1 Développer une expression

Cours 1 p. 94

En utilisant éventuellement une identité remarquable, développer, réduire et ordonner les expressions suivantes. $A = (5x - 2)(x - 3)$ $B = (x + 6)^2$ $C = (2t + 3)(2t - 3)$

Solution

On a : $A = (5x - 2)(x - 3) = 5x \times x + 5x \times (-3) - 2 \times x - 2 \times (-3) = 5x^2 - 15x - 2x + 6 = 5x^2 - 17x + 6$ **1**

On a : $B = (x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$ **2**

On a : $C = (2t + 3)(2t - 3) = (2t)^2 - 3^2 = 4t^2 - 9$ **3**

Conseils & Méthodes

1 On utilise la règle de double distributivité.

2 On utilise l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 6$.

3 On utilise l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = 2t$ et $b = 3$.

À vous de jouer !

1 Développer, réduire et ordonner ces expressions.

a) $(2x + 3)(x + 7)$ **b)** $(x - 1)^2$
c) $(3 + 2x)^2$ **d)** $(x - 1)(5 - x)$

2 Développer, réduire et ordonner ces expressions.

a) $3x(x + 1) + (x - 2)(3 - x)$ **b)** $(3t - 5)^2$
c) $(x + 10)(x - 10) - 100$ **d)** $3(x + 5)^2$

Exercices 31 à 35 p. 100

2 Factoriser une expression

Cours 1 p. 94

En utilisant ou non une identité remarquable, factoriser les trois expressions suivantes.
$A = (x - 2)(x - 1) + (2x + 7)(x - 2)$ $B = x^2 - 10x + 25$ $C = 9x^2 - 64$

Solution

• L'expression A ne ressemble pas à une identité remarquable. On remarque que c'est la somme de deux produits qui ont chacun pour facteur $(x - 2)$: c'est le facteur commun.

$A = \mathbf{(x - 2)}(5x - 1) + (2x + 7)\mathbf{(x - 2)}$ **1** $A = \mathbf{(x - 2)}[(5x - 1) + (2x + 7)]$ **2**

$A = (x - 2)[5x - 1 + 2x + 7]$ **3** $A = (x - 2)(7x + 6)$ **4**

• Dans l'expression B, aucun facteur commun ne semble visible. **5**
On remarque que x^2 est le carré de x et $25 = 5^2$.
L'expression B fait penser à l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ **5** où a serait x, b serait 5.
Vérifions si $2ab = 10x$: avec $a = x$ et $b = 5$, on trouve $2ab = 2 \times x \times 5 = 10x$.
On trouve donc : $B = x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x - 5)^2$ d'après l'identité remarquable.

• Dans l'expression C, aucun facteur commun ne semble visible.
On remarque que $9x^2$ est le carré de $3x$ car $(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$ et $64 = 8^2$.
L'expression C fait penser à l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
On trouve donc : $C = 9x^2 - 64 = (3x)^2 - 8^2 = (3x + 8)(3x - 8)$ d'après l'identité remarquable.

Conseils & Méthodes

1 On identifie un facteur commun dans l'expression.

2 On place le facteur commun en premier et on regroupe à l'intérieur des crochets les éléments restants en les séparant par « + » ou « – » suivants les cas.

3 On calcule à l'intérieur des crochets en enlevant les parenthèses. Une attention particulière est nécessaire lorsqu'il y a des signes « – » dans les calculs devant les parenthèses.

4 On simplifie les expressions à l'intérieur des parenthèses.

5 Lorsqu'il n'y a pas de facteur commun visible, l'hypothèse d'une utilisation d'une identité remarquable doit être envisagée pour factoriser. $x^2 - 10x + 25$ fait penser à $a^2 - 2ab + b^2$.

À vous de jouer !

3 Factoriser les expressions suivantes.

a) $(2x + 1)(x + 4) + (2x + 1)(5 - 4x)$ **b)** $x^2 + 4x + 4$
c) $36 - x^2$ **d)** $x^2 + 4x$

4 Factoriser les expressions suivantes.

a) $x^2 - 6x + 9$ **b)** $x^2 + 20x + 100$
c) $4x(1 - 3x) - 4x(7 - 5x)$ **d)** $5x^2 - 15x$

Exercices 36 à 39 p. 100

3 Mettre au même dénominateur une expression fractionnaire

Cours 1 p. 94

Écrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible les expressions.

$A = 4 + \dfrac{3}{x+1}$ et $B = \dfrac{2x+1}{2x-4} - 5$

Solution

• Pour $x \neq -1$, on a : **1** $A = 4 + \dfrac{3}{x+1} = \dfrac{4}{1} + \dfrac{3}{x+1}$

$A = \dfrac{4(x+1)}{x+1} + \dfrac{3}{x+1} = \dfrac{4(x+1)+3}{x+1} = \dfrac{4x+4+3}{x+1} = \dfrac{4x+7}{x+1}$ **2**

• Pour $x \neq 2$, on a : $B = \dfrac{2x+1}{2x-4} - 5 = \dfrac{2x+1}{2x-4} - \dfrac{5(2x-4)}{2x-4}$ **3**

$B = \dfrac{2x+1-5(2x-4)}{2x-4} = \dfrac{2x+1-10x+20}{2x-4} = \dfrac{-8x+21}{2x-4}$ **4**

Conseils & Méthodes

1 On remarque que le dénominateur $x + 1$ s'annule pour $x = -1$: x doit être différent de -1.

2 Dans cette expression fractionnaire le dénominateur commun est $x + 1$, on met donc 4 sur ce dénominateur commun.

3 Le dénominateur commun est $2x - 4$.

4 Attention au calcul avec le signe « – » entre les deux fractions.

À vous de jouer !

