

Chapitre 5	Repérage et problèmes de géométrie	p. 114
Chapitre 6	Vecteurs du plan	p. 134
Chapitre 7	Droites du plan et systèmes d'équations	p. 162

Jean-Baptiste Joseph Delambre
(1749 – 1822)
Pierre Méchain (1744 – 1804)



Sous la Révolution française, Delambre et Méchain utilisent la triangulation pour mesurer la longueur du méridien à l'origine du mètre universel.

↳ **Dicomaths** p. 348 et p. 351

Bernhard Riemann
(1826 – 1866)



La géométrie riemannienne étend les deux précédentes géométries et permet l'étude de géodésiques afin de résoudre certains problèmes de plus court chemin.

↳ **Dicomaths** p. 352

Benoît Mandelbrot
(1924 – 2010)



Au xxi^e siècle, la géométrie fractale de Benoît Mandelbrot a des applications variées, comme la construction de murs anti-bruit ou dans le domaine de l'art.

↳ **Dicomaths** p. 351

En 1^{re} générale, j'étudierai le calcul vectoriel et le produit scalaire.

En 1^{re} technologique, j'étudierai des droites particulières : les tangentes à une courbe. En 1^{re} STD2A, j'étudierai la géométrie dans l'espace, les frises et les pavages.


À quoi ça sert ?

Par exemple :

- ✓ En physique-chimie, à calculer la trajectoire d'un satellite, à faire le bilan des forces d'un solide.
- ✓ En géographie, à mesurer la distance entre deux villes, à établir la valeur du mètre universel.
- ✓ En SVT, à établir la profondeur de la discontinuité de Mohorovičić.
- ✓ En architecture, à construire des bâtiments de formes diverses.
- ✓ En informatique, à construire les graphismes des jeux vidéo.

[illegible]

Repérage et problèmes de géométrie

Je dois être capable de...	Proposition de parcours	
Utiliser le projeté orthogonal	1 p. 120	1 2 p. 120 28 29 p. 123
Calculer des longueurs, des aires ou des volumes	2 p. 121	6 7 p. 121 26 27 p. 123
Utiliser les coordonnées pour calculer des longueurs	3 p. 121	8 p. 121 33 p. 123
Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.	3 p. 121	9 p. 121 32 36 p. 123
<div>Démonstration </div> <p>Montrer que le projeté orthogonal d'un point M sur une droite Δ est le point le plus proche du point M</p> <p>Montrer la relation trigonométrique $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dans un triangle rectangle</p>	<div>Act 2 p. 117</div> <div>Cours p. 118</div>	<div>TP3 p. 130</div>

TP1
travaux
pratiques



Pour prendre un bon départ

Exo Parcours différenciés
Lienmini.fr/maths2-09

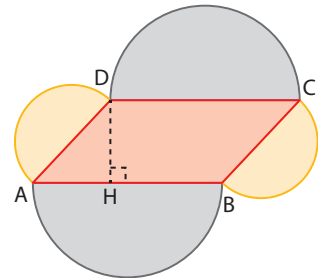
1. En trigonométrie

1. ABC est un triangle rectangle en A tel que $AC = 3$ et $BC = 6$. Déterminer la valeur de l'angle \widehat{ABC} .
2. ACD est un triangle rectangle en A tel que $AC = 3$ et $\widehat{ADC} = 60^\circ$. Calculer la longueur CD.

2. Aires

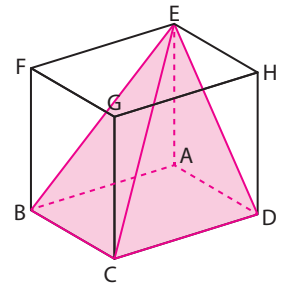
On considère un parallélogramme ABCD tel que $AB = 8$ cm et $BC = 4$ cm. La hauteur DH mesure 3 cm.

1. Déterminer l'aire du parallélogramme ABCD.
2. Calculer les aires des demi-disques de diamètres les côtés du parallélogramme
3. En déduire l'aire totale de la figure coloriée ci-contre.



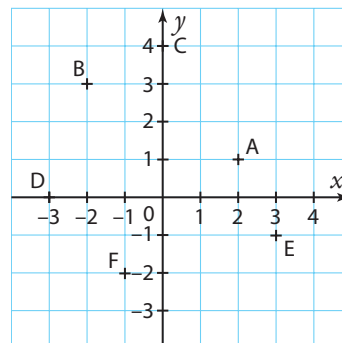
3. Volumes

Dans un cube ABCDEFGH de côté 4 cm, on construit la pyramide à base carrée ABCD et de sommet E. Calculer son volume.



