Jean Bernoulli
(1667 – 1748)

Jean Bernoulli donne une première définition de la notion de fonction d'une grandeur variable comme étant « une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes ».

↪ Dicomaths p. 347

Leonhard Euler
(1707-1783)

Euler classifie les fonctions et distingue les notions de fonctions continues et discontinues.

↪ Dicomaths p. 350

Jean Le Rond d'Alembert
(1717 – 1783)

D'Alembert utilise les fonctions de plusieurs variables, ainsi que les calculs différentiel et intégral, pour modéliser des phénomènes physiques.

↪ Dicomaths p. 348

En 1re générale, j'étudierai le concept de dérivée et ses applications, ainsi que les fonctions exponentielles et trigonométriques.

En 1re technologique, j'étudierai le second degré et la dérivation pour des fonctions polynômes de degré 2 ou 3.

À quoi ça sert ?

Par exemple :

- En **physique-chimie**, à modéliser la trajectoire d'un projectile, d'un pendule, d'un ressort.
- En **SES**, à résoudre des problèmes de gestion (représenter un coût, optimiser une production, prévoir des ventes, etc.).
- En **géographie**, à modéliser le relief du territoire d'un pays.
- En **SVT**, à dater certains fossiles en utilisant la radioactivité, à étudier une population.

8

Des architectes ont utilisé des fonctions pour créer ces formes particulières de l'éclairage bleu du pont de Meydan (Dubaï, Émirats Arabes Unis).

Généralités sur les fonctions, fonctions de référence

Je dois être capable de…	Proposition de parcours
Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe représentative de fonction pour savoir si un point appartient à cette courbe.	31 à 35 p. 201
Résoudre graphiquement des équations ou inéquations à l'aide de courbes représentatives.	1 et 2 p. 197-198 1 2 p. 197 4 5 p. 198 38 40 p. 201
Modéliser une situation avec une fonction.	61 62 p. 203
Conjecturer la parité d'une fonction.	3 p. 199 6 7 p. 199 44 p. 202
Connaître des fonctions de référence (fonction carré, fonction inverse, fonctions affines, fonction racine carrée, fonction cube).	45 à 55 p. 202
Résoudre des équations et des inéquations avec des fonctions de référence.	4 p. 199 8 9 p. 199 52 p. 202
Algo & Prog	
• Calculer une valeur approchée de la longueur d'une portion de courbe.	TP 3 p. 212
• Trouver une valeur approchée d'une solution d'une équation (par balayage, par dichotomie).	TP 4 p. 213

1	16	14	TP1
exercices résolus	exercices corrigés	exercices non corrigés	travaux pratiques

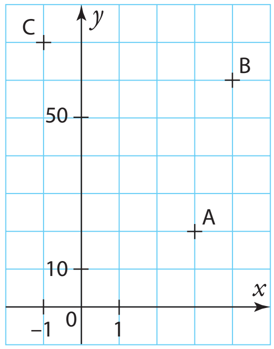
Pour prendre un bon départ

Exo Parcours différenciés
Lienmini.fr/maths2-15

1. Lire des coordonnées

On considère le repère ci-contre.

Lire les coordonnées des points A, B et C.



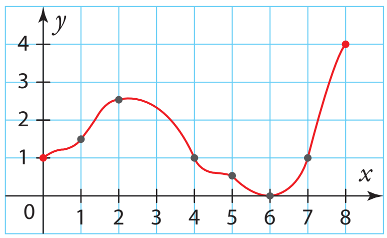
2. Lire graphiquement des images et des antécédents

On considère une fonction f dont on donne ci-contre la représentation graphique.
Lire graphiquement :

a) l'image de 8.

b) l'image de 4.

c) les antécédents éventuels de 1.



3. Calculer des images

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5(x - 1)(2 - x)$.
Calculer l'image de :

a) 10 **b)** –3 **c)** 0

4. Résoudre des équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $2x - 4 = 7$ **b)** $(3x + 6)(x - 7) = 0$ **c)** $\dfrac{2x+1}{x+10} = 0$

d) $\sqrt{x} = 15$ **e)** $\dfrac{1}{x} = 8$ **f)** $x^2 = 10$

5. Utiliser un programme de calcul

On considère le programme de calcul ci-contre.

