Exercices résolus

Exo Versions interactives Lienmini.fr/maths2-12

1 Démontrer avec des égalités de vecteurs

Cours 1 p. 138

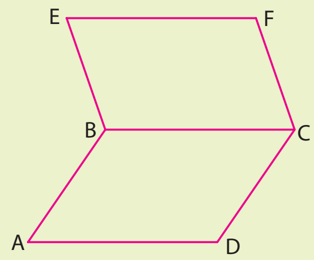
BCDA et BCFE sont deux parallélogrammes.

1. Démontrer que ADFE est un parallélogramme.

2. G est le symétrique de C par rapport à B.

a) Citer 3 vecteurs égaux à $\overrightarrow{GB}$.

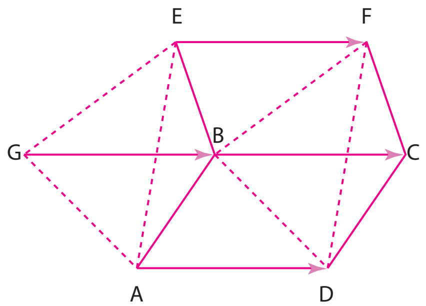
b) Donner deux autres parallélogrammes à l'aide des points de la figure.



Solution

1. BCDA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ 1
BCFE est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$. On en déduit donc que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EF}$, donc ADFE est un parallélogramme. 2

2. a) G est le symétrique de C par rapport à B donc B est le milieu de [GC]. 3
On en déduit donc que $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BC}$. Or, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$ donc $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.
b) $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{EF}$ donc GBFE est un parallélogramme. $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AD}$ donc GBDA est un parallélogramme.



Conseils & Méthodes

1 Attention à l'ordre des lettres ! BCDA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

2 Ici, on utilise les deux sens de la propriété « $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **si et seulement si** ABDC est un parallélogramme » :
D'abord « **Si** ABDC est un parallélogramme **alors** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ » puis « **Si** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **alors** ABDC est un parallélogramme ».

3 Toujours penser à traduire la symétrie centrale par l'idée de milieu d'un segment.

À vous de jouer !

1 DEF est un triangle. G et H sont les images respectives de D et E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.

1. Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{FE}$.
2. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère EHGD ?
3. Que peut-on dire du point E pour le segment [FH] ?

2 MNPQ est un trapèze tel que $\overrightarrow{QP} = 2\,\overrightarrow{MN}$.
On note R le milieu de [QP].

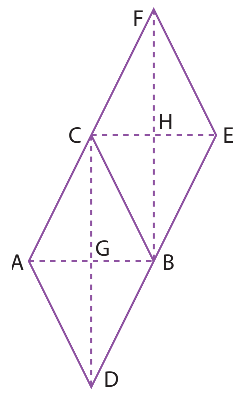
1. Citer trois vecteurs égaux.
2. Trouver deux parallélogrammes. Justifier.

3 ABCD est un rectangle. Soit I le point d'intersection de ses diagonales.
K et J sont les symétriques respectifs de I et A par rapport à D.

1. Montrer que AIJK est un parallélogramme.
2. Citer tous les vecteurs égaux de cette figure.
3. En déduire que ICJK est un parallélogramme.
4. Que peut-on dire des droites (KI) et (JC) ?

4 ACBD et CBEF sont deux losanges tels que les points A, C et F sont alignés.

1. Reproduire la figure et la coder afin de trouver des vecteurs égaux.
2. Montrer que AFED et ACEB sont des parallélogrammes.
3. En déduire que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$ puis que $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{GB}$.
4. Montrer que CHBG est un rectangle.



Coup de pouce Dans un losange, les diagonales se coupent en leur milieu.

Exercices 35 à 40 p. 151

2 Construire la somme et la différence de deux vecteurs

Cours 2 p. 139

1. Construire un carré ABCD de centre O.

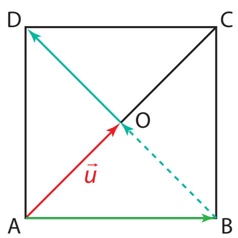
2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$ **b)** $\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}$ **c)** $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

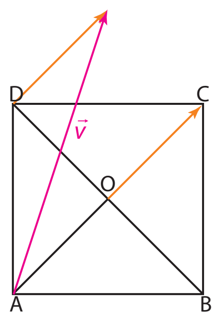
Solution

1 et **2.** **a)** On met les vecteurs bout à bout donc on trace le vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis le représentant du vecteur $\overrightarrow{OD}$ d'origine B c'est-à-dire $\overrightarrow{BO}$ puisque O est le milieu de [BD] 1 2

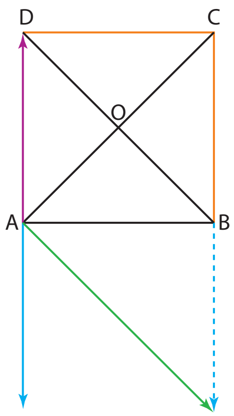
On a donc $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$
par la relation de Chasles.



b) On met les vecteurs bout à bout. Pour cela, on trace le vecteur $\overrightarrow{AD}$, puis le représentant du vecteur $\overrightarrow{OC}$ d'origine D. 2 3



c) $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$
$\vec{w} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$ 4



Conseils & Méthodes

1 Lorsque l'origine du représentant n'est pas précisée dans l'énoncé, on peut partir de n'importe où. Par commodité, on part souvent de l'origine du premier vecteur.

2 On peut considérer d'autres représentants des vecteurs afin de les mettre bout à bout (pour utiliser la relation de Chasles).

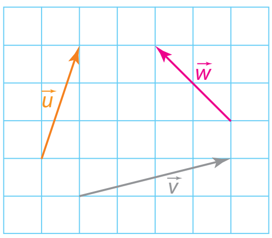
3 Il faut parfois ajouter des points sur la figure.

4 Pour construire une différence de vecteurs $\vec{u} - \vec{v}$, on l'écrit d'abord comme une somme $\vec{u} + (-\vec{v})$.

À vous de jouer !

5 Reproduire la figure ci-contre et construire les vecteurs suivants.

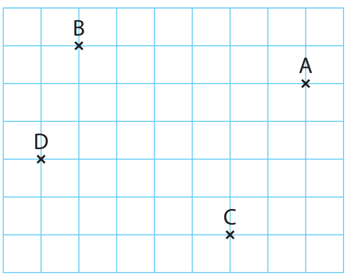
a) $\vec{u} + \vec{v}$ **b)** $\vec{u} + \vec{w}$
c) $\vec{v} + \vec{w}$ **d)** $-\vec{v}$
e) $\vec{w} - \vec{u}$ **f)** $\vec{u} - \vec{v}$



6 **1.** Reproduire la figure ci-contre.

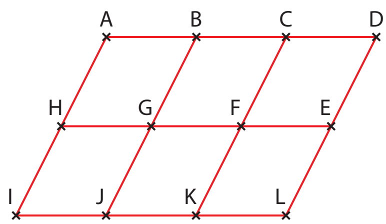
2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.

a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
d) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD}$
e) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB}$



7 La figure représente six parallélogrammes isométriques. En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{KL}$
b) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HF}$
c) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GF}$
d) $\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{BD}$
e) $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{CB}$
f) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{HA}$



8 ABCD est un rectangle de centre I. Faire une figure et construire les représentants des vecteurs suivants.

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD}$ **b)** $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AB}$
c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BI}$ **d)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$

Exercices 41 à 44 p. 151

Exo Versions interactives Lienmini.fr/maths2-12

3 Construire le produit d'un vecteur par un nombre réel

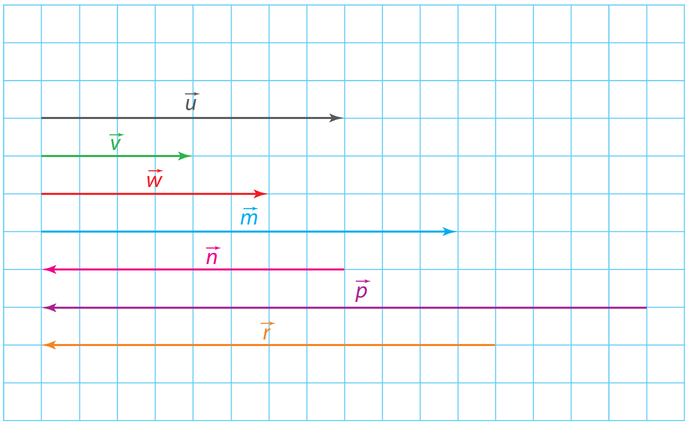
Cours 3 p. 140

1. Construire un vecteur $\vec{u}$ quelconque.

2. Construire les vecteurs suivants. $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{u}$, $\vec{w} = \frac{3}{4}\vec{u}$, $\vec{m} = \frac{11}{8}\vec{u}$, $\vec{n} = -\vec{u}$, $\vec{p} = -2\vec{u}$, $\vec{r} = -\frac{3}{2}\vec{u}$.