5 Écrire l'expression suivante sous la forme d'une fraction la plus simple possible $5 + \dfrac{1}{2x+10}$.

6 Écrire l'expression suivante sous la forme d'une fraction la plus simple possible $10 - \dfrac{x}{x-3}$.

Exercices 41 à 42 p. 101

4 Obtenir et résoudre une équation produit

Cours 2 p. 95

Résoudre dans ℝ les deux équations suivantes. **a)** $(5-2x)(x+3)=0$ **b)** $5x^2 - 25x = 0$

Solution

a) $(5 - 2x)(x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow 5 - 2x = 0$ ou $x + 3 = 0$ d'après la règle du produit nul **1**

$\Leftrightarrow -2x = -5$ ou $x = -3 \Leftrightarrow x = \dfrac{-5}{-2} = \dfrac{5}{2}$ ou $x = -3$.

Donc les solutions sont $\dfrac{5}{2}$ et -3.

b) $5x^2 - 25x = 0 \Leftrightarrow 5x(x-5) = 0$

$\Leftrightarrow 5x = 0$ ou $x - 5 = 0$ d'après la règle du produit nul **2**

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 5$

Donc les solutions sont 0 et 5.

Conseils & Méthodes

1 On remarque que le membre à gauche de l'équation est un produit de facteurs et que le second membre est nul.
On est donc dans le cadre d'application de la règle du produit nul.

2 L'équation n'est pas de degré 1 et le membre à gauche de l'équation n'est pas un produit de facteurs. On peut factoriser pour se ramener dans le cadre d'application de la règle du produit nul.

À vous de jouer !

7 Résoudre dans ℝ l'équation $(100 - 2x)(5x + 9) = 0$.

8 Résoudre dans ℝ l'équation
$(5 - x)(3x - 1) - (4x + 2)(5 - x) = 0$.

9 Résoudre dans ℝ l'équation $x^2 + 4x + 4 = 0$

10 Résoudre dans l'équation
$4x(1 + x) - x(5 - 4x) = 0$

Exercices 44 à 46 p. 101

Exo Versions interactives
Lienmini.fr/maths2-08

5 Obtenir et résoudre une équation quotient

Cours 2 p. 95

Résoudre dans ℝ les équations suivantes.

a) $\dfrac{5x-4}{x-2}=0$ **b)** $\dfrac{4}{x+3}+2=0$ **c)** $\dfrac{x-10}{2x-6}=4$

Solution

a) $\dfrac{5x-4}{x-2}=0 \Leftrightarrow 5x-4=0$ et $x-2\neq 0$ **1**

On détermine tout d'abord la (ou les) valeur(s) interdite(s).

$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$: la valeur interdite est donc 2.

$5x-4=0 \Leftrightarrow 5x=4 \Leftrightarrow x=\dfrac{4}{5}$ (qui est différent de 2).

La solution de l'équation est $\dfrac{4}{5}$.

b) $\dfrac{4}{x+3}+2=0$ **2**

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{x+3}+\dfrac{2(x+3)}{x+3}=0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{x+3}+\dfrac{2x+6}{x+3}=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{4+2x+6}{x+3}=0 \Leftrightarrow \dfrac{2x+10}{x+3}=0$

On a : $\dfrac{2x+10}{x+3}=0 \Leftrightarrow 2x+10=0$ et $x+3\neq 0$

$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$: la valeur interdite est donc -3.

$2x+10=0 \Leftrightarrow 2x=-10 \Leftrightarrow x=\dfrac{-10}{2}=-5$ (qui est différent de -3).

La solution de l'équation est -5.

c) L'équation est équivalente à $\dfrac{x-10}{2x-6}-4=0$ que l'on peut résoudre avec la même méthode qu'à la question **b)**.

Proposons une autre méthode de résolution : on peut déterminer tout d'abord la ou les valeurs interdites.

$2x-6=0 \Leftrightarrow 2x=6 \Leftrightarrow x=\dfrac{6}{2}=3$: la valeur interdite est donc 3.

Pour $x\neq 3$ et d'après les règles de résolution des équations, on a :

$\dfrac{x-10}{2x-6}=4 \Leftrightarrow (x-10)=4(2x-6)$ en multipliant par $(2x-6)$ (qui est différent de 0 si $x\neq 3$) les deux membres de l'égalité. **3**

On résout alors $x-10=4(2x-6)$:

$x-10=8x-24 \Leftrightarrow x-8x=-24+10 \Leftrightarrow -7x=-14 \Leftrightarrow x=\dfrac{-14}{-7}=2$. Attention, la méthode utilisée pour répondre à la question **c)** ne fonctionne pas lorsqu'on souhaite résoudre une inéquation.

2 est différent de la valeur interdite 3 : la solution de l'équation est 2.

Conseils & Méthodes

1 On remarque que cette équation est une équation quotient nul.

2 Le membre à gauche de l'équation n'est pas un quotient. On effectue une mise au même dénominateur.

3 Si l'équation est de la forme $\dfrac{A}{B}=k$ où k est un nombre, cela est aussi équivalent à résoudre $A=k\times B$ sous la condition que B ne s'annule pas.

À vous de jouer !