- Choisir un nombre.
- Retrancher 5 à ce nombre.
- Mettre le résultat précédent au carré.
- Ajouter 3 au résultat précédent.

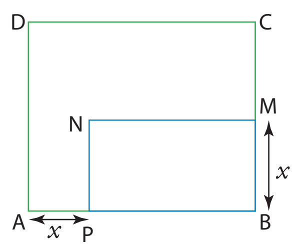
1. Quel sera le résultat final si l'on choisit 9 comme nombre de départ ?

2. Donner l'expression du résultat en fonction de x si l'on choisit x comme nombre de départ.

6. Modéliser avec une expression algébrique

Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle tel que AB = 6 et AD = 5.

M est un point de [BC], P le point de [AB] tel que AP = BM.
BMNP est un rectangle.
On pose x = BM.
Exprimer l'aire du rectangle BMNP en fonction de x.



Doc Corrigés
Lienmini.fr/maths2-27

ZOOM SUR...

Logique & Démonstration
p. 194, 195, 209

Algo & Prog
p. 203, 212, 213

TICE
p. 212

Les autres disciplines
p. 204, 205, 207, 208

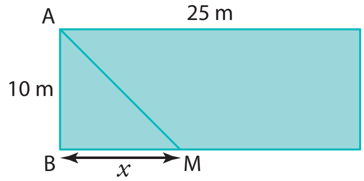
Problème ouvert
p. 207

Activités

1 Modéliser une situation avec une fonction

30 min

Une piscine a pour dimensions 25 m × 10 m.
Alice se situe au point A et elle veut rejoindre l'autre côté de la piscine en ligne droite à la nage.



1. Quelle est la distance minimale que peut parcourir Alice ?
Et la distance maximale ?

2. On note x la distance entre le coin B de la piscine et le point M où elle touche le bord situé en face.

a. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?

b. Justifier que la distance entre A et M est donnée par la formule $\sqrt{x^2 + 100}$.
Cela permet de définir la fonction f qui à la distance variable x, avec $x \in [0\,;25]$, associe la longueur AM. On a $f(x) = \sqrt{x^2 + 100}$.

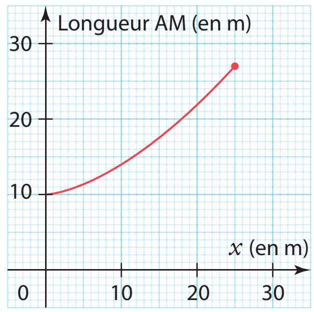
c. Quelle distance Alice parcourt-elle si $x = 12$?
Donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

3. La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction f.
Les trois affirmations d'Alice suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

a. Si $x = 10$, je parcours environ 14 mètres.

b. Si $x \in [15\,;25]$, je suis sûre de parcourir plus de 15 mètres.

c. Il y a une valeur de x pour laquelle je peux parcourir 20 mètres.



↪ Cours 1 p. 192

2 Découvrir la notion d'équation de courbe

30 min

1. Tracer un repère orthonormé.

2. a) Tracer en rouge l'ensemble de tous les points dont l'ordonnée est égale au double de l'abscisse.

Remarque Tous les points de cette droite ont des coordonnées qui vérifient l'équation $y = 2x$ pour tout réel x.

Il s'agit de la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto 2x$.

b) Le point R(250 ; 501) appartient-il à cet ensemble ?

3. a) Dans le repère, placer un maximum de points, en vert, dont l'ordonnée est égale au carré de l'abscisse.
L'ensemble de tous ces points est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto x^2$.

b) Le point S(15 ; 225) appartient-il à cet ensemble ?

4. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2x^2 + x - 3$.

a) Le point T(2 ; 7) appartient-il à la représentation graphique de la fonction h ?

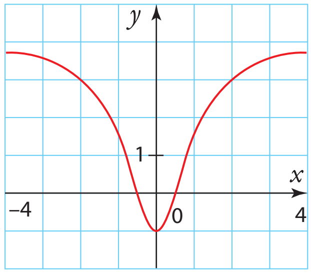
b) Placer dans le repère un maximum de points, en bleu, appartenant à la représentation graphique de la fonction h.