Solution

On obtient les vecteurs suivants 1 2 3.



Conseils & Méthodes

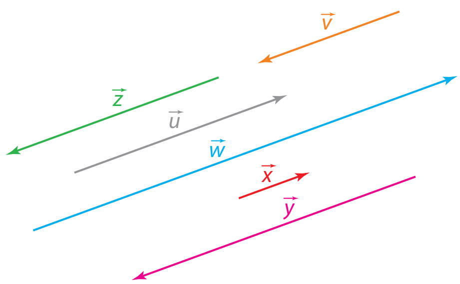
1 Partager à l'aide de la règle et du compas, le segment en demi, en quart et en huitième puis reporter les longueurs obtenues.

2 Il est possible d'utiliser les carreaux du cahier à condition de réfléchir au départ à la norme du vecteur $\vec{u}$. Ici, il serait judicieux de prendre 8 carreaux.

3 Tous les vecteurs obtenus en multipliant le vecteur $\vec{u}$ par un nombre réel ont même direction, on peut donc utiliser les lignes du cahier.

À vous de jouer !

9 **1.** Attribuer à chaque vecteur $\frac{1}{3}\vec{u}$, $-\vec{u}$, $2\vec{u}$, $-\frac{2}{3}\vec{u}$ et $-\frac{4}{3}\vec{u}$ son représentant tracé ci-dessous.



2. Parmi les vecteurs précédents, quels sont ceux qui :

a) ont le même sens que $\vec{u}$

b) ont une norme supérieure à celle de $\vec{u}$

c) ont la même direction que $\vec{u}$

10 Sur une droite (AB), placer les points C, D, E et F tels que :

a) $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB}$

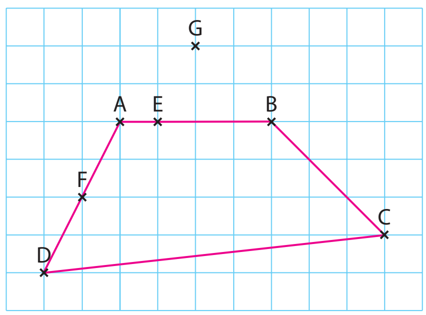
d) $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$

11 **1.** Reproduire la figure suivante et placer les points H, I et J tels que :

a) $\overrightarrow{AH} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ **c)** $\overrightarrow{DJ} = \frac{5}{9}\overrightarrow{DC}$

2. Recopier et compléter.

a) $\overrightarrow{AE} = \ldots\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{DF} = \ldots\overrightarrow{DA}$ **c)** $\overrightarrow{BG} = \ldots\overrightarrow{BC}$



12 **1.** Construire sur votre cahier deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ n'ayant pas la même direction.

2. Construire les vecteurs $2\vec{u}$, $2\vec{v}$, $\vec{u}+\vec{v}$ et $5\vec{u}$.

3. Tracer le vecteur $2\vec{u}+2\vec{v}$ et le vecteur $2(\vec{u}+\vec{v})$. Que peut-on en déduire ?

4. Même question pour le vecteur $2\vec{u}+5\vec{u}$ et le vecteur $7\vec{u}$.

Exercices 45 à 47 p. 152

4 Calculer avec les coordonnées

Cours 4 p. 140

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère C(–3 ; 2), D(1 ; 4) et E(6 ; 3) trois points et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ un vecteur.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$. En déduire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DC}$.

2. Calculer les coordonnées du vecteur somme $\vec{u} + \overrightarrow{CD}$.

3. Calculer les coordonnées du vecteur $1{,}5\vec{u}$.

4. Calculer les coordonnées du vecteur $-3\overrightarrow{DE}$.

Solution

1. $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D - x_C\\y_D - y_C\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1-(-3)\\4-2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$.

On en déduit que $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}$. 1 2

2. On a $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ donc $\vec{u} + \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1+4\\3+2\end{pmatrix}$

soit $\vec{u} + \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$. 1

3. On a $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ donc $1{,}5\vec{u}$ a pour coordonnées

$\begin{pmatrix}1{,}5\times(-1)\\1{,}5\times 3\end{pmatrix}$ soit $1{,}5\vec{u}\begin{pmatrix}-1{,}5\\4{,}5\end{pmatrix}$. 3

4. $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}x_E - x_D\\y_E - y_D\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}6-1\\3-4\end{pmatrix}$

soit $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ donc $-3\overrightarrow{DE}$ a pour

coordonnées $\begin{pmatrix}-3\times 5\\-3\times(-1)\end{pmatrix}$

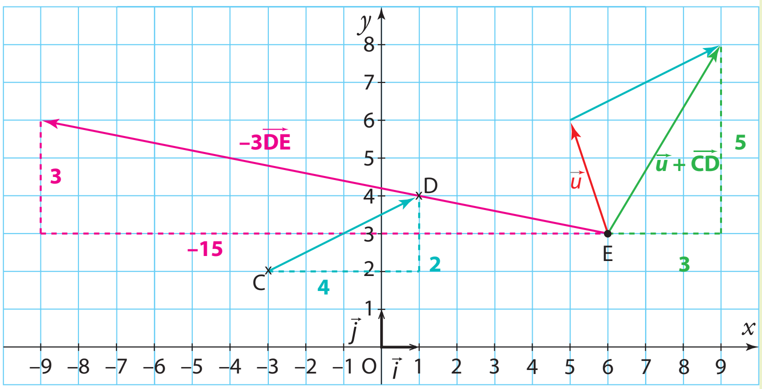
soit $-3\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-15\\3\end{pmatrix}$. 3

Conseils & Méthodes

1 Toujours faire une figure même si ce n'est pas demandé par l'énoncé, cela permet de vérifier ses réponses graphiquement.

2 Commencer par écrire la formule en l'adaptant avec les points de l'énoncé en respectant l'ordre « extrémité - origine ».

3 Penser à multiplier chaque coordonnée par le nombre réel.



À vous de jouer !

Pour les exercices 13 à 15, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

13 Soit M(–5 ; 2), N(3 ; 4) et P(6 ; –7).

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{PM}$ et $\overrightarrow{PN}$.

2. En déduire les coordonnées de leurs opposés.

3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NM} - \overrightarrow{PM}$.

14 Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$.

1. Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\vec{u} - \vec{v}$.

2. Calculer les coordonnées de $3\vec{w} - 2\vec{u}$.

3. Vérifier les résultats par une lecture graphique.

15 Soit A(3 ; –2), B(–1 ; 2) et C(2 ; 3).

1. Construire les vecteurs suivants et lire graphiquement leurs coordonnées.

a) $\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{BC}$

c) $2\overrightarrow{AB}$ **d)** $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

e) $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$ **f)** $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA}$

2. Vérifier les coordonnées des vecteurs précédents par le calcul.

Exercices 53 à 63 p. 152 et 153

Exo Versions interactives Lienmini.fr/maths2-12

5 Déterminer les coordonnées d'un point à partir d'une égalité vectorielle

Cours 4 p. 140

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points A(–2 ; 3), B(4 ; –1) et C(5 ; 3). Calculer les coordonnées :

a) du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

b) du point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Solution

a) On cherche $(x_D ; y_D)$, les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme, c'est-à-dire tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. 1 2

Après calculs, on obtient $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$ et on exprime

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D - 5\\y_D - 3\end{pmatrix}$ en fonction des coordonnées de D.

On obtient alors deux équations, une pour les abscisses $x_D - 5 = 6$, l'autre pour les ordonnées $y_D - 3 = -4$. 3

On résout chacune d 'entre elle : $x_D = 6 + 5 = 11$ et $y_D = -4 + 3 = -1$ donc D(11 ; –1).

b) On cherche les coordonnées $(x_E ; y_E)$ du point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. Après calcul 3 :

$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x_E + 2\\y_E - 3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}13\\-4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$ soit $(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})\begin{pmatrix}12\\-8\end{pmatrix}$

Pour les abscisses, on résout l'équation $x_E + 2 = 12$, d'où $x_E = 10$.

Pour les ordonnées, on résout $y_E - 3 = -8$ d'où $y_E = -5$.