11 Résoudre dans ℝ l'équation $\dfrac{3+x}{x+1}=0$.

12 Résoudre dans ℝ l'équation $\dfrac{2x+1}{x+5}-4=0$.

13 Résoudre dans ℝ l'équation $\dfrac{x}{x+1}=2$.

14 Résoudre dans ℝ les équations suivantes.

a) $\dfrac{x+4}{x+2}-3=5$

b) $\dfrac{1}{2x+4}=8$

Exercices 50 à 53 p. 101

Exercices d'application

Apprendre à apprendre

15 Chercher dans le dictionnaire les définitions mathématiques de « développer » et « factoriser ». Recopier ces deux définitions et les réciter à un camarade. *À l'oral*

16 Écrire les trois identités remarquables qui permettent de factoriser une expression.

17 **1.** Écrire trois équations que vous avez apprises à résoudre dans ce chapitre. *En groupe*
2. Les faire résoudre par un camarade.
3. Vérifier les solutions obtenues.

Questions - Flash

Diapo — Diaporama — Ressource professeur

18 Développer les expressions suivantes.
A = $3x(x-10)$ et B = $(x+8)^2$

19 Compléter l'égalité suivante.
$$(x-\ldots)^2 = x^2 - 20x + \ldots.$$

20 Factoriser les expressions suivantes.
A = $3x^2 + x$ et B = $5x^2 - x$

21 Factoriser les expressions suivantes.
A = $x^2 - 25$ et B = $4x^2 + 12x + 9$

22 Factoriser l'expression suivante.
A = $(2x+1)(3x+2) + (4x+7)(2x+1)$

23 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $(x-3)(x+2) = 0$. **b)** $(x-3)(x-4) = 0$
c) $(2x+3)(1-x) = 0$ **d)** $x(x+1) = 0$

24 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $x^2 = 9$ **b)** $x^2 - 16 = 0$ **c)** $x^2 + 4 = 0$

25 Pour quelle(s) valeur(s) de x l'expression $(2x-20)(5x+7)$ s'annule-t-elle?

26 Pour quelle(s) valeur(s) de x l'expression $x^2 - 8$ s'annule-t-elle ?

27 Pour quelle(s) valeur(s) de x l'expression $\dfrac{-4+x}{2x-2}$ n'est elle pas définie ?

28 Pour quelle(s) valeur(s) de x l'expression $\dfrac{-4+x}{2x-2}$ s'annule-t-elle ?

29 Simplifier les fractions suivantes.
$$A = \frac{6x+15}{3} \quad \text{et} \quad B = \frac{9x^2+6x}{3x}$$

30 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{x} = 10$

Développer des expressions

31 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes. AP
a) $3x(x+5)$ **b)** $-2x(x+6)$
c) $-3x(4-5x)$ **d)** $(1+x)(1+2x)$
e) $(x^2+2)(x-1)$ **f)** $2x^2(1-3x^2)$

32 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes. AP
a) $(x+3)(x+5) - 4x$ **b)** $x(3-2x) + 5x^2 + 2x$
c) $(5-t)(1+2t) + 2(3t+4)$ **d)** $2x^2(x+6) - x^3 + 4x^2 - 2x$

33 Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.
a) $(x+12)^2$ **b)** $(3x+1)(3x-1)$
c) $(6-x)^2$ **d)** $(x+1)^2 + (x-2)^2$

34 Recopier et compléter les égalités suivantes.
a) $(x+\ldots)^2 = x^2 + 20x + \ldots$
b) $(x+\ldots)(x-\ldots) = x^2 - 81$
c) $\ldots + 16x + 64 = (x+\ldots)^2$

35 En utilisant les identités remarquables, développer les expressions suivantes.
a) $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$ **b)** $\left(3x-\dfrac{1}{3}\right)^2$
c) $\left(x+\dfrac{2}{5}\right)\left(x-\dfrac{2}{5}\right)$ **d)** $(a+\sqrt{5})^2$

Factoriser des expressions

36 Factoriser les expressions suivantes. AP
a) $3x - 15$ **b)** $4x^2 - 7x$
c) $3x^3 - 5x^2 + 8x$ **d)** $3a^2 - 6a$
e) $3x^3 + 9x^2$ **f)** $2\sqrt{x} + x\sqrt{x}$

37 Recopier l'expression, souligner le facteur commun puis factoriser les expressions suivantes.
a) $(2x-3)(24x-3) + (2x-3)(-22x+5)$
b) $(15x+7)(3-x) + (12x+5)(15x+7)$
c) $(7x-26)(11x+8) + (7x-26)(12x+4)$
d) $(13t+5)(-5t+2) - (8t-15)(13t+5)$

38 Factoriser en utilisant une identité remarquable.
a) $x^2 - 12$ **b)** $9y^2 + 12y + 4$
c) $x^2 + 169 - 26x$ **d)** $144x + 144x^2 + 36$
e) $(3x+1)^2 - (2x)^2$ **f)** $9t^2 - 24t + 16$
g) $-22x + 121x^2 + 1$ **h)** $(x+1)^2 - 9$

39 Choisir la bonne méthode pour factoriser les expressions suivantes.
a) $(6x-4)(2x+5) - (3x+2)(2x+5)$
b) $9t^2 - 64$
c) $25x^2 + 9 + 30x$
d) $(5x-7)(3x-2) - (x-8)(3x-2)$