↪ Cours 2 p. 193

30 min

3 Découvrir la notion de parité

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - \dfrac{5}{1+x^2}$ dont on donne ci-contre la courbe représentative dans un repère.



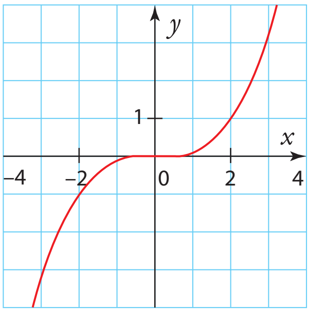
1. Erwann dit que, pour tout nombre réel x, on a $f(x) = f(-x)$.
A-t-il raison ou tort ? Justifier.

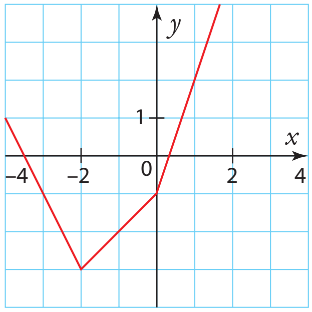
2. Comment cela se traduit-il graphiquement pour la courbe de la fonction f ?
Une telle fonction est dite paire.

3. Dans un livre, Erwann lit qu'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est impaire si, pour tout réel x, la fonction f vérifie $f(-x) = -f(x)$.
Compléter le tableau de valeurs ci-contre sachant que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ est impaire.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$h(x)$	14			0	9	–3	

4. Parmi les deux courbes représentatives de fonctions suivantes, une seule est celle d'une fonction impaire : laquelle ?



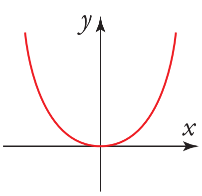


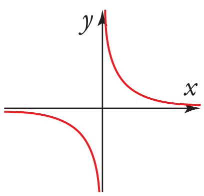
Cours 3 p. 194

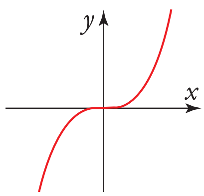
15 min

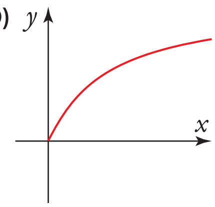
4 Découvrir les fonctions de référence

Louane a retrouvé dans son cahier de seconde plusieurs schémas de courbes représentatives de fonctions. Elle se rappelle que ce sont des fonctions de référence : la fonction carré, la fonction inverse, la fonction cube et la fonction racine carrée.
Retrouver à quelle fonction, à quel ensemble de définition et à quelle expression littérale correspond chacune des courbes représentatives des fonctions de référence suivantes.

A) 

B) 

C) 

D) 

1. fonction carré	**a)** définie sur $[0\,;+\infty[$	**I)** $f(x) = \dfrac{1}{x}$
2. fonction inverse	**b)** définie sur $\mathbb{R}$	**II)** $g(x) = \sqrt{x}$
3. fonction cube	**c)** définie sur $\mathbb{R}^*$	**III)** $h(x) = x^3$
4. fonction racine carrée	**d)** définie sur $\mathbb{R}$	**IV)** $l(x) = x^2$

Cours 4 p. 195

1 Notion de fonction

Définitions Fonction et ensemble de définition

Soit D un ensemble de nombres réels, par exemple un intervalle.

Définir une fonction f sur D revient à associer à chaque réel x de D un réel *et un seul*, appelé image de x.

D est l'ensemble de définition de la fonction : c'est l'ensemble des nombres pour lesquels il existe une image par la fonction.

Remarques

- Soit $a \in D$. L'image du nombre a par la fonction f est unique et se note $f(a)$.
  $f(a)$ se lit « f de a ».
- S'il n'est pas donné, l'ensemble de définition d'une fonction peut être obtenu par analyse de son expression (en cherchant par exemple des valeurs que x ne peut pas prendre), par analyse du contexte lié à cette fonction (comme des distances par exemple).
- Modéliser une situation par une fonction f, c'est mettre en lien deux grandeurs en choisissant une variable (notée en général x, t ou n) dans un ensemble de définition, puis en définissant les valeurs associées $f(x)$ à chacune des valeurs prises par la variable (par exemple par une formule, un tableau ou une courbe).
- **Vocabulaire** : si b est **l'image** de a, on a l'égalité $f(a)= b$ et a est appelé **un antécédent** de b par la fonction f.
- Un nombre peut avoir 0, 1 ou plusieurs antécédents.