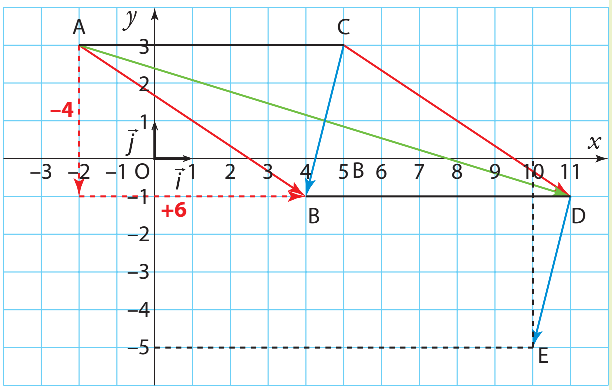
Donc E(10 ; –5). 3

Conseils & Méthodes

1 Toujours faire une figure même si ce n'est pas demandé par l'énoncé, cela permet de vérifier ses réponses graphiquement.

2 Dans un repère, pour montrer que ABDC est un parallélogramme, on montre l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ en utilisant la propriété : « Deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes coordonnées. »

3 Lorsqu'on cherche les coordonnées d'un point défini par une relation vectorielle, il faut résoudre deux équations dont les inconnues sont les coordonnées cherchées.



À vous de jouer !

Pour les exercices 16 à 18, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

16 Soit A(–5 ; –2) et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$.

1. Calculer les coordonnées du point M défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$.

2. Calculer les coordonnées de N défini par $\overrightarrow{AN} = \vec{u} - \vec{v}$.

3. Faire une figure et vérifier vos résultats.

17 On considère les points B(–4 ; 2), C(0 ; 3) et D(1 ; –5). Calculer les coordonnées du point E défini par $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC} - 5\overrightarrow{CD}$

18 Soit E(–3 ; 2), F(1 ; –2) et G(–1 ; –5) trois points. Déterminer les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme.

Exercices 64 à 67 p. 153

6 Utiliser la colinéarité de vecteurs

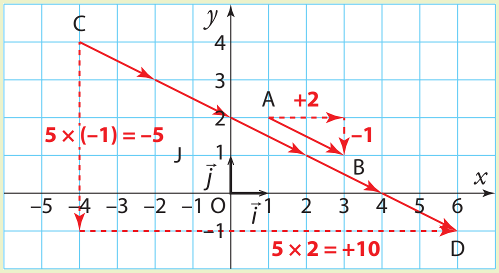
Cours 5 p. 142

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

On considère les points A(1 ; 2), B(3 ; 1), C(–4 ; 4) et D(6 ; –1).

1. Prouver que les droites (CD) et (AB) sont parallèles.

2. Les points A, B et C sont-ils alignés ?



Solution

1. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}10\\-5\end{pmatrix}$
puis leur déterminant $2\times(-5)-10\times(-1)=-10+10=0$
donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires,
et donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles. 1 2

2. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$
puis leur déterminant $2\times 2-(-5)\times(-1)=4-5=-1\neq 0$
donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, et donc les points A, B et C ne sont pas alignés. 3

Conseils & Méthodes

1 Pour savoir si des droites sont parallèles, on regarde si les vecteurs correspondants sont colinéaires.

2 Parfois, il n'est pas nécessaire de calculer le déterminant si l'on voit une relation évidente entre les coordonnées des vecteurs.
Ici $\overrightarrow{CD}=5\overrightarrow{AB}$.

3 Pour savoir si des points sont alignés, on choisit deux vecteurs non nuls dont l'origine et l'extrémité sont ces points puis on regarde s'ils sont colinéaires. Ici, on a choisi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ mais on aurait pu choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$, par exemple.

À vous de jouer !

Dans la suite des exercices de cette rubrique, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

19 On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\8\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$, $\vec{w}\begin{pmatrix}-0{,}5\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix}-2\\8\end{pmatrix}$.

1. Calculer les déterminants des vecteurs suivants.
a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$
b) $\vec{v}$ et $\vec{w}$
c) $\vec{w}$ et $\vec{r}$
2. Quels sont les vecteurs colinéaires entre eux ?

20 1. On sait que $\vec{u}=4\vec{v}$ et que $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{w}$.
Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.
2. De même, on sait que $\vec{u}=5\vec{v}$ et que $\vec{v}=\frac{1}{3}\vec{w}$.
Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

21 On considère les points K(–3 ; 3), L(3 ; –6) et M(2 ; 0).
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$.
2. Calculer leur déterminant.
3. Le point K appartient-il à la droite (LM) ?

22 On considère les points E(–32 ; 33), F(113 ; –7), G(62 ; –40) et H(–28 ; –15).
Les droites (EF) et (GH) sont-elles sécantes ?

23 On considère les points P(–3 ; –1), N(0 ; 1) et R(3 ; 3).
Les points P, N et R sont-ils alignés ?

24 1. Placer les points A(–3 ; 1), B(1 ; 3), C(1 ; –4) et D(7 ; –1) sur une figure.
2. Les droites suivantes sont-elles parallèles ?
a) (AB) et (CD)
b) (AC) et (BD)

Exercices 68 à 73 p. 153

Exercices d'application

Apprendre à apprendre

Pour les exercices 25 à 27, rédiger correctement vos réponses en y ajoutant des schémas et des exemples puis faire une fiche de cours avec l'ensemble des réponses.

25 **1.** Quelles sont les trois caractéristiques d'un vecteur ?
2. Comment positionner deux vecteurs pour pouvoir les additionner facilement ?
3. Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, tels que $\vec{v} = k\vec{u}$ où k est un nombre réel, ont-ils même direction ? même longueur ? même sens ?

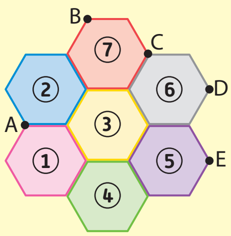
26 **1.** Comment calcule-t-on la norme d'un vecteur à partir de ses coordonnées ?
2. Comment calcule-t-on les coordonnées d'un vecteur multiplié par un nombre réel ?

27 **1.** Pour quels objets mathématiques utilise-t-on les mots « colinéaires » et « parallèles » ?
2. Qu'est-ce que le déterminant ? À quoi sert-il ?

Questions - Flash

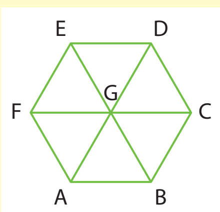
Diapo
Diaporama
Ressource professeur

28 La figure suivante représente sept hexagones réguliers et numérotés.



Déterminer l'image de :
a) l'hexagone 1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
b) l'hexagone 4 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
c) l'hexagone 7 par la translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$.
d) l'hexagone 1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE}$.

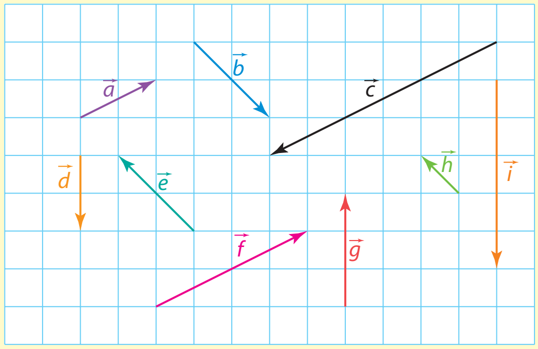
29 La figure représente un hexagone régulier.



En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC}$ **b)** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{DE}$ **c)** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GF}$
d) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BD}$ **e)** $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EF}$ **f)** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE}$

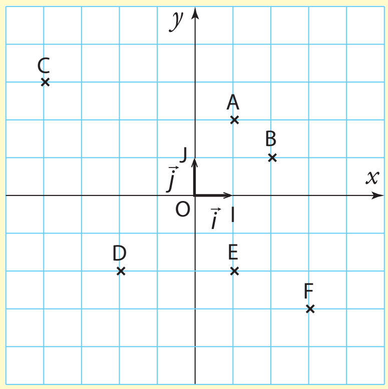
30 Recopier et compléter les égalités suivantes avec le nombre réel manquant.



- $\vec{c} = \ldots\vec{a}$ • $\vec{b} = \ldots\vec{e}$ • $\vec{d} = \ldots\vec{g}$ • $\vec{d} = \ldots\vec{i}$
- $\vec{a} = \ldots\vec{c}$ • $\vec{b} = \ldots\vec{h}$ • $\vec{i} = \ldots\vec{g}$ • $\vec{f} = \ldots\vec{c}$

31 Lire les coordonnées des points et des vecteurs suivants dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

a) A **b)** B **c)** $\overrightarrow{OC}$
d) $\overrightarrow{AE}$ **e)** $\overrightarrow{FC}$ **f)** $\overrightarrow{DO}$



32 Soit A(5 ; –1) et B(–2 ; 1) deux points dans un repère orthonormé.
Déterminer :
a) les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
b) la valeur exacte de la longueur du segment [AB].
c) les coordonnées du milieu du segment [AB].