Simplifier des expressions fractionnaires

40 Simplifier les expressions suivantes.

a) $\dfrac{5t+25}{5}$ b) $\dfrac{5x^2}{2}\times\dfrac{3}{10x}$

c) $\dfrac{4x^2+8x-6}{2}$ d) $\dfrac{4a}{8a^2}$

41 Écrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible. AP

a) $\dfrac{3}{x+8}+5$ b) $\dfrac{x}{x+1}-3$

c) $5-\dfrac{2}{x^2+1}$ d) $\dfrac{4x+1}{x-4}-\dfrac{3}{2}$

42 Écrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a) $\dfrac{3x}{x+1}-x$ b) $\dfrac{x}{x-2}+4x+2$

c) $\dfrac{x(x+1)}{x^2+2}-3$ d) $\dfrac{2}{x-4}+\dfrac{3}{x}$

43 Simplifier, quand c'est possible, les expressions fractionnaires suivantes.

a) $\dfrac{2(x+3)}{x+3}$ pour $x\neq-3$

b) $\dfrac{5x(x+4)}{(x+4)(2-x)}$ pour $x\neq-4$ et $x\neq2$

c) $\dfrac{4x+6}{2}$

d) $\dfrac{5t^2+3t}{t}$ pour $t\neq0$

e) $\dfrac{3x-3}{x-1}$ pour $x\neq1$

Résoudre des équations

44 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes. AP

a) $(x+4)(x-7)=0$ b) $(2x+3)(4x-5)=0$

c) $-x(5-4x)=0$ d) $(-15x+3)(3x+9)=0$

e) $(2x-4)^2=0$ f) $3x(x-5)=0$

45 1. Factoriser x^2-16.

2. Résoudre $x^2-16=0$

46 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $5x^2-6x=0$

b) $(2x+1)(x+4)+(x+4)(3-5x)=0$

c) $(x-7)(3x-5)-(9x-4)(x-7)=0$

d) $4x^2+8x+4=0$

e) $(4x-7)(9x+5)=(8x-3)(4x-7)$

47 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $x^2=81$ b) $x^2=-7$

c) $x^2=15$ d) $3x^2=48$

e) $2x^2+20=0$ f) $4x^2-2=1$

48 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $x^2+6x+9=0$ b) $36x^2-12x+22=21$

c) $4x^2=8x$ d) $5(2x+1)^2=20$

e) $(3x+4)^2=(5x-6)^2$ f) $(x-2)^2-100=0$

49 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $\sqrt{x}=12$ b) $\sqrt{x}=-2$

c) $\sqrt{x}=11{,}5$ d) $3\sqrt{x}=21$

50 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $\dfrac{x-2}{x+9}=0$ b) $\dfrac{2x-7}{x+3}=0$

c) $\dfrac{20-4x}{x-5}=0$ d) $\dfrac{5x-1}{2x+3}=0$

51 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $\dfrac{2x-1}{x+6}=1$ b) $\dfrac{4}{2x+6}=9$

c) $\dfrac{2x}{x-4}=-3$ d) $\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{1}{2}$

52 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $\dfrac{x}{2x+2}+5=0$ b) $\dfrac{10+x}{x-2}-2=0$

c) $\dfrac{3}{2x-4}=-5$ d) $\dfrac{x+1}{3-x}=1$

53 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $\dfrac{1}{x}=4$ b) $\dfrac{1}{x}=-1$

c) $\dfrac{1}{x}=10$ d) $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3}$.

e) $\dfrac{1}{x}=0$ f) $\dfrac{1}{x}=-\dfrac{1}{5}$

Calculs et automatismes

54 Calculer mentalement.

a) $2+3\times5^2$ b) $5\times10\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{5}$

c) $\dfrac{6+9+12+15}{3}$ d) $\dfrac{10+5}{5+5}$

55 Soit $A=x^2+5x+10$. Calculer A si x vaut :

a) 0 b) -2 c) 10 d) $\sqrt{2}$

56 Donner les carrés de tous les entiers naturels entre 1 et 15.

Calcul littéral

57 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

a) $(3x-2)(5-x)-4x(x+6)$ **b)** $-3(2-2x)(6-2x)$
c) $2(x+3)(5x+1)$ **d)** $-2(x^2+1)(x-2)$

58 Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

a) $(x+5)^2-21+2x$ **b)** $4(2x-3)^2$
c) $3(t-2)^2+1$ **d)** $-2(x+4)^2+4x+7$

59 Montrer que les trois expressions suivantes sont égales pour tout réel t.

$A=(2t-4)^2+12$ $B=4(t-2)^2+12$ $C=4(t-3)(t-1)+16$

60 Développer et réduire les expressions suivantes.

a) $(x+7)^2+2x+4$
b) $-3(x-4)^2+11$
c) $(2x-5)(2x+5)-(3x+5)^2$
d) $(x-1)^2(x+2)$

61 En utilisant les identités remarquables, mettre les expressions suivantes sous la forme $a+b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres réels.

a) $(1+\sqrt{2})^2$ **b)** $(3-\sqrt{2})^2$
c) $(4+2\sqrt{2})^2$ **d)** $(4-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$

62 En mettant en évidence un facteur commun, factoriser les expressions suivantes.

a) $(23x+1)(-17x+1)+(23x+1)^2$
b) $(13x-14)(25x-11)-(13x-14)^2$
c) $(8-18x)^2-(16x-3)(8-18x)$
d) $(16t+13)(21t-3)+2(16t+13)$
e) $(-14x+5)-(4x-7)(-14x+5)$

63 En mettant en évidence une différence de deux carrés, factoriser les expressions suivantes.

a) $(x-4)^2-36$ **b)** y^2-5
c) $25-(2-x)^2$ **d)** $(x+3)^2-(2x+4)^2$

64 Factoriser les expressions suivantes.

a) $7a^3+28a^2$ **b)** $\frac{4}{9}x^2-\frac{49}{81}$
c) $18x^2-48x+32$ **d)** $2x^2-4$

65 Factoriser les expressions suivantes.

$A=6(x^2-49)$

$B=\frac{1}{4}x^2-1$

$C=(5+4x)(6-7x)+(5+4x)$

$D=\sqrt{x}\,(x+4)+\sqrt{x}(3x+9)$

$E=8x^2y-4y^2x+6xy$

66 **1.** Factoriser $(x+1)^2-(x-1)^2$.
2. Calculer $10\,001^2-9\,999^2$ sans calculatrice.