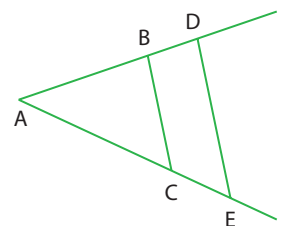
4. Coordonnées

Sur la figure ci-contre, lire les coordonnées de tous les points.



5. Triangles semblables

Les points A, B et D d'une part et A, C et E d'autre part sont alignés et les droites (BC) et (DE) sont parallèles. Démontrer que les triangles ABC et ADE sont des triangles semblables.



ZOOM SUR...

Logique & Démonstration

p. 127, 128, 130, 131

Algo & Prog

p. 126, 131

TICE

p. 117, 127, 130, 131

Les autres disciplines

p. 125, 128, 131

Problèmes ouverts

p. 128

Doc Corrigés
Lienmini.fr/maths2-27

1 Régionner le plan

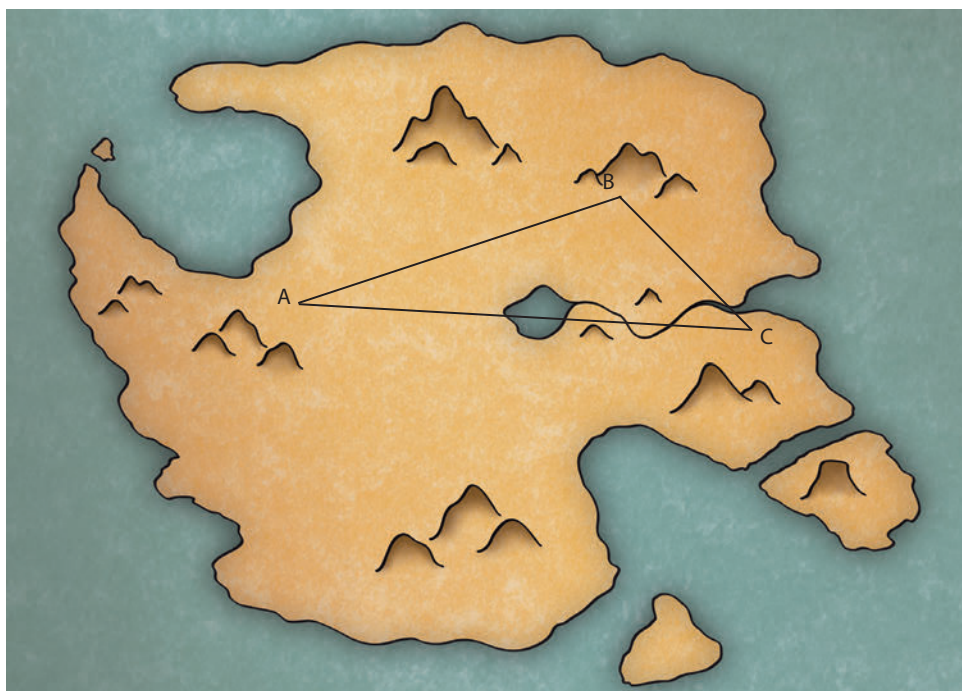
Sur une île du pacifique, trois villages ont des problèmes pour l'alimentation de l'eau.

Les habitants décident donc de s'unir pour creuser un puits qui soit le plus proche possible des trois villages.

On a représenté sur le schéma suivant les villages par les points A, B et C et on a : $AB = 9 \text{ km}$, $AC = 12 \text{ km}$ et $BC = 5 \text{ km}$.



1. Reproduire la figure à l'échelle $1/100\ 000^e$.



2. On sait que le puits doit être plus proche du village B que du village A.
Déterminer la droite qu'il faut construire et hachurer la zone de l'île où le puits ne peut pas se trouver.
3. De plus on sait que le puits doit être à une distance du village B qui soit inférieure à celle entre les villages B et C.
Hachurer la partie qui ne convient pas.
4. Pour des raisons de nuisances sonores, les habitants des villages B et C souhaitent que le puits soit construit à une distance de plus de 4 km de la route les séparant.
Hachurer la partie qui ne convient pas.
5. Finalement, les habitants du village A aussi craignent le bruit et donc il est décidé de construire le puits à l'extérieur du triangle ABC.
Colorier la zone possible pour la construction de ce puits.