33 Parmi les vecteurs suivants, lesquels sont colinéaires ?

$\vec{v_1}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$ $\vec{v_2}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ $\vec{v_3}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{v_4}\begin{pmatrix}8\\-6\end{pmatrix}$ $\vec{v_5}\begin{pmatrix}-8\\-4\end{pmatrix}$ $\vec{v_6}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

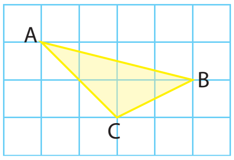
34 Déterminer y pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-10\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\y\end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\y\end{pmatrix}$

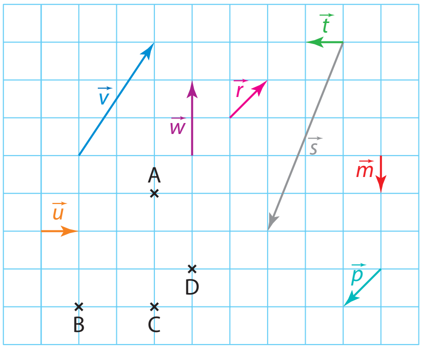
Translation et égalités de vecteurs

35 **1.** Reproduire la figure puis construire l'image A′B′C′ du triangle ABC obtenue par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



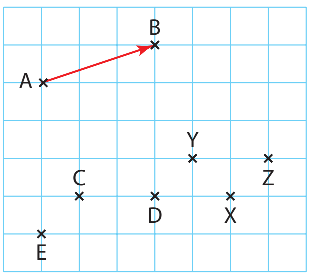
2. Citer deux vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Citer le vecteur égal à $\overrightarrow{BC}$.
4. Citer le représentant d'origine A′ du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

36 **1.** À partir de la figure, citer un vecteur :
a) opposé à $\overrightarrow{CD}$.
b) de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$.
c) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire.
d) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.



2. Placer les points E, F, G et H, images respectives du point A par les translations de vecteurs suivants.
a) $\vec{w}$ **b)** $\vec{v}$ **c)** $\vec{p}$ **d)** $\vec{m}$
3. Placer les points I, J, K et L, images respectives du point B par les translations de vecteurs suivants.
a) $\vec{r}$ **b)** $\vec{u}$ **c)** $\vec{w}$ **d)** $\vec{m}$

37 À partir de la figure :
1. donner les images des points C, D, E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. citer trois vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. citer les trois parallélogrammes définis par les trois égalités vectorielles du **2**.



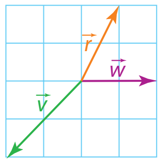
38 Soit A, B et C trois points.
1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$.
3. Que peut-on dire du point C ? Justifier.

39 **1.** Construire un parallélogramme ABCD de centre O. Nommer I le milieu de [OC].
2. Construire A′ le symétrique de A par rapport à D et O′ le symétrique de O par rapport à B.
3. a) Démontrer que $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{DB}$.
b) Démontrer que $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OO'}$.
c) En déduire que I est le milieu de [A′O′].

40 **1.** Indiquer si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses. **Logique**
2. Lorsqu'elles sont fausses, dessiner un contre-exemple.
3. Écrire la réciproque de chacune des affirmations suivantes, puis dire si elles sont vraies ou fausses.
a) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
b) Si AB = CD alors ABDC est un parallélogramme.
c) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ alors A, B et C sont alignés.
d) Si AB = BC alors B est le milieu de [AC].
e) Si (AD) // (BC) alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

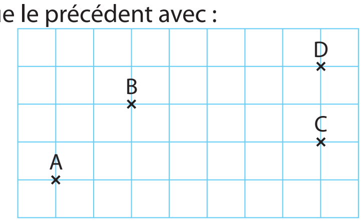
Somme, différence et opposés de vecteurs

41 **1.** Reproduire la figure ci-dessous.

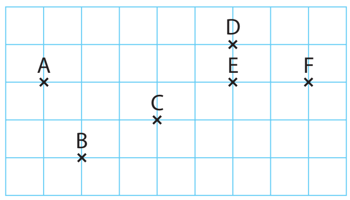


2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.
a) $-\vec{r}$ **b)** $\vec{w} + \vec{r}$ **c)** $\vec{r} + \vec{v}$ **d)** $\vec{w} - \vec{r}$

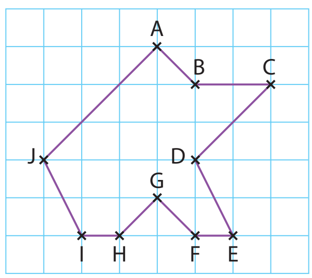
42 Même exercice que le précédent avec :
a) $-\overrightarrow{BA}$
b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
d) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA}$
e) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$



43 Même exercice que le **41** avec :
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EF}$
c) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{FE}$
d) $\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{AD}$



44 En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :
a) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{HI}$ **b)** $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{CB}$ **c)** $\overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{EI}$
d) $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GH}$ **e)** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}$ **f)** $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{FE}$
g) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$ **h)** $\overrightarrow{HF} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ **l)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{IH} - \overrightarrow{BH} - \overrightarrow{FD}$



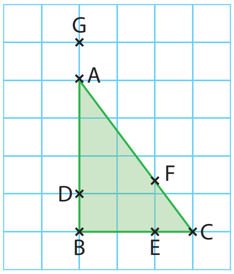
Exercices d'application

Produit de vecteurs par des nombres réels

45 Tracer un vecteur $\vec{u}$ de votre choix.
Construire les vecteurs $3\vec{u}, -5\vec{u}, \frac{1}{4}\vec{u}, -\frac{3}{2}\,\vec{u}$.

46 A et B sont deux points distincts.
Placer les points M, N, P, Q tels que :
a) $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{AB}$
c) $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AB}$ **d)** $\overrightarrow{AQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

47 En observant la figure ci-contre, recopier et compléter les égalités vectorielles suivantes.



a) $\overrightarrow{BD} = \dots\ \overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{BA} = \dots\ \overrightarrow{BD}$
b) $\overrightarrow{BE} = \dots\ \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BC} = \dots\ \overrightarrow{BE}$
c) $\overrightarrow{CF} = \dots\ \overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{CA} = \dots\ \overrightarrow{CF}$
d) $\overrightarrow{BA} = \dots\ \overrightarrow{AG}$ donc $\overrightarrow{AG} = \dots\ \overrightarrow{BA}$

Manipulation algébrique

48 Simplifier les expressions vectorielles suivantes.
a) $-5\vec{u} + 2 \times 3\vec{u}$
b) $2\vec{u} - 5\vec{v} - 4\vec{u} + 2\vec{v}$
c) $-12\vec{v} + \vec{u} - 3 \times 4\vec{v} - \vec{u}$
d) $2\vec{u} + 3\vec{v} - 2(5\vec{u} - 2\vec{v})$

49 Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide de la relation de Chasles.
a) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{\dots A} + \overrightarrow{A\dots}$
b) $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\dots}$
c) $\overrightarrow{D\dots} + \overrightarrow{C\dots} = \overrightarrow{\dots B}$
d) $\overrightarrow{E\dots} + \overrightarrow{\dots E} = \overrightarrow{\dots}$
e) $\overrightarrow{A\dots} = \overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{B\dots} + \overrightarrow{CM}$
f) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{\dots} = \vec{0}$

50 Écrire le plus simplement possible.
a) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$
b) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$
c) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$
d) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$
e) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$
f) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

Démonstration

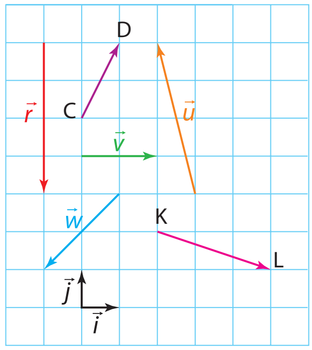
51 A, B, C, D sont quatre points.
Démontrer que :
a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{DA}$
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

52 Simplifier les écritures suivantes.
a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$
b) $\vec{v} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}$

Dans la suite des exercices de cette rubrique, le plan est muni d'une base $(\vec{i}\,;\vec{j})$ ou d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{i}, \vec{j})$.

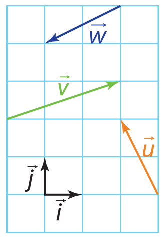
Coordonnées de vecteurs

53 Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{r}, \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{KL}$.

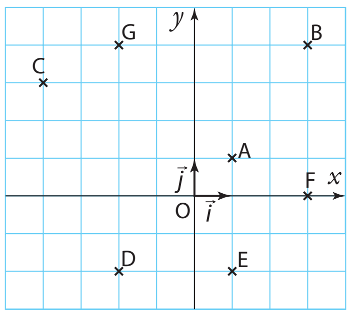


54 On considère les points A(1 ; 2), B(–2 ; 5) et C(–3 ;–3).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

55 **1.** Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.
2. a) Reproduire la figure ci-contre puis tracer les vecteurs suivants.
$\vec{u} + \vec{v},\ \vec{u} + \vec{w},\ \vec{u} - \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{w}$.
b) Lire leurs coordonnées.
c) Les vérifier par le calcul.



