

Chapitre 11	Proportions et évolutions en pourcentage	p. 268
Chapitre 12	Statistiques descriptives	p. 286
Chapitre 13	Probabilités et échantillonnage.....	p. 310

Jacques Bernoulli
(1654 – 1705)



Jacques Bernoulli, dans son *Ars Conjectandi*, définit la notion de probabilité et introduit les notations encore utilisées au XXI^e siècle. Ses neveux Nicolas et Daniel poursuivent son œuvre.

→ **Dicomaths** p. 347

Florence Nightingale
(1820 – 1910)



Au XIX^e siècle, Florence Nightingale utilise les statistiques afin de moderniser les techniques médicales de l'époque.

→ **Dicomaths** p. 351

Andreï Kolmogorov
(1903 – 1987)



Andreï Kolmogorov formalise la théorie des probabilités dans son ouvrage *Fondements de la théorie des probabilités*.

→ **Dicomaths** p. 351

En 1^{re} générale, j'apprendrai ce que sont une probabilité conditionnelle, l'indépendance de deux événements, une variable aléatoire. Je découvrirai les notions d'espérance, de variance et d'écart-type d'une variable aléatoire.

En 1^{re} technologique, j'étudierai le schéma de Bernoulli et la loi binomiale.

À quoi ça sert ?

Par exemple :

- ✓ En SES, à représenter des données, à modéliser des situations économiques, à évaluer la pertinence d'un sondage.
- ✓ En démographie, à établir des bilans et à faire des études sur une population.
- ✓ En SVT, à calculer des risques génétiques, des prévalences.
- ✓ En médecine, à évaluer la fiabilité de protocoles médicaux et la sensibilité de tests ou la spécificité de tests.
- ✓ En sciences de l'ingénieur, à tester la fiabilité de certaines machines.

En 1910, on ne comptait plus que 100 rhinocéros indiens sur Terre. Leur nombre a désormais augmenté de 3 400 %. Malgré tout, l'espèce est encore menacée, 85 % de la population vivant au sein d'une même réserve.

Proportions et évolutions en pourcentage

Je dois être capable de...	Proposition de parcours		
Déterminer une proportion de proportion (ensembles emboîtés).	1 p. 274	1 2 p. 274	22 23 p. 276
Traduire une évolution en pourcentage par un coefficient multiplicateur et réciproquement.		28 à 31 p. 277	
Déterminer un taux d'évolution global à la suite de plusieurs évolutions successives.	2 p. 274	3 4 p. 274	34 35 p. 277
Déterminer un taux d'évolution réciproque.	3 p. 275	5 6 p. 275	37 38 p. 277
1 exercices résolus 16 exercices corrigés 14 exercices non corrigés			

1. Calculer avec des fractions

Calculer.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$

c) $0,1 \times \frac{3}{4}$

d) $\frac{30}{4} - \frac{1}{5}$

e) $\frac{8}{3} - \frac{1}{6}$

2. Relier effectifs et proportions

Pour faire un gâteau, on fait fondre une tablette de 100 g de chocolat, dont la teneur en cacao est de 70 %, avec une tablette de 200 g, dont la teneur en cacao est de 85 %.

1. Calculer la masse de cacao contenu dans le mélange.
2. Quel est le pourcentage de cacao dans ce mélange ?

3. Déterminer des proportions à partir d'effectifs

Une classe de seconde compte 32 élèves, dont 12 garçons.

1. Déterminer la proportion de garçons dans la classe.
Donner le résultat sous forme décimale.
2. Déterminer la proportion de filles dans la classe.
Donner le résultat sous forme de pourcentage.

4. Calculer des évolutions données en pourcentage

1. Le prix d'un vêtement est de 30 euros. Il augmente de 20 %.
Déterminer son nouveau prix.
2. Un téléphone coûtant 200 euros voit son prix baisser de 40 % lors d'une promotion.
Déterminer son nouveau prix.