2 Plus court

- On considère un triangle ABC rectangle en A et un point M sur le segment [BC].
On construit la droite perpendiculaire à (AC) passant par le point M, elle coupe [AC] en un point N.
De même, on construit la droite perpendiculaire à (AB) passant par M, elle coupe [AB] en un point P.
À l'aide de GeoGebra, faire la construction.
- Faire varier le point M sur le segment [BC].
Chercher la position qui rend minimale la longueur du segment [NP].
- Montrer que chercher le minimum de NP revient à chercher le minimum de AM.
- On construit la perpendiculaire à (BC) passant par A, elle coupe [BC] en un point H.
Montrer que la longueur AH est la plus courte distance AM pour $M \in [BC]$

→ Cours 1 p. 118

3 Distance entre deux points

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On donne les coordonnées des points A et B.
On cherche la distance AB.

- Placer les points A et B dans chacun des cas du tableau ci-contre puis recopier et compléter le tableau en donnant une valeur arrondie à 10^{-4} de la distance AB.

	Cas n° 1	Cas n° 2	Cas n° 3	Cas n° 4	Cas n° 5
A	(2 ; 3)	(2 ; -1)	(-3 ; 0)	(2 ; 3)	(-4 ; 1)
B	(4 ; 3)	(2 ; -3)	(0 ; 3)	(4 ; 1)	(2 ; -3)
AB					

- Conjecturer une formule permettant de calculer la distance AB.

- On note $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$ les coordonnées des points A et B.

On trace la parallèle à un axe du repère passant par A et la parallèle à l'autre axe passant par B, elles se coupent en un point H.
Dans le triangle ABH, exprimer les longueurs AH et BH.
En déduire la longueur AB.



Coup de pouce Utiliser le théorème de Pythagore

→ Cours 2 p. 119

4 Où est le milieu ?

Le plan est muni d'un repère quelconque. On donne les coordonnées des points A et B.
Le point K est le milieu du segment [AB].

- Placer les points A et B, puis le point K dans chacun des cas du tableau ci-contre puis recopier et compléter le tableau.

	Cas n° 1	Cas n° 2	Cas n° 3	Cas n° 4
A	(2 ; 0)	(-2 ; 1)	(-6 ; -4)	(1,5 ; 4)
B	(4 ; 6)	(2 ; -3)	(10 ; -3)	(2 ; 3)
K				

- Conjecturer une formule permettant de calculer l'abscisse du point K en fonction des abscisses des points A et B.

- Conjecturer une formule permettant de calculer l'ordonnée du point K en fonction des ordonnées des points A et B.

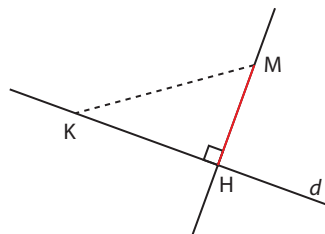
→ Cours 2 p. 119

1 Géométrie sans repère

Définition Projeté orthogonal

On appelle **projeté orthogonal** d'un point M sur une droite d avec M extérieur à cette droite, le point H intersection de la droite d et de la perpendiculaire à la droite d passant par M .

► **Remarque** Si le point M appartient à la droite d alors il est son propre projeté orthogonal.



Définition Distance d'un point à une droite

On appelle **distance d'un point M à une droite d** la longueur MH où H est le projeté orthogonal de M sur la droite d .

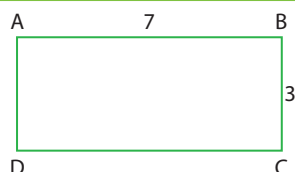
Cette distance est la plus courte distance entre le point M et un point de la droite.

Démonstration

Soit K un point quelconque de la droite d distinct de H . Le triangle MHK est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore on a : $MK^2 = MH^2 + HK^2$.
Par conséquent, comme $HK \neq 0$: $MK^2 > MH^2$ on en déduit que quel que soit le point K de la droite d , $MK > MH$, ce qui montre que la plus courte distance est bien MH .

Exemple

$ABCD$ est un rectangle de longueur $AB = 7$ et de largeur $BC = 3$.
Le projeté orthogonal du point D sur la droite (BC) est le point C donc la distance du point D à la droite (BC) vaut $DC = AB = 7$.



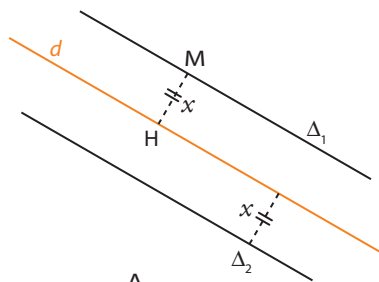
Ensemble des points

Propriété à une distance donnée d'une droite

L'ensemble des points à une distance fixée x d'une droite donnée d est composé des deux droites Δ_1 et Δ_2 parallèles à d situées de part et d'autre de d .