56 **1.** Lire les coordonnées des points.



2. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.
$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{BG}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GD}$.
Comparer avec les coordonnées de $\overrightarrow{BD}$.

57 On considère les points A(3 ; 5), B(2 ; –1), C(–2 ; –4) et D(–1 ; 2).
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

58 **1.** On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.
Tracer ces deux vecteurs.
2. a) Construire les vecteurs suivants.
$2\vec{u},\ -3\vec{v},\ \frac{1}{3}\vec{u}$ et $\frac{3}{2}\vec{v}$.
b) Lire leurs coordonnées.
c) Les vérifier par le calcul.

59 On considère le vecteur $\vec{u}$.
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.
$3\vec{u}$, $-4\vec{u}$, $\frac{2}{3}\vec{u}$ et $-4{,}5\vec{u}$.

60 On considère les vecteurs suivants $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$.
Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ vérifiant l'égalité $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$?

61 Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$.
Calculer les coordonnées de $\vec{w}$, $\vec{m}$ et $\vec{z}$ tels que $\vec{u} + \vec{w} = \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{m} = \vec{v}$ et $\vec{z} - \vec{u} = \vec{v}$

62 On considère les points A(1 ; 2), B(–2 ; 5) et C(–3 ; –3).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA}$ et $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$.

63 Calculer la norme des vecteurs suivants.
$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\8\end{pmatrix}$, $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-5\end{pmatrix}$, $\vec{m}\begin{pmatrix}-3\\-7\end{pmatrix}$, $\vec{n}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

Relation vectorielle avec point inconnu

64 Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ celles du point A(5 ; 2).
Calculer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

65 On considère les points E(2 ; –1), F(–3 ; 4) et G(1 ; 4).
Déterminer les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme.

66 On considère les points A(3 ; –4) et B(–1 ; 2).
Quelles sont les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$?

67 On considère les points M(–4 ; 2), N(0 ; 3) et P(1 ; –5).
Calculer les coordonnées du point Q défini par $\overrightarrow{MQ} = -3\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PN}$.

Colinéarité de vecteurs

68 **1.** Calculer les déterminants des vecteurs suivants.
2. Dire s'ils sont colinéaires.
3. S'ils sont colinéaires, trouver un coefficient de colinéarité.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4{,}5\end{pmatrix}$ **b)** $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix}3\\4{,}5\end{pmatrix}$ **d)** $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4{,}5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-8\\12\end{pmatrix}$

e) $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{m}\begin{pmatrix}1\\-\frac{3}{7}\end{pmatrix}$ **f)** $\vec{m}\begin{pmatrix}1\\-\frac{3}{7}\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$

69 **1.** Soit D(–3 ; –1), E(–4 ; 2), F(2 ; –2) et G(1 ; 1).
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.
a) $\overrightarrow{GF}$ et $\overrightarrow{DE}$ **b)** $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{FD}$ **c)** $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{DG}$ **d)** $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{DG}$
2. Calculer les déterminants des vecteurs de la question **1.**
3. Les vecteurs de la question **1.** sont-ils colinéaires ?

70 Dans chaque cas, dire si les droites (AB) et (CD) sont parallèles en justifiant par un calcul de déterminant.
a) A(–2 ; 1), B(3 ; 4), C(2 ; 2) et D(5 ; 4)
b) A(2 ; 2), B(5 ; 4), C(1 ; 4) et D(–2 ; 2)
c) A(3 ; 4), B(5 ; 0), C(0 ; 5) et D(3 ; 0)

71 Dans chaque cas, dire si les trois points sont alignés en justifiant par un calcul de déterminant.
a) A(–4 ; 3), B(2 ; 3) et C(6 ; 3)
b) D(2 ; 5), E(–4 ; –3) et F(5 ; 9)
c) G(–2 ; 1), H(3 ; 4) et I(5 ; 5)

72 Dans chaque cas, dire si le point C appartient à la droite (AB).
a) A(2 ; 3), B(2 ; –1) et C(2 ; 7)
b) A(1 ; 4), B(–5 ; –4) et C(4 ; 8)
c) A(–3 ; 0), B(2 ; 3) et C(4 ; 4)

73 **1.** Placer les points $A\left(-\frac{1}{3} ; 0\right)$, $B\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3}\right)$, $C\left(\frac{4}{3} ; -1\right)$ et $D\left(0 ; \frac{2}{3}\right)$.
2. Les droites suivantes sont-elles parallèles ? Justifier.
a) (AB) et (CD) **b)** (BC) et (AD)

Calculs et automatismes

74 Calculer mentalement.
a) $\dfrac{3+(-5)}{2}$ **b)** $\dfrac{-6-5}{2}$ **c)** $\sqrt{6^2+8^2}$
d) $\sqrt{25-9}$ **e)** $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}{2}$ **f)** $\sqrt{121}$
g) $(5-2)^2$ **h)** $(2-(-4))^2$ **i)** $(-2-5)^2$

75 On considère $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$. Calculer mentalement les coordonnées de $3\vec{u} + 2\vec{v}$ et de $-\vec{u} + \vec{v}$.

76 Développer les expressions suivantes.
$A = (3x+2)(5x-4)$ $B = (2x-5)^2$
$C = (x-6)(x+6)$ $D = 2x(3x^2-7)$

Exercices d'entraînement

Sans coordonnées

77 Soit ABC un triangle.
Placer les points D, E et F tels que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CA}$ et $3\overrightarrow{FC} - 2\overrightarrow{FB} = \vec{0}$.

78 EFGH est un parallélogramme de centre O.
1. Construire les points S et T vérifiant $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$.
2. Démontrer que $\overrightarrow{OT} + \overrightarrow{OS} = \vec{0}$.
Que peut-on en déduire ?

79 Soit ABC un triangle rectangle en A.
1. Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère BCDE ?
Justifier.

80 **Logique** **1.** Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Lorsqu'elles sont fausses, dessiner un contre-exemple.
a) Si $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ alors les points A, B et C sont alignés.
b) Si $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$ alors (AC)//(BD).
c) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$.
d) Si ABCD est un trapèze alors il existe k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.
2. Écrire la réciproque de chacune des affirmations précédentes, puis dire si elles sont vraies ou fausses.

81 Soit trois points A, B et C distincts non alignés. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires dans les cas suivants ?
a) $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = -6\overrightarrow{AB}$
b) $\vec{u} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 4\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}$
c) $\vec{u} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 9\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
d) $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 9\overrightarrow{AC}$
e) $\vec{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$
f) $\vec{u} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

82 Soit trois points A, B et C distincts et non alignés.
Les points M et N sont tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
1. Montrer que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.
2. Que peut-on en déduire pour les points A, M et N ?

83 ABCD est un parallélogramme.
Les points E et F sont tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.
1. Réaliser une figure.
2. Recopier et compléter.
$$\overrightarrow{CE} = \ldots + \overrightarrow{BE} \text{ et } \overrightarrow{BF} = \ldots + \overrightarrow{DF}$$
3. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
4. En déduire que les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

Dans la suite des exercices de cette rubrique, le plan est muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j})$ ou d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Égalités et coordonnées

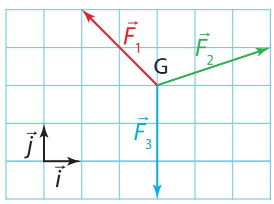
Démonstrations

84 On considère trois vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et deux réels k et k'.
Démontrer en utilisant les coordonnées que :
a) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
b) $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$
c) $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$
d) $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$
e) $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

85 On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Le but est de démontrer que $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$.
On note $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ où O est l'origine du repère.
1. Exprimer les coordonnées de $\vec{v}$ en fonction des coordonnées de $M(x ; y)$ et de $N(x_N ; y_N)$
2. Exprimer $\vec{u} + \vec{v}$ à l'aide de la relation de Chasles.
3. Conclure.

Avec des coordonnées

86 **Physique-Chimie** L'action de trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ sur un objet est modélisée par l'action des trois vecteurs appliquée sur le point G qui représente le centre d'inertie de l'objet.



1. Recopier sur un quadrillage la figure ci-contre.
2. Rajouter une force, c'est-à-dire un vecteur d'origine G, de telle sorte que la somme des forces soit égale au vecteur nul. L'objet est ainsi en équilibre.

Coup de pouce On peut soit dessiner le vecteur somme $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$, soit utiliser les coordonnées.