5. Déterminer des effectifs à partir de proportions

Un lycée compte 1 200 élèves, dont 37 % sont en classe de seconde.

1. Déterminer le nombre d'élèves qui sont en classe de seconde.
2. Parmi eux, le tiers suit sa scolarité dans la voie professionnelle.
Déterminer le nombre d'élèves de la voie générale et technologique.

6. Associer opérations et pourcentages

Regrouper les propositions qui consistent à faire les mêmes calculs parmi les suivantes.

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| a) Prendre 20 %. | b) Diviser par 4. |
| c) Prendre la moitié. | d) Prendre 25 %. |
| e) Multiplier par 0,5. | f) Prendre un quart. |
| g) Prendre un cinquième. | |

ZOOM SUR...

Algo & Prog

p. 278, 279, 282, 283

TICE

p. 280, 283

Les autres disciplines

p. 276-279, 282

1 Proportion de proportion

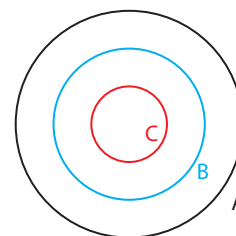
Un club d'échec compte 200 membres. Le tableau ci-dessous indique la répartition des adhérents selon leur âge et leur sexe.

	Hommes	Femmes	Total
Entre 18 ans et 30 ans	65	60	125
Entre 30 et 60 ans	10	20	30
Plus de 60 ans	10	35	45
Total	85	115	200



Dans toute cette activité, on gardera les valeurs exactes.

1. **a)** Déterminer la proportion p_1 de femmes qui ont entre 18 et 30 ans parmi l'ensemble des femmes.
b) Déterminer la proportion p_2 de femmes parmi l'ensemble des adhérents.
c) Déterminer la proportion p_3 de femmes qui ont entre 18 et 30 ans parmi l'ensemble des adhérents.
d) Calculer $p_1 \times p_2$. Que peut-on remarquer ?
2. **a)** Déterminer la proportion p_1' d'hommes parmi l'ensemble des adhérents qui ont plus de 60 ans.
b) Déterminer la proportion p_2' d'adhérents de plus de 60 ans parmi l'ensemble des adhérents.
c) Déterminer la proportion p_3' d'hommes de plus de 60 ans parmi l'ensemble des adhérents.
d) Calculer $p_1' \times p_2'$. Que peut-on remarquer ?
3. On considère trois ensembles emboîtés $C \subset B \subset A$.
A est l'ensemble des adhérents du club, B est l'ensemble des hommes, C est l'ensemble des hommes qui ont entre 18 et 30 ans. On note p (respectivement p' et p'') la proportion de C dans B (respectivement de B dans A et de C dans A).
Quelle relation peut-on trouver entre ces proportions ?



→ Cours 1 p. 272

2 Variations absolue et relative

Le prix du timbre vert est passé de 80 centimes à 88 centimes le premier janvier 2019.

1. **a)** De combien de centimes le prix du timbre a-t-il augmenté ?
Cette augmentation est la **variation absolue** du prix du timbre.
b) Quelle proportion cette augmentation représente-t-elle par rapport au prix de départ du timbre ?
Ce taux est appelé **variation relative** (ou taux d'évolution en pourcentage).
2. Calculer le quotient $\frac{V_A - V_D}{V_D}$ où V_D est la valeur de départ du timbre et V_A sa valeur d'arrivée.
Vérifier que l'on retrouve ainsi la variation relative du prix du timbre.
3. Peut-on avoir une variation relative négative ? supérieure à 1 ? strictement inférieure à -1 ?