67 On considère la feuille de tableur suivante. TICE

	A	B	C
1	x	2(x²+1)²+3	2(x⁴+2x²)
2	-1	11	6
3	0	5	0
4	1	11	6
5	2	53	48
6	3	203	198
7	4	581	576
8	5	1355	1350
9	6	2741	2736
10	7	5003	4998

1. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 et recopier vers le bas pour obtenir les résultats de la colonne B ?
2. Soit $f(x)=2(x^2+1)^2+3$ et $g(x)=2(x^4+2x^2)$ pour tout nombre réel x.
3. D'après la feuille de tableur, que peut-on dire de $f(x)-g(x)$?
4. Démontrer cette conjecture.

68 ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC=x+7$ et $AC=5$ où x désigne un nombre positif.
Exprimer AB^2 en fonction de x sous forme factorisée.

Démonstrations

69 On considère TICE
le nombre $A(n)=(2n-1)^2-n(3n-2)$ pour n entier naturel.
1. Dresser un tableau de valeurs de $A(n)$ avec la calculatrice ou le tableur.
2. Que peut-on conjecturer ?
3. Démontrer cette conjecture.

70
1. En utilisant une identité remarquable, démontrer que si deux nombres réels ont le même carré, alors ils sont égaux ou opposés.
2. Démontrer la propriété suivante.

> Deux nombres réels positifs sont égaux
> si et seulement si leurs carrés sont égaux.

71 Simplifier, quand c'est possible, les expressions fractionnaires suivantes.

a) $\frac{2x+4}{x+2}$ pour $x\neq-2$ **b)** $\frac{6x-4}{10x+20}$ pour $x\neq-2$

c) $\frac{5x^2+4x}{x}$ pour $x\neq0$ **d)** $\frac{2x^2+3x}{x^2+x}$ pour $x\neq0$ et $x\neq-1$.

72 Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible.

a) $\frac{1}{x+1}-\frac{3}{x}$ **b)** $\frac{2x+4}{x-2}+\frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{x-4}-\frac{3}{x+1}$ **d)** $\frac{2x+2}{2x-1}+\frac{3x}{x+3}$

73 On considère la feuille de tableur ci-dessous. TICE

	A	B	C
1	x	x/(x+1)	3-(4+3x)/(x+1)
2	0	0	-1
3	1	0,5	-0,5
4	2	0,66666667	-0,333333333
5	3	0,75	-0,25
6	4	0,8	-0,2
7	5	0,83333333	-0,166666667
8	6	0,85714286	-0,142857143
9	7	0,875	-0,125
10	8	0,88888889	-0,111111111

1. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 et recopier vers le bas pour obtenir les résultats de la colonne B ?

2. Soit $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$ et $g(x) = 3 - \dfrac{4+3x}{x+1}$ pour tout nombre réel x différent de -1.
Conjecturer la valeur de l'écart $f(x) - g(x)$ pour tout nombre $x \neq -1$ puis démontrer cette conjecture.

Résoudre des équations

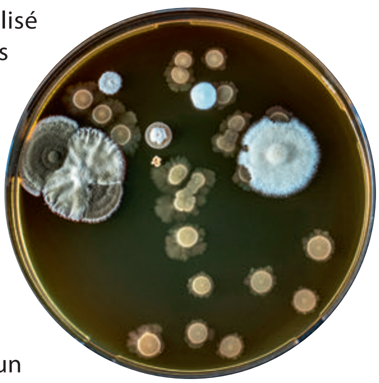
74 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.
a) $(3x - 1)^2 = 0$
b) $(3 - 2x)(5 - x)(6 + 10x) = 0$
c) $(x^2 - 9)(x + 20) = 0$

75 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.
a) $(x + 4)^2 = 121$ **b)** $(2x + 1)^2 - 9 = 0$
c) $3(2 - x)^2 = 48$ **d)** $(5 - x)^2 = -2$

76 On considère la fonction f définie par $f(x) = (5x + 1)(x - 4)$ pour tout nombre réel x.
Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.

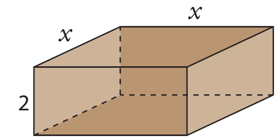
77 On considère l'expression $A(x) = (x - 1)(x^2 - 22x + 121)$.
Pour quelle valeur de x, l'expression A s'annule-t-elle ?

78 On étudie dans un certain milieu l'évolution d'une population de bactéries. SVT
Le nombre de bactéries en milliers a été modélisé en fonction du temps écoulé en jours sur les dix premiers jours d'étude par la fonction N définie par $N(t) = (0{,}5t + 1)^2$ pour tout nombre réel $t \in [0;10]$.



1. Donner une estimation du nombre de bactéries au bout d'un jour.
2. Au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il atteint 16 000 ?

79 On veut construire une boîte en bois avec couvercle ayant une base carrée de côté x et une hauteur égale à 2. Arts plastiques



1. Montrer que la surface extérieure de la boîte est donnée en fonction de x par la formule $S(x) = 2(x + 2)^2 - 8$.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x la boîte a t-elle une surface extérieure égale à 72 ?

80 La directrice d'une entreprise a vu ses effectifs augmenter de 20 % en deux ans. En supposant que la hausse en pourcentage a été la même les deux années, déterminer ce pourcentage de hausse annuelle.