87 On considère les points A(5 ; –6) et B(–2 ; 6).
Le point C est le milieu de [AB].
Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

88 On considère les points M(–2 ; –2), N(3 ; 1), P(0 ; 6) et Q(–5 ; 3).
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$, en déduire la nature du quadrilatère MNPQ.
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{NP}$ et $\overrightarrow{MP}$.
Préciser la nature du quadrilatère MNPQ.
3. **a)** Le repère $(M ; \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$ est-il orthonormé ? Justifier.
b) La base $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MQ})$ est-elle orthonormée ? Justifier.

89 On considère les points A, B et C respectivement de coordonnées (1 ; 4), (4 ; 6) et (2 ; 3).
1. Quelles sont les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme ?
2. Prouver que ABCD est aussi un losange.

90 On considère les points D(–4 ; 2), E(0 ; 3) et F(1 ; –5). Calculer les coordonnées du point G défini par $\overrightarrow{DG} = -3\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DF}$.

91 Les coordonnées des points A, B et C sont respectivement (3 ; 2), (9 ; –5) et (–9 ; 16). Ces points sont alignés. Calculer le nombre k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

92 Proposer un algorithme vérifiant **Algo & Prog** si les droites (AB) et (CD) sont parallèles à partir des coordonnées des points A, B, C et D entrées par l'utilisateur.

93 Proposer un algorithme qui **Algo & Prog** vérifie si les points A, B et C sont alignés à partir de leurs coordonnées entrées par l'utilisateur.

Travailler autrement

En groupe

94 Jouer au jeu des bonnes associations suivant.

But du jeu Obtenir le plus grand nombre de paires de cartes rouges et vertes.

Contenu du jeu
7 cartes rouges et 7 cartes vertes

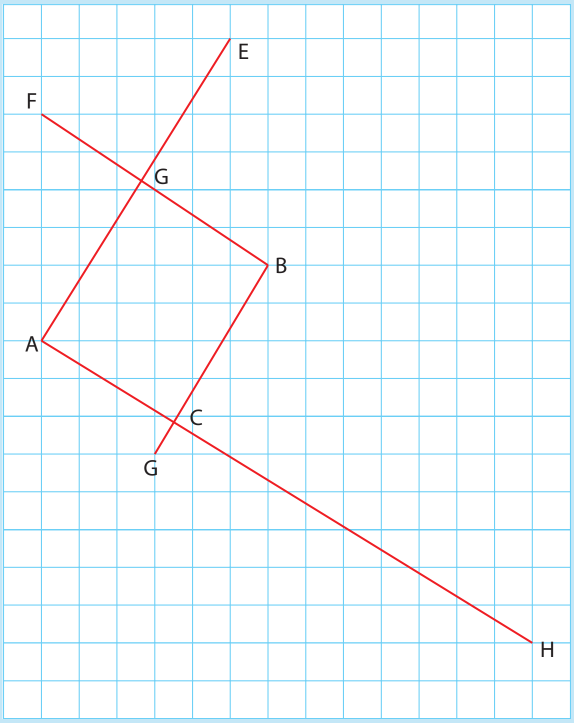
Préparation du jeu
Recopier les 7 égalités de la colonne de gauche du tableau sur les 7 cartes rouges. Recopier les 7 égalités de la colonne de droite du tableau les 7 cartes vertes. On écrira une égalité par carte.

Égalité vectorielle	Description géométrique
1 $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$, $k \neq 1$	**8** B est le milieu de [AC].
2 $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$	**9** (AB) et (CD) sont parallèles.
3 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$	**10** ABDC est un parallélogramme.
4 $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{AD}$ avec $k > 0$	**11** A, B et C sont alignés.
5 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	**12** B et C sont confondus.
6 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$	**13** ABCD est un parallélogramme.
7 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	**14** ABCD est un trapèze.

Retourner toutes les cartes rouges et toutes les cartes vertes sur une table pour masquer leur contenu.

Déroulement du jeu
Le joueur le plus âgé est celui qui commence.
À son tour, chaque joueur retourne une carte rouge et une carte verte choisies au hasard pour tenter de les associer. Si l'association est bonne le joueur ramasse les deux cartes et les conserve ensemble puis il rejoue. Si les cartes ne s'associent pas, chacune est retournée face cachée sur la table et un autre joueur tente sa chance. Le jeu est terminé quand toutes les bonnes associations ont été faites.

95 Le quadrilatère ACBD **Problème ouvert** est-il un rectangle ?



96 Faire une recherche pour pouvoir expliquer le lien entre les mots « véhicule, voiture, invectiver » et le mot « vecteur ».

Pour l'ensemble des exercices de cette rubrique, le plan est muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j})$ ou d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

97 Triangles imbriqués

1. Construire un triangle ABC.

2. Placer les points M, P et N tels que :
a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
b) $\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MA}$
c) $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MC}$

3. Prouver que $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{PB}$.
Que peut-on en déduire pour les points P, N et B ?

98 Triangles symétriques

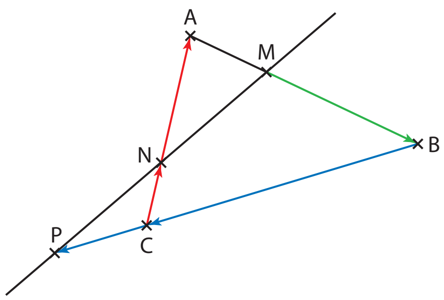
Soit DEF un triangle quelconque. H est le symétrique de D par rapport à F.
Le point G est défini par $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF}$.

1. Faire une figure.

2. Justifier que le triangle FGH est l'image du triangle DEF par une translation dont on précisera le vecteur.

99 Points alignés

A, B et C sont trois points non alignés.
On a construit les points M, N et P tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.



1. Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. Exprimer $\overrightarrow{MP}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. En déduire que les points M, N et P sont alignés.

100 Nature d'un quadrilatère

Soit A(-9 ; 7), B(3 ; 5), C(8 ; -2) et D(-4 ; 0) quatre points.

1. a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
b) En déduire la nature du ABCD.

2. Soit M le milieu de [AB] et N tel que $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.
a) Calculer les coordonnées de M et N.
b) Calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{MD}$ et $\overrightarrow{BN}$.
c) Calculer la norme de $\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{MN}$.
d) Montrer que MBN est un triangle rectangle en rédigeant soigneusement.
e) En déduire la nature du quadrilatère MBND.

101 Théorème de Varignon

TICE

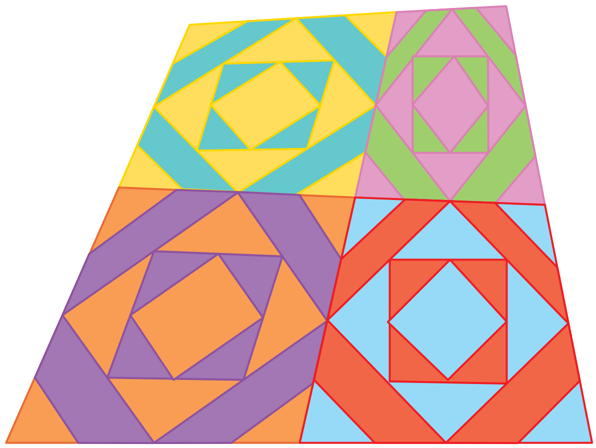
Soit ABCD un quadrilatère quelconque. On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer la nature du quadrilatère IJKL.

2. Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

3. De la même manière, exprimer $\overrightarrow{LK}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.

4. Conclure.



102 Position relative de droites

1. Placer les points V(–1 ; –1,5), A(–2 ; 0) et T(5 ; 0).

2. Placer E tel que $\overrightarrow{VA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{VE}$.
En déduire ses coordonnées.

3. Placer U tel que $\overrightarrow{TU}$ ait pour coordonnées $\begin{pmatrix} -2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$.
En déduire ses coordonnées.

4. Que peut-on dire des droites (OU) et (ET) ?
Justifier.

103 Droites parallèles et points alignés

Soit les points A(–1 ; 3), B(1 ; 6), C(2 ; 4) et D(–2 ; –2). Les points K, L et M sont définies par les égalités vectorielles suivantes.
$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{LC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

1. Calculer les coordonnées des points K, L et M.

2. Les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ?

3. Démontrer que les points K, L et M sont alignés.

4. Faire une figure pour contrôler vos résultats.

104 Coordonnée inconnue

On donne les points A(6 ; 3), B(–3 ; 0), C(5 ; 4) et D(–1 ; 1).

1. Montrer que les droites (OA) et (BC) sont parallèles.

2. Les points B, C et D sont-ils alignés ?

3. Déterminer y pour que le point M(25 ; y) appartienne à la droite (AB).

Pour l'ensemble des exercices de cette rubrique, le plan est muni d'une base $(\vec{i}\,,\vec{j})$ ou d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

105 Points alignés (1)

A, B et C sont trois points du plan tels que pour tout point M du plan on a :

$$2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Montrer que les points A, B et C sont alignés et représenter ces points.