Définition Expression algébrique d'une fonction

Soit f une fonction, D son ensemble de définition et $x \in D$.

L'expression algébrique d'une fonction donne directement $f(x)$ en fonction de la variable x.

Exemple

La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x - 6)^2$.

L'ensemble de définition est $\mathbb{R}$: on peut calculer les images de n'importe quel nombre réel par la fonction g. Par exemple, on a $g(2) = (2 - 6)^2 = (-4)^2 = 16$.

Remarques

- On peut parfois écrire $g : x \mapsto (x - 6)^2$ qui se lit « la fonction g qui à x associe $(x - 6)^2$ ».
- Il n'existe pas toujours d'expression à une fonction.

Définition Tableau de valeurs

Soit f une fonction, D son ensemble de définition et x un élément de D.

Un tableau de valeurs d'une fonction f donne, sur la première ligne (ou colonne), différentes valeurs de la variable x et, en vis-à-vis sur la deuxième ligne (ou colonne), les images $f(x)$ qui leur sont associées.

Exemple

La fonction $f : x \mapsto 3x + 5$ admet le tableau de valeurs ci-contre.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	−4	−1	2	5	8	11	14

Remarques

- Un tableau de valeurs n'est pas unique : il dépend du choix des valeurs de x sur la première ligne (ou colonne).
- Il s'obtient facilement avec une calculatrice (voir le TP 1) ou un tableur.

2 Courbe représentative d'une fonction

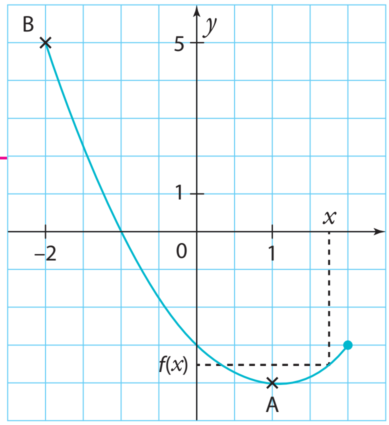
Définition Courbe représentative d'une fonction

On considère une fonction *f* définie sur son ensemble de définition *D*.

Dans un repère, la courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient l'égalité $y = f(x)$.

Cette courbe est la courbe représentative de la fonction *f*.

Remarque Autrement dit, cela signifie que l'ordonnée y d'un point d'abscisse x de la courbe représentative de la fonction *f* vaut $f(x)$: la courbe est donc l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,f(x))$ où x parcourt l'ensemble de définition *D* de la fonction *f*.



Exemples

① On considère la fonction *f* définie sur [–2 ; 2] par $f(x) = (x - 1)^2 - 4$.

La courbe représentative de la fonction *f* est la courbe d'équation $y = (x - 1)^2 - 4$ tracée ci-contre.

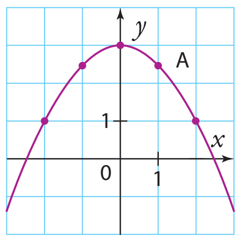
$f(1) = (1 - 1)^2 - 4 = -4$, donc l'image de 1 est –4 : la courbe passe par le point A(1 ; –4).

Le point B(–2 ; 5) est sur la courbe. Cela veut dire que $f(-2) = 5$.

② Soit la fonction *h* définie par $h(x) = 3 - 0{,}5x^2$ pour tout réel x.

On a $h(0) = 3 - 0{,}5 \times 0^2 = 3$ donc le point de coordonnées A(0 ; 3) appartient à la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de *h*.

On peut, de la même façon, calculer et consigner les coordonnées de plusieurs points dans un tableau.



x	–2	–1	–0,5	0	0,5	1	2
$y = h(x)$	1	2,5	2,875	3	2,875	2,5	1

La courbe de la fonction *h* passe par les points que l'on a obtenus.