81 On considère une fonction f définie par $f(x) = 3(x - 3)^2 + 5$ pour tout réel x.
1. Montrer que $f(x) = 3x^2 - 18x + 32$.
2. Choisir la forme la plus adaptée pour calculer chaque image puis calculer.
a) $f(2)$ **b)** $f(0)$
c) $f(3 + \sqrt{5})$ **d)** $f(\sqrt{2})$

82 Soit $f(x) = (x - 2)(3 + 7x)$ pour tout réel x.
1. Résoudre $f(x) = 0$.
2. Développer et réduire $f(x)$.
3. Résoudre $f(x) = -6$ en utilisant une factorisation.

83 On considère l'expression $h(x) = (x - 5)(x + 11)$ pour tout réel x.
1. Calculer la forme développée de $h(x)$.
2. Montrer que $h(x) = (x + 3)^2 - 64$.
3. Utiliser la forme la plus adéquate pour répondre aux questions suivantes.
a) Calculer $h(0)$.
b) Résoudre $h(x) = 0$ et $h(x) = -64$.

84 **1.** Démontrer que pour tout réel x, on a :
$$(x - 2)^2 (x + 1) = x^3 - 3x^2 + 4.$$
2. En déduire les solutions de l'équation $x^3 = 3x^2 - 4$.

85 Soit $f(x) = x^2 + x - 2$ pour tout nombre réel x. Algo & Prog
À l'aide de **XCAS**, on a factorisé $f(x)$. En utilisant la bonne expression, résoudre les équations suivantes.

```
factoriser(x^2+x-2)
                                        (x - 1)(x + 2)
```

a) $f(x) = 0$ **b)** $f(x) = -2$

86 On considère l'expression $A = \dfrac{x+3}{3x+1}$.

1. Pour quelle valeur de x cette expression n'est-elle pas définie ?

2. Sans calculatrice, calculer le résultat de A si x prend la valeur :

a) 1 **b)** -2 **c)** $\dfrac{1}{2}$ **d)** $-\dfrac{2}{7}$

3. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'expression A s'annule-t-elle ?

4. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'expression A sera-t-elle égale à 3 ?

87 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $\dfrac{3x-2}{x+1} = \dfrac{1}{2}$ **b)** $\dfrac{x+6}{2x+1} = \dfrac{x-3}{2x-2}$

c) $\dfrac{5-x}{x+2} + \dfrac{2}{3} = 0$ **d)** $\dfrac{x}{x+5} - \dfrac{2x}{2x+3} = 0$

88 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $\dfrac{(5x-2)(4-x)}{x+10} = 0$ **b)** $\dfrac{x^2-10}{3-x} = 0$

c) $\dfrac{x+1}{(10-2x)(2x+2)} = 0$ **d)** $\dfrac{2x}{x-10} = 2$

89 Afin d'étudier sa popularité, une nouvelle entreprise a modélisé le pourcentage de personnes connaissant son nom dans une ville en fonction de x, le nombre de semaines écoulées depuis le début de sa promotion publicitaire.

Ce pourcentage est modélisé par la fonction $p(x) = \dfrac{72x}{x+6}$ pour $x \in [0;52]$.

1. Quel est le pourcentage de personnes connaissant le nom de l'entreprise au bout de 5 semaines de publicité ?

2. Au bout de combien de semaines de publicité 50% des habitants de la ville connaissaient-ils le nom de l'entreprise ?

90 On considère le programme en **PYTHON** suivant. **Algo & Prog**

```
x=float(input("Saisir une valeur de x:"))
a=5*x+2
b=2*x+4
c=a/b
print(c)
```

1. Qu'affiche ce programme si on entre **3** comme valeur de **x** ?

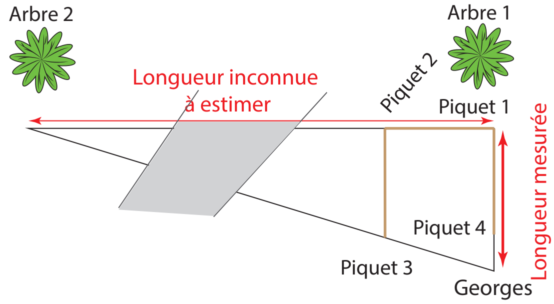
2. Ce programme fonctionne-t-il pour toute valeur de **x** ?

3. Compléter ou modifier ce programme pour qu'il affiche un message "**valeur interdite**" pour **x**, si la valeur saisie ne permet pas de faire le calcul ou qu'il calcule et affiche le résultat sinon.

4. Quelle valeur faut-il saisir pour **x** afin d'obtenir **0** en résultat final ?

91 Georges est un funambule. Il se promène dans la montagne à la recherche de deux arbres séparés par un ravin pour tendre un câble. Il souhaite, à chaque site qu'il découvre, estimer la longueur du câble à utiliser.

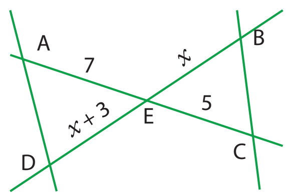
Il se construit un U en bois (un carré avec un côté en moins) d'un mètre de côté. Il posera et fixera celui-ci au sol avec des piquets afin d'estimer la distance entre les deux arbres. Voici le schéma vue de dessus et les instructions à suivre pour déterminer cette distance (le U en bois est tracé en marron gras sur le schéma, fixé en ses quatre sommets par des piquets).



Georges est un étourdi, il a perdu le tableau de correspondance.