→ Cours 2 p. 272



3 Évolutions successives, coefficient multiplicateur global

- Un journal compte 5 000 abonnés en 2016.
 - L'année suivante, le nombre d'abonnés augmente de 10 %. Déterminer le nombre d'abonnés en 2017.
 - En 2018, le nombre d'abonnés augmente à nouveau de 30 % par rapport à l'année précédente. Déterminer le nombre d'abonnés en 2018.
 - Manu affirme que cela fait une augmentation de 40 % en deux ans. A-t-il raison ? Si non, donner l'évolution en pourcentage entre 2016 et 2018.
- Dans un magasin, un pantalon est vendu 45 euros. Juste avant la période des fêtes de fin d'année, son prix augmente de 20 % puis il diminue de 20 % en janvier. À l'issue de ces deux évolutions, son prix aura-t-il augmenté ou baissé ?
- Vers une méthode générale*
Une quantité augmente de 15 % puis de 40 %.
 - Donner les coefficients multiplicateurs associés à chacune de ces évolutions.
 - Par combien cette quantité a-t-elle été multipliée à l'issue de ces deux évolutions ?
 - En déduire le taux d'évolution correspondant à ces deux évolutions.
 - Indiquer la méthode générale permettant de déterminer l'évolution en pourcentage à l'issue de plusieurs évolutions successives.



→ Cours 2 p. 272

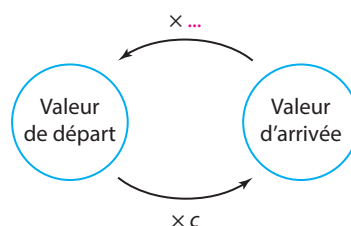
4 Évolutions réciproques



- Jérôme possède un lot d'actions cotées à 6 500 euros. Un jeudi, le cours de l'action chute de 5 %.
 - Pas grave se dit Jérôme, il lui faut juste une augmentation de 5 % pour que son cours revienne à son niveau de départ, et je retrouverai alors mes parts. Expliquer pourquoi Jérôme se trompe.
 - Quelle évolution son cours doit-il subir pour revenir à son niveau de départ ?
- Vers une méthode générale*
 - Compléter : « Diviser par un nombre c revient à multiplier par ... »
 - Compléter : « Si une quantité est multipliée par un coefficient c , il faut la multiplier par $c_{\text{réciproque}} = \dots$ pour revenir à son niveau de départ. »
- Application* Dans chacun des cas suivants, déterminer le coefficient multiplicateur réciproque, puis le taux d'évolution réciproque, associés à ces évolutions.

a) $c = 0,8$	b) $c = 0,9$	c) $c = 1,36$	d) $c = 2$
--------------	--------------	---------------	------------
- Dans chacun des cas suivants, déterminer l'évolution en pourcentage réciproque qui permet de revenir à la valeur de départ.

a) une hausse de 25 %	b) une baisse de 37,5 %
c) une baisse de 50 %	d) une hausse de 525 %



→ Cours 2 p. 272

1 Proportion de proportion

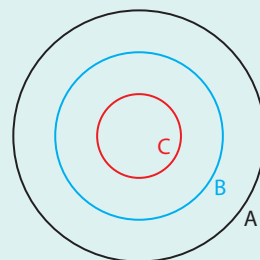
Propriété Proportions d'ensembles emboîtés

On considère trois ensembles A, B et C emboîtés tels que $C \subset B \subset A$.

On note p la proportion de la population de B dans la population de A.

On note p' la proportion de la population de C dans la population de B.

Alors la proportion de la population de C dans la population A est égale à $p \times p'$.



Exemple

La moitié des pages d'un magazine est constituée de publicités.

Parmi celles-ci, 25 % sont consacrées à la mode.

Ici, A est l'ensemble des pages du magazine, B est l'ensemble des pages de publicités et C est l'ensemble des pages de publicités consacrées à la mode.

La proportion des pages de publicités de mode parmi toutes les pages du magazine est donc de :

$$\frac{1}{2} \times \frac{25}{100} = 0,125, \text{ soit } 12,5 \, \%.$$

► **Remarque :** Une proportion peut s'écrire sous forme de fraction, sous forme décimale ou sous forme de pourcentage.