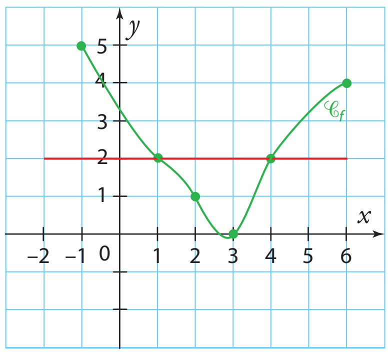
③ On peut résoudre de manière approchée une équation ou une inéquation en utilisant la courbe représentative d'une fonction.

Par exemple, on considère une fonction *f* définie sur [–1 ; 6] dont on donne ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}_f$.

De manière graphique :

– les solutions de l'équation $f(x) = 2$ sont 1 et 4 ;

– l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 2$ est S = [1 ; 4].



Exercices résolus 1 et 2 p. 197-198

Remarque On peut tracer la courbe d'une fonction sur l'écran de la calculatrice (voir le TP 1).

Cours

3 Fonction paire et fonction impaire

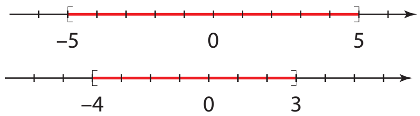
Définition Ensemble symétrique par rapport à 0

Un ensemble de $\mathbb{R}$ (par exemple un intervalle) est dit symétrique par rapport à 0 si, pour tout nombre de l'ensemble, son opposé appartient à l'ensemble.

Exemples

L'intervalle [–5 ; 5] est symétrique par rapport à 0.

L'intervalle [–4 ; 3] n'est pas symétrique par rapport à 0 (par exemple –4 est dans l'intervalle mais pas son opposé qui est 4).



Définition Fonction paire

Une fonction f, définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0, est dite paire si, pour tout réel x de D, on a $f(-x) = f(x)$.

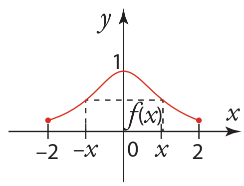
Propriété Symétrie de la courbe d'une fonction paire

La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Démonstration

Soit x un nombre de l'ensemble de définition et le point de coordonnées $(x\,;f(x))$ de la courbe représentative de f. On veut montrer que son symétrique par rapport à l'axe des ordonnées qui a pour coordonnées $(-x\,;f(x))$ appartient aussi à la courbe de f.

L'ensemble de définition est symétrique par rapport à 0, donc $-x$ appartient à l'ensemble de définition. Comme $f(-x) = f(x)$ pour tout x, le point de coordonnées $(-x\,;f(-x))$ est le même que le point de coordonnées $(-x\,;f(x))$. Or le point de coordonnées $(-x\,;f(-x))$ est un point de la courbe de f car l'ordonnée est égale à l'image de l'abscisse. Donc le point de coordonnées $(-x\,;f(x))$ appartient à la courbe de f.



Remarque Si la courbe d'une fonction semble symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, on peut conjecturer que la fonction est paire.

Exemple

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ est paire. En effet, l'ensemble de définition est symétrique par rapport à 0. De plus, $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ pour tout réel x.

Exercice résolu 3 p. 199

Définition Fonction impaire

Une fonction f, définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0, est dite impaire si, pour tout réel x de D, on a $f(-x) = -f(x)$.

Propriété Symétrie de la courbe d'une fonction impaire

La courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Remarque Si la courbe d'une fonction semble symétrique par rapport à l'origine, on peut conjecturer que la fonction est impaire.

Exemple

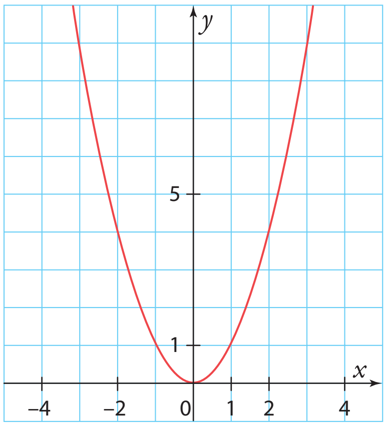
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$ est impaire. En effet, l'ensemble de définition est symétrique par rapport à 0. De plus, $f(-x) = (-x)^3 = (-x) \times (-x) \times (-x) = -x^3 = -f(x)$ pour tout réel x.