106 Points alignés (2)

TICE

On considère le triangle ABC et a un nombre réel.
Les points M, S et T sont définis par :

- $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AS} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{BT} = \frac{3}{7}\overrightarrow{BC}$

Trouver la position du point M sur la droite (AB) afin que les points S, T et M soient alignés.

Coup de pouce On peut conjecturer la solution à l'aide d'une figure dessinée à l'aide d' un logiciel de géométrie dynamique.

107 Symétrie centrale

Soit les points A(7 ; 3), B(1 ; –1) et C(9 ; –3). Les points D et E sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC]. La symétrie centrale de centre A transforme D en D' et E en E'.

1. Calculer les coordonnées des points E et D puis du vecteur $\overrightarrow{ED}$.
2. En déduire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{E'D'}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$. Que peut-on dire de (BC) et (E'D')?

Remarque Une symétrie centrale est une homothétie de rapport –1.

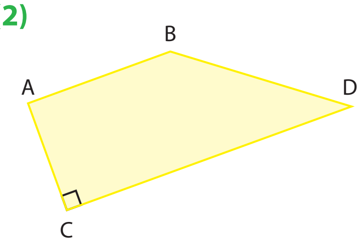
108 Homothétie (1)

Soit trois points non alignés A, B et C dans le plan. L'homothétie de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$ transforme A en A' et B en B'.

1. Construire la figure.
2. Donner les égalités vectorielles obtenues grâce à l'homothétie.
3. En déduire que (AB) est parallèle à (A'B').

109 Homothétie (2)

Soit ABDC un trapèze rectangle en C tel que AB = 4 cm et AC = 3 cm. Soit A' et B' les images respectives de A et B par l'homothétie de centre C et de rapport 4.



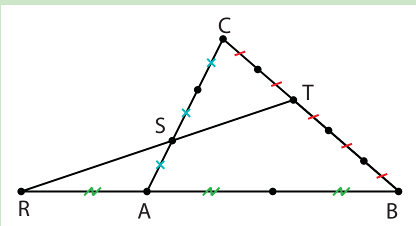
1. Construire la figure.
2. Prouver que ABB'A' est un trapèze.
3. Calculer l'aire de ces deux trapèzes.

Vers la 1re

Orientation

110 Spécialité Maths

On considère le triangle ABC. R est un point de (AB), S un point de (AC) et T un point de (BC).



À partir de la figure ci-contre, déterminer les valeurs des réels α, β et γ tels que :

- $\overrightarrow{AR} = \alpha\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AS} = \beta\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{BT} = \gamma\overrightarrow{BC}$

Dans la suite, on se propose de démontrer que les points R, S et T sont alignés en utilisant deux méthodes.

A. Méthode géométrique

Dans cette partie, on utilise des égalités vectorielles.

1. Montrer que :

a) $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ **b)** $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$

2. En déduire une expression du vecteur $\overrightarrow{RT}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3. Vérifier que $\overrightarrow{RS} = \frac{5}{9}\overrightarrow{RT}$. Conclure.

B. Méthode analytique

On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

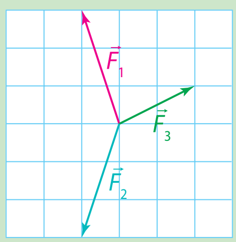
1. Donner les coordonnées des points suivants : A, B, C, S et R.
2. Calculer les coordonnées du point T.
3. Montrer que les coordonnées de $\overrightarrow{ST}$ sont $\left(\frac{2}{5}\,;\frac{4}{15}\right)$.
4. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{SR}$ sont colinéaires.
5. Conclure.

111 STI2D

On considère un objet soumis à trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$.

L'objet est-il en équilibre ou va-t-il se déplacer ?

S'il se déplace, dans quelle direction le fait-il ?



Travaux pratiques

Algo & Prog — Modéliser, Communiquer — 45 min

1 Coordonnées de points ou de vecteurs ?

A ▶ Test d'un programme

Le **programme 1** suivant est écrit en langage **PYTHON**.

1. Tester le **programme 1** pour :
`xA = 2, yA = 4, xB = 3` et `yB = -1`.

```
Programme 1
xA=float(input("xA?"))
yA=float(input("yA?"))
xB=float(input("xB?"))
yB=float(input("yB?"))

x=xB-xA
y=yB-yA

print(x)
print(y)
```

Doc — Fichiers TICE Lienmini.fr/maths2-33

Doc — Fichiers TICE Lienmini.fr/maths2-34

Doc — Fichiers TICE Lienmini.fr/maths2-35

2. Que représente l'affichage de ce programme si `xA`, `yA`, `xB` et `yB` sont les coordonnées de deux points A et B ?

B ▶ Comparaison de deux programmes

1. Que représentent les variables `x1`, `y1`, `x2` et `y2` dans le **programme 2** et le **programme 3** ci-contre ?

2. Expliquer la différence entre ces deux programmes.

3. En s'inspirant du **programme 2** et du **programme 3**, écrire un **programme 4** qui détermine si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées de $\vec{u}$, A et B.

4. Manon propose de remplacer le **programme 3** par la fonction suivante.

```
def egalitevect3(xA,yA,xB,yB,xC,yC,xD,yD):
    egalitevect(xA-yA,xB-yB,xC-yC,xD-yD)
```

Cette fonction est-elle correcte ?
Sinon, la modifier pour qu'elle le soit.

5. Soit les points A (–2 ; 5), B (5 ; 3), C (–9 ; 0) et D (2 ; –2) ainsi que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-7\\2\end{pmatrix}$.

Écrire le **programme 2** et le **programme 3** puis les utiliser pour déterminer si les vecteurs suivants sont égaux.

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$

b) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$

c) $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$.

```
Programme 2
def egalitevect(x1,y1,x2,y2):
    if(x1==x2 and y1==y2):
        print("Les vecteurs sont égaux")
    else:
        print("Les vecteurs ne sont pas égaux")

x1=float(input("x1=?"))
y1=float(input("y1=?"))
x2=float(input("x2=?"))
y2=float(input("y2=?"))

egalitevect(x1,y1,x2,y2)
```

```
Programme 3
def egalitevect2(xA,yA,xB,yB,xC,yC,xD,yD):
    x1=xB-xA
    y1=yB-yA
    x2=xD-xC
    y2=yD-yC
    if(x1==x2 and y1==y2):
        print("Les vecteurs sont égaux")
    else:
        print("Les vecteurs ne sont pas égaux")

xA=float(input("xA=?"))
yA=float(input("yA=?"))
xB=float(input("xB=?"))
yB=float(input("yB=?"))
xC=float(input("xC=?"))
yC=float(input("yC=?"))
xD=float(input("xD=?"))
yD=float(input("yD=?"))
egalitevect2(xA,yA,xB,yB,xC,yC,xD,yD)
```

TICE

Modéliser, Raisonner

35 min

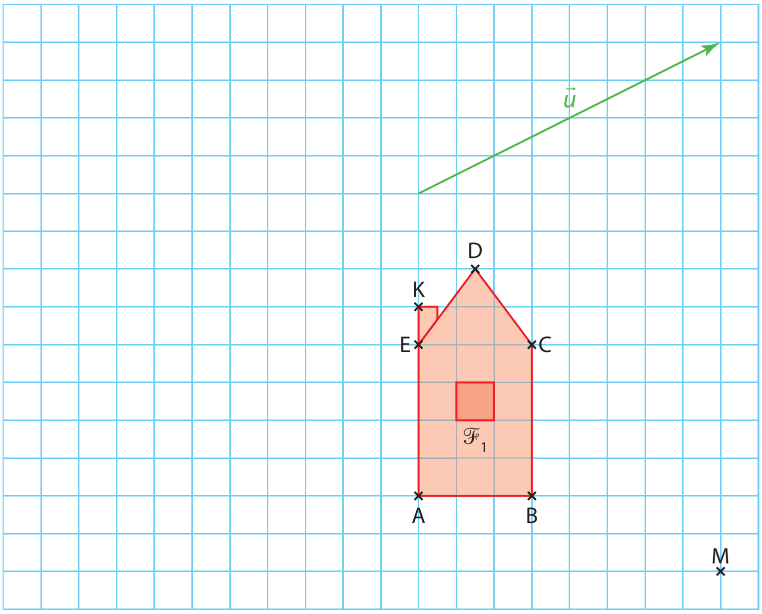
2 Les transformations conservent-elles certaines propriétés ?

A ▶ Étude de la conservation du parallélisme, de l'alignement et des longueurs

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

- reproduire la figure $\mathscr{F}_1$ ci-contre ainsi que le vecteur $\vec{u}$ et le point M,
- construire la figure $\mathscr{F}_2$ image de $\mathscr{F}_1$ par la symétrie de centre C,
- construire la figure $\mathscr{F}_3$ image de $\mathscr{F}_1$ par la translation de vecteur $\vec{u}$,
- construire la figure $\mathscr{F}_4$ image de $\mathscr{F}_1$ par l'homothétie de centre M et de rapport 2.