► **Remarque** La droite Δ_1 est également la droite perpendiculaire à (MH) passant par M où H est le projeté orthogonal de M sur d .

➔ **Exercice résolu 1** p. 120



Définition Hauteur dans un triangle

Dans un triangle ABC , la droite qui passe par le sommet A et qui est perpendiculaire au côté opposé $[BC]$ s'appelle la **hauteur issue de A** .

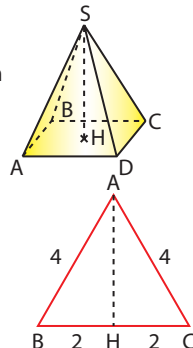
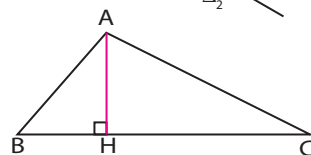
La longueur AH est la distance du point A à la droite (BC) .

Remarque

De la même manière, la hauteur SH d'une pyramide est la plus courte distance entre son sommet et sa base.

Exemple

ABC est un triangle équilatéral de côté 4. Le projeté orthogonal H du point A sur la droite (BC) est le milieu du segment $[BC]$ car A est sur la médiatrice de ce segment. Donc la distance de A à la droite (BC) est la longueur AH .
Pour la calculer on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle AHB qui donne :
 $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 4^2 - 2^2 = 12$ et donc $AH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

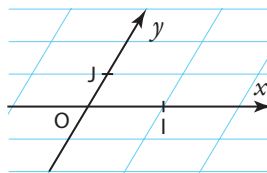


➔ **Exercice résolu 2** p. 121

2 Géométrie avec repère

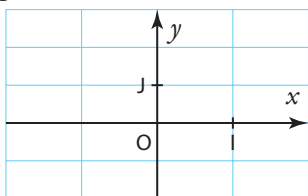
Définition Repère

Étant donné trois points distincts O, I et J non alignés, le repère noté $(O ; I, J)$ est le repère d'origine O ayant pour axe des abscisses (OI), pour axe des ordonnées (OJ) et tel que I et J sont les points de coordonnées respectives $(1 ; 0)$ et $(0 ; 1)$.

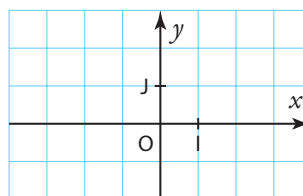


► **Remarque** Les deux cas particuliers qui sont le plus souvent utilisés sont les suivants.

- Si le triangle OIJ est rectangle en O, le repère est **orthogonal**.



- Si le triangle OIJ est isocèle et rectangle en O, le repère est **orthonormé** (ou orthonormal)



Définition Distance entre deux points

Dans un repère orthonormé, la longueur AB du segment [AB]

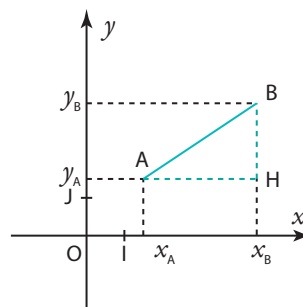
où $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ est donnée par la relation :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Démonstration

On considère le point H tel que ses coordonnées sont $H(x_B ; y_A)$, le triangle ABH est donc rectangle en H et le théorème de Pythagore nous donne :

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$



Exemple

Soit $A(3 ; -2)$ et $B(-1 ; -4)$ dans un repère orthonormé alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

soit $AB = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (-4 - (-2))^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

➡ Exercice résolu 3 p. 121

Propriété Coordonnées du milieu d'un segment

Dans un repère quelconque, le milieu d'un segment [AB]

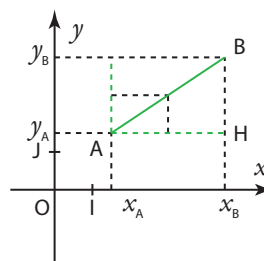
où $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ a pour coordonnées :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Exemple

Soit $A(3 ; -1)$ et $B(-2 ; 5)$ alors le milieu du segment [AB]

a pour coordonnées $\left(\frac{3 + (-2)}{2}, \frac{-1 + 5}{2} \right)$ soit $\left(\frac{1}{2}, 2 \right)$.



➡ Exercice résolu 3 p. 121