Exercice résolu 3 p. 199

4 Quelques exemples de fonctions de référence

Une fonction de référence est une fonction simple qui permet l'étude d'une famille plus large de fonctions.

a Fonction carré



Définition Fonction carré

La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
Elle associe à chaque nombre réel son carré.

Un tableau de valeurs de la fonction carré est :

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

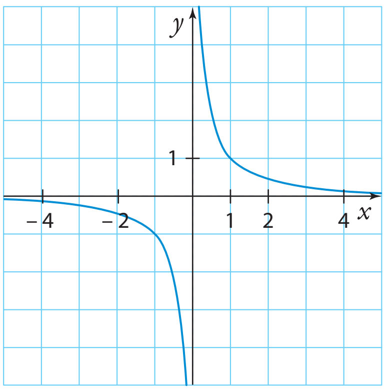
Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.
Sa courbe fait partie d'une famille de courbes appelées « paraboles ».

Propriété Parité de la fonction carré

La fonction carré (définie sur $\mathbb{R}$) est paire.

Remarque La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, ce que l'on peut observer graphiquement.

b Fonction inverse



Définition Fonction inverse

La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
Elle associe à chaque nombre réel non nul son inverse.

Un tableau de valeurs de la fonction inverse est :

x	– 2	– 1	– 0,5	0	0,5	1	2
$f(x)$	– 0,5	– 1	– 2	$\times$	2	1	0,5

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.
Sa courbe fait partie d'une famille de courbes appelées « hyperboles ».

Propriété Parité de la fonction inverse

La fonction inverse (définie sur $\mathbb{R}^*$) est impaire.

Démonstration

L'ensemble de définition $\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à 0.

De plus, pour tout réel x non nul, $f(-x) = \dfrac{1}{-x} = -\dfrac{1}{x} = -f(x)$.

Remarque La courbe représentative de la fonction inverse est symétrique par rapport à l'origine, ce que l'on peut observer graphiquement.

c Fonction affine

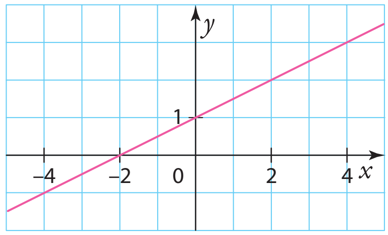
Définition Fonction affine

Une fonction affine est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ qui à x associe $mx + p$ (avec m et p réels).

Remarque Les fonctions affines sont représentées graphiquement par des droites.

Exemple

$f : x \mapsto 0{,}5x + 1$ est une fonction affine avec $m = 0{,}5$ et $p = 1$.
Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.
L'équation réduite de cette droite est $y = 0{,}5x + 1$.



d Fonction racine carrée

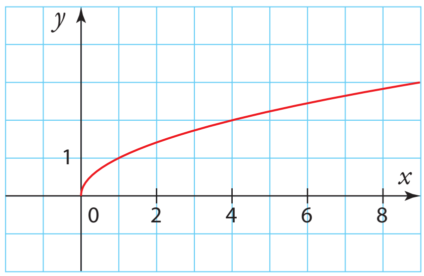
Définition Fonction racine carrée

La fonction racine carrée est la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
Elle associe à chaque nombre réel positif sa racine carrée.

Un tableau de valeurs de la fonction racine carrée est :

x	0	1	2	3	4	5	9
$f(x)$	0	1	$\sqrt{2} \approx 1{,}41$	$\sqrt{3} \approx 1{,}73$	2	$\sqrt{5} \approx 2{,}24$	3

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.



e Fonction cube

Définition Fonction cube

La fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.
Elle associe à chaque nombre réel son cube.

Un tableau de valeurs de la fonction cube est :

x	–2	–1	0	1	2
$f(x)$	–8	–1	0	1	8

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.

Propriété Parité de la fonction cube

La fonction cube (définie sur $\mathbb{R}$) est impaire.

Remarque La courbe représentative de la fonction cube est symétrique par rapport à l'origine, ce que l'on peut observer graphiquement.

Exercice résolu 4 p. 199