Doc Fichiers TICE
Lienmini.fr/maths2-36



2. Sur la figure $\mathscr{F}_1$, citer 2 segments parallèles, 3 points alignés, des côtés égaux.

3. Observer les images des objets mathématiques cités ci-dessus puis recopier et compléter le tableau ci-dessous à l'aide de « Oui » ou « Non ».
Ne pas hésiter à déformer la figure $\mathscr{F}_1$ pour vérifier.

	…le parallélisme.	…l'alignement.	…les longueurs.
La symétrie de centre C conserve…			
La translation de vecteur $\vec{u}$ conserve…			
L'homothétie de centre M et de rapport 2 conserve…			

B ▶ L'homothétie conserve-t-elle les alignements ?

Sur la figure $\mathscr{F}_1$, les points A, E et K sont alignés donc il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AE}$.
Montrons qu'il existe la même relation avec les points A′, E′ et K′ images respectives de A, E et K par l'homothétie de centre M et de rapport 2.

Coup de pouce Lorsqu'on considère une homothétie de centre M et de rapport k qui transforme A en A′ alors on a l'égalité vectorielle suivante :
$$\overrightarrow{MA'} = k\overrightarrow{MA}.$$
Il en est de même pour les autres points.

1. Compléter les égalités vectorielles suivantes :
$\overrightarrow{ME'} = \ldots\overrightarrow{ME}$ et $\overrightarrow{MK'} = \ldots\overrightarrow{MK}$.
En déduire $\overrightarrow{A'E'} = \ldots\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{A'K'} = \ldots\overrightarrow{AK}$.

2. Conclure en trouvant une égalité permettant de prouver l'alignement des points A′, E′ et K′.

1 Démontrer avec des égalités de vecteurs

QCM

112 Si EFGH est un parallélogramme alors :

a $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$ b $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$

c $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$ d $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{HG}$

113 Si J est le milieu du segment [KL] alors :

a $\overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JL} = \vec{0}$ b $\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{JL} = \vec{0}$

c $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{JL}$ d $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JL}$

114 ✶ ABCD est un parallélogramme.

1. Construire les points E et F tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$.

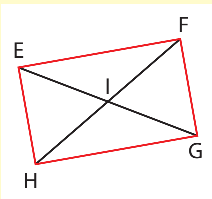
2. Prouver que AEFD est un parallélogramme.

115 ✶✶ ABCD est un rectangle. Soit I et J les milieux respectifs de [AB] et[CD].
Soit D′ le symétrique de D par rapport à I et J′ le symétrique de J par rapport à B.
Faire une figure et prouver que D′DJJ′ est un parallélogramme.

2 Construire la somme et la différence de deux vecteurs

QCM

Pour les exercices 116 à 117, EFGH est un parallélogramme de centre I.



116 $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG}$ est égal à :

a $\overrightarrow{GE}$ b $\overrightarrow{HI}$ c $\overrightarrow{HF}$ d $\overrightarrow{EG}$

117 $\overrightarrow{HE} - \overrightarrow{FE}$ est égal à :

a $\overrightarrow{HF}$ b $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF}$ c $\overrightarrow{FH}$ d $2\overrightarrow{HI}$

118 ✶ Avec la relation de Chasles, démontrer que pour tous points A, B, C et D, on a :

$$-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$$

119 ✶ MNOP est un rectangle.
Construire le point S défini par :

$$\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{PO}$$

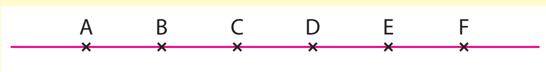
120 ✶✶ ABC est un triangle rectangle isocèle en A.
Construire les points D et E définis par :

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$$

3 Construire le produit d'un vecteur par un réel

QCM

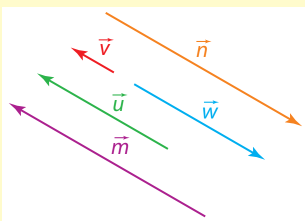
121 Les points A, B, C, D et E sont régulièrement espacés sur la droite ci-dessous.



On a :

a $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ b $\overrightarrow{EB} = -3\overrightarrow{DC}$ c $\overrightarrow{FC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EC}$

122 D'après la figure ci-contre, les égalités correctes sont :



a $\vec{w} = \vec{u}$ b $\vec{n} = 2\vec{u}$

c $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{m}$ d $\vec{v} = 3\vec{u}$

123 ✶ Tracer un vecteur $\vec{u}$ sur votre cahier de norme $\|\vec{u}\| = 5$, puis construire un représentant des vecteurs $-3\vec{u}$, $\frac{2}{5}\vec{u}$, $-\frac{8}{5}\vec{u}$, $\frac{6}{5}\vec{u}$.

124 ✶ Tracer une droite (MN) puis placer les points P, Q et R tels que : $\overrightarrow{MP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{NQ} = -2\overrightarrow{NM}$ et $\overrightarrow{MR} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MN}$.

125 ✶✶ Construire un triangle ABC puis construire les points M, N et P tels que :
$\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{NB} = 3\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

126 ✶✶ Construire un rectangle ABCD puis construire les points E, F, G et H tels que :
$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.
Conjecturer la nature du quadrilatère EFGH.

4 Calculer avec les coordonnées

Dans cette partie, le plan est muni d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j})$

QCM

127 Si C(3 ; –6) et D(–2 ; 5), alors $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées :

a $\begin{pmatrix}5\\-11\end{pmatrix}$ b $\begin{pmatrix}-5\\11\end{pmatrix}$ c $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ d $\begin{pmatrix}-1\\-11\end{pmatrix}$

128 Soit D(2 ; –4), E(9 ; –5) et F(–2 ; –2)

alors le vecteur $2\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{FE}$ a pour coordonnées :

a $\begin{pmatrix}18\\-4\end{pmatrix}$ b $\begin{pmatrix}-25\\5\end{pmatrix}$ c $\begin{pmatrix}25\\-21\end{pmatrix}$ d $\begin{pmatrix}25\\-5\end{pmatrix}$

129 ✶ Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$ deux vecteurs.

Calculer la norme de $\vec{u}$, la norme de $\vec{v}$ puis celle de $\vec{u}+\vec{v}$.

130 ✶ Soit A (5 ; 1), B (–2 ; 3) et C (4 ; –1).

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$.

2. Déterminer les coordonnées du point D tel que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

3. Vérifier les résultats sur une figure.

131 ✶✶ Soit M (6 ; 1), N (2 ; 4) et P (–1 ; –1).

Déterminer les coordonnées du point Q tel que : $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NP}$.

5 Utiliser la colinéarité de vecteurs

Dans cette partie, le plan est muni d'un repère$(O,\vec{i}\,,\vec{j})$.

QCM

132 On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{w}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$

et $\vec{z}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$. On peut affirmer que :

a $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

b $\vec{v}$ et $\vec{z}$ sont colinéaires.

c $\vec{u}=-\frac{1}{2}\vec{w}$

d $\vec{z}=3\vec{u}$

133 On considère les points A(3 ; –2), B(2 ; 4) et C(1 ; 7).

a A, B et C sont alignés.

b A, B et C ne sont pas alignés.

c $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC}$

d $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

134 On considère les points D(–3 ; 2), E(2 ; 4), F(0 ; 5) et G(1 ; –3). On a $\det(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{FG})$ qui est égal à :

a 38

b –42

c –11

d 21

135 ✶ On considère les points D(–12 ; 4), E(6 ; –6) et F(30 ; –20). Les points D, E et F sont-ils alignés ? Si oui, donner une relation vectorielle les reliant.

136 ✶ On considère les points M(–2 ; 5), N(4 ; 3), P(–1 ; 3) et Q(8 ; 0).

Les droites (MN) et (PQ) sont-elles parallèles ?

137 ✶ On considère les points D(0 ; 4), E(4 ; 5), F(8 ; 0) et G(0 ; –2)

1. Quelle est la nature du quadrilatère DEFG ?

2. Les droites (EF) et (DG) sont-elles parallèles ?

138 ✶✶ On considère les points M(2 ; 4), A(x ; 5), T(2 ; 1) et H(3 ; x – 1) où x est un réel.

1. Exprimer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{TH}$ en fonction de x.

2. Déterminer les valeurs de x pour que les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{TH}$ soient colinéaires.

139 ✶✶ Soit trois points A, B et C distincts et non alignés. Les points M et N sont tels que $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Faire une figure

2. Montrer que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.

3. Que peut-on en déduire pour les points A, M et N ?