Il a effectué les 4 premières étapes et a mesuré une distance de 1,1 m entre lui et l'arbre 1. Calculer la distance entre les arbres 1 et 2.

92 Pour quelle(s) valeur(s) de x les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



93 **Problème ouvert** ABC est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{CBA} = 60°$ et l'hypoténuse AB mesure 4 cm de plus que BC.

Déterminer les valeurs exactes des trois côtés de ABC.

Démonstration

94 **1.** Rappeler la propriété de résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation de $\sqrt{x} = k$.

2. Démontrer cette propriété.

95 **Algo & Prog** Écrire un programme en **PYTHON** qui demande à un utilisateur une valeur de k puis qui affiche, suivant les valeurs de k, la solution éventuelle de l'équation $\sqrt{x} = k$.

96 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $\sqrt{x} = 10^8$ **b)** $\sqrt{x} = \dfrac{81}{49}$

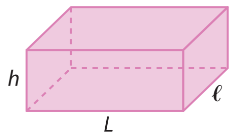
c) $3\sqrt{x} + 5 = 6$ **d)** $-4\sqrt{x} + 9 = 0$

e) $2\sqrt{x} + 1 = 0$ **f)** $(\sqrt{x} - 4)^2 = 0$

Relation simple entre variables

97 L'aire $\mathscr{S}$ d'un disque de rayon r est donnée par πr^2.
1. Exprimer r en fonction de $\mathscr{S}$.
2. Quel est le rayon d'un disque ayant une aire de 25 cm² ?
On donnera le résultat sous forme exacte puis une valeur approchée au mm près.

98 On considère un parallélépipède rectangle de longueur L, de largeur ℓ, et de hauteur h.
Son volume est noté $\mathscr{V}$ et son aire est notée $\mathscr{A}$.
1. Exprimer h en fonction de ℓ, L et $\mathscr{V}$.
2. Exprimer h en fonction de ℓ, L et $\mathscr{A}$.



99 La vitesse v en mètre par seconde est donnée par : **Physique-Chimie**

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

où d est la distance parcourue en mètres et Δt est la durée du trajet en secondes.
1. Exprimer Δt en fonction de v et d.
2. Quel est le temps de trajet en minute d'une distance de 15 km à une vitesse de 7 mètres par seconde ?
On arrondira le résultat à la minute près.

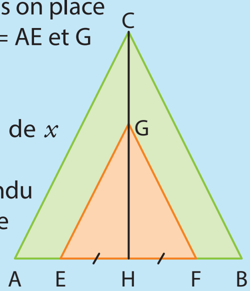
100 En électricité, la loi d'Ohm est une relation qui lie la tension U (en volts) aux bornes d'un conducteur ohmique traversé par un courant d'intensité I (en ampères) et sa résistance R (en ohms) : elle est donnée par $U = RI$. **Physique-Chimie**
1. Exprimer I en fonction de U et R.
2. Quelle la résistance d'un conducteur ohmique si on mesure une intensité $I = 0{,}16$ A et une tension $U = 4$V ?

101 On considère la relation $2x^2 + 4y = 12$.
Exprimer y en fonction de x.

102 On considère la relation $y = \dfrac{x}{x+1}$.
Exprimer x en fonction de y.

Travailler autrement

103 En groupe
ABC est un triangle isocèle en C tel que AB = 6 cm, H le milieu de [AB] et CH = 6 cm.
On place un point E sur [AH] puis on place les points F sur [BH] tel que BF = AE et G sur [CH] tel que CG = 2AE.
On pose x = AE.
Pour quelle(s) valeur(s) exacte de x l'aire de EFG est-elle égale à 3 ?
Le groupe écrira un compte-rendu détaillant la démarche effectuée et une conclusion au problème.



104 La quadrature du cercle **Histoire des Maths**
(la construction d'un carré de même aire qu'un disque donné), la duplication du cube et la trisection de l'angle uniquement à l'aide d'une règle (non graduée) et d'un compas, sont trois grands problèmes antiques (environ v^e^ siècle avant J.C.).
Recherher les noms des mathématiciens qui ont prouvé que ces problèmes sont insolubles. Faire un exposé de 10 minutes à l'oral sur la quadrature du cercle et donner la signification de cette expression dans le langage courant.

105 Al Khwarizmi **Histoire des Maths** À l'oral
est un mathématicien perse qui a travaillé sur la résolution d'équations.

Rechercher quelques informations sur le siècle pendant lequel il a vécu, sur ses travaux et découvrir les mots qui sont issus de son traité de résolution des équations et de son nom.
Faire un exposé de 10 minutes à l'oral sur les travaux d'Al Khwarizmi.

106 La meilleure forme

On considère l'expression $A(x) = (x+2)^2 - 9$ pour tout réel x et la fonction A définie par l'expression $A(x)$ pour tout réel x.

1. Calculer la forme développée de $A(x)$.

2. Déterminer la forme factorisée de $A(x)$.

3. Utiliser la forme la plus adéquate pour répondre aux questions suivantes.

a) Calculer $A(3)$ et $A(\sqrt{3} - 2)$.

b) Résoudre $A(x) = 0$.

c) Déterminer les antécédents de -5 par A.

107 Trois expressions

On considère les trois expressions $A(x) = 4x^2 - 100$, $B(x) = (5+x)(1-2x) + (5+x)(1-3x)$ et $C(x) = (x-3)^2$ pour tout réel x.

1. Factoriser $A(x)$.

2. Factoriser $B(x)$.

3. Développer $C(x)$.

4. Résoudre $A(x) = 0$ puis $A(x) = 69$.

5. Résoudre $B(x) = 0$.

6. Existe-il une valeur de x pour laquelle la valeur de $A(x)$ est égal à quatre fois celle de $C(x)$? Si oui, la ou les donner.

