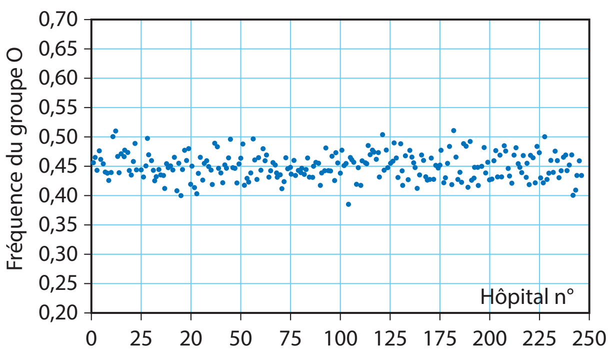
Algo & Prog

1. Compléter l'algorithme afin qu'il simule un échantillon de 200 personnes tirées au sort dans la population mondiale suivant qu'elles soient gauchères ou non et affiche le nombre de gauchers dans l'échantillon.

```
eff_gaucher ← 0
Pour i allant de 1 à ...
    Si alea() ⩽ ...
       eff_gaucher ← ...
    Fin si
Fin pour
Afficher eff_gaucher
```

2. Le modifier pour qu'il affiche la fréquence et non le nombre de gauchers dans l'échantillon.

151 ✶✶ Pour des raisons de santé publique, on souhaite évaluer la proportion p de la population qui est du groupe sanguin O dans un pays.
Pour cela, les hôpitaux de ce pays sont invités à donner la fréquence du groupe O sur leur 500 premières prises de sang de l'année 2019.
Les fréquences sont données ci-dessous.



1. En déduire une valeur possible de p.
2. Un hôpital envoie ses résultat en retard et, sur ses 500 prises de sang, 324 correspondent au groupe O. Expliquer pourquoi on peut penser qu'il y a une erreur dans l'échantillon issu de cet hôpital.