Ainsi, la proportion de l'exemple précédent peut s'écrire :

– sous forme de fraction : $p = \frac{25}{200}$ ou $p = \frac{1}{8}$ sous forme irréductible ;

– sous forme décimale : $p = 0,125$;

– sous forme de pourcentage : $p = 12,5 \, \%$.

➔ **Exercice résolu** 1 p. 274

2 Évolutions en pourcentage

Définitions Variations absolue et relative

On suppose qu'une quantité passe d'une valeur de départ V_D à une valeur d'arrivée V_A .

La **variation absolue** est $V_A - V_D$.

La **variation relative**, ou **taux d'évolution**, est $\frac{V_A - V_D}{V_D}$.

Ainsi, la variation relative indique ce que représente la variation absolue par rapport à la valeur de départ.

Exemple

La population d'une ville passe de 55 000 à 74 250 habitants.

La variation absolue de cette population est de $74\,250 - 55\,000 = 19\,250$.

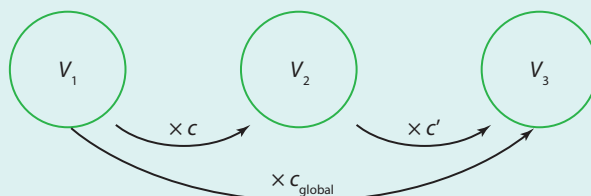
La variation relative est de $\frac{74\,250 - 55\,000}{55\,000} = \frac{7}{20} = 0,35$ soit 35 %.

► **Remarque :** Dans l'exemple précédent, le taux d'évolution de 55 000 à 74 250 est de 35 %, cela veut dire que $55\,000 \times \left(1 + \frac{35}{100}\right) = 74\,250$ où $1 + \frac{35}{100} = 1,35$ est appelé le coefficient multiplicateur.

Réciproquement, comme $\frac{74\,250}{55\,000} = 1,35$, on peut trouver directement le taux d'évolution à partir du coefficient multiplicateur en calculant $1,35 - 1 = 0,35$, soit 35 %.

Définition Évolutions successives

Lorsque l'on a une évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 suivie d'une autre évolution de la valeur V_2 à une valeur V_3 , le taux d'évolution global associé à ces deux évolutions est le taux d'évolution entre V_1 et V_3 . Son coefficient multiplicateur est appelé coefficient multiplicateur global et est égal à $c \times c'$ où c (respectivement c') est le coefficient multiplicateur de la première (respectivement de la seconde) évolution.



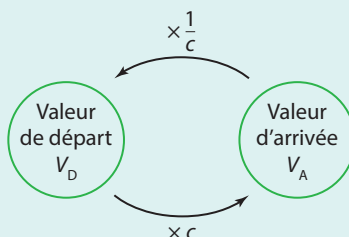
Exemple

Le nombre d'abonnés d'un journal en ligne augmente de 30 % avant de baisser de 10 %. Il est donc multiplié par 1,3 puis par 0,9. Alors $c_{\text{global}} = 1,3 \times 0,9 = 1,17$; cela correspond à un taux de $1,17 - 1 = 0,17$. Le taux d'évolution global est donc $t_{\text{global}} = 1,17 - 1 = 0,17$ soit 17 %.

➡ Exercice résolu 2 p. 274

Définition Évolution réciproque

Lorsqu'on a une évolution d'une valeur V_D à une valeur V_A , le taux réciproque est le taux permettant de revenir de V_A à V_D . Son coefficient multiplicateur est appelé coefficient multiplicateur réciproque et est égal à $\frac{1}{c}$ où c est le coefficient multiplicateur de l'évolution de départ.



Exemple

Un prix augmente de 25 % : il a donc été multiplié par $1 + \frac{25}{100} = 1,25$.

Le coefficient multiplicateur réciproque qui permettrait de revenir au prix de départ est de :

$$\frac{1}{1,25} = 0,8.$$

Or $0,8 - 1 = -0,2$ ce qui correspond donc à une baisse de 20 %.

➡ Exercice résolu 3 p. 275