108 Étude de deux quotients

Soit $B(x) = \dfrac{x}{x-1} + 2$ pour tout réel x différent de 1.

1. Montrer que $B(x) = \dfrac{3x-2}{x-1}$ pour tout $x \neq 1$.

2. Résoudre $B(x) = 0$.

3. On considère $A(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{x-1}$ pour tout $x \neq 1$.

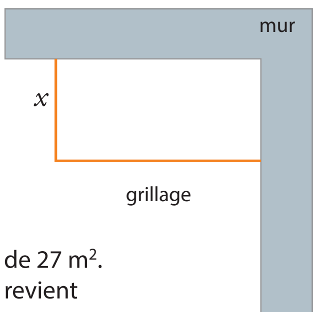
a) Calculer $A(11)$, $B(11)$ et $A(11) - B(11)$.

b) Montrer que $A(x) - B(x) = x$ pour tout $x \neq 1$.

109 Pour poser un grillage

Algo & Prog

Jan souhaite poser un grillage au fond de son jardin afin de créer un enclos pour ses poules.



Il possède 12 mètres de grillage. On note x la largeur de l'enclos.

Jan souhaite faire un enclos de 27 m².

1. Montrer que le problème revient à résoudre $-x^2 + 12x - 27 = 0$

2. Développer $(x-3)(9-x)$.

3. Résoudre le problème de Jan.

4. Finalement Jan préférerait obtenir un enclos de 30 m². En utilisant les affichages ci-dessous, trouver la (les) solution(s).

developper(x(12-x))	$-x^2 + 12x$
developper(36-(x-6)²)	$-x^2 + 12x$

110 Paniers bio

Un jardinier vend des paniers bio de légumes frais. Le coût de production de x paniers bio est donné par la formule $C(x) = 100 + 7x$ avec $x \in [0\,;30]$.

$C(0) = 100$: cela représente les coûts fixes de production.

1. Quel est le coût de production de 15 paniers ?

2. Combien coûte un panier en moyenne, au jardinier, lorsqu'il en produit 15 ?

3. On appelle coût moyen unitaire de production pour une production égale à x le résultat de $\dfrac{C(x)}{x}$ pour $x > 0$ (c'est-à-dire le coût total divisé par le nombre d'unités produites).

Dans la suite de l'exercice, on notera $C_m(x)$ le coût moyen unitaire pour x paniers produits ($x > 0$).

Exprimer $C_m(x)$ en fonction de x.

4. Trouver la production x pour laquelle un panier coûte en moyenne 11 euros au jardinier.

111 Des équations à résoudre

En utilisant les méthodes vues dans ce chapitre, résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes.

a) $\sqrt{x} = 5$

b) $\dfrac{4x - 34}{6 - x} = 0$

c) $x^2 = -10^4$

d) $(5 - 2x) - (11 + 3x) = 0$

e) $\dfrac{-2x + 3}{x + 4} = 7$

f) $\dfrac{1}{x} = -9$

g) $2x(x^2 - 100) = 0$

h) $(1 - x)(3 + 4x) + (1 - x)(1 + 2x) = 0$

i) $\dfrac{3}{x} + 5 = -\dfrac{1}{2}$

j) $2x^3 = x^2$

Exercices d'approfondissement

112 Un développement

Développer $(a+b+c)^2$ pour tous nombres réels a, b et c.

113 Solutions d'une équation produit

Algo & Prog

On considère l'équation $(ax+b)(cx+d)=0$ où a, b, c et d sont des nombres réels et a et b sont non nuls.

Écrire un algorithme qui demande à un utilisateur les valeurs de a, b, c et d de l'équation et qui renvoie les solutions de cette équation.

114 Probabilités de tirage

1. Une urne contient des boules jaunes et vertes indiscernables au toucher. Il y a 5 boules vertes.
Combien y a-t-il de boules jaunes sachant que la probabilité d'en tirer une au hasard est égale à 0,8 ?

2. Une urne contient des boules jaunes, vertes et rouges. Il y a deux fois plus de boules vertes que de boules jaunes et 5 boules rouges.
Combien y a t-il de boules jaunes sachant que la probabilité d'en tirer une au hasard est égale à $\frac{5}{16}$?

115 Vrai ou faux ?

Logique

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

a) Pour tout réel x, on a $(x+1)^2-4=(x+5)(x-2)$.
b) Il existe un réel x tel que $x^2+2x=-4x$.
c) Pour tout réel x, on a $(x+3)^2+2x=(x+2)^2+4x+5$.
d) Il existe un réel x tel que $(x+1)(x+2)=3x+1$.
e) Il existe un réel x tel que $\frac{1}{x+1}=\frac{1}{2x+2}$.
f) Pour tout réel x non nul, on a $x+\frac{1}{x}=\frac{x^2+1}{x}$.

116 Pour calculer

Démonstration

1. Effectuer chacun des calculs ci-dessous.
a) $48^2-47^2-46^2+45^2$
b) $82^2-81^2-80^2+79^2$
c) $166^2-165^2-164^2+163^2$
2. Émettre une conjecture.
3. La démontrer.
4. À l'aide de la calculatrice, effectuer le calcul :
$123\,456\,789\,515^2+123\,456\,789\,512^2-[123\,456\,789\,514^2+123\,456\,789\,513^2]$
5. Que penser de la réponse affichée ?

117 Équation bicarrée

On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^4+x^2=6$ (E).
1. Développer $(y-2)(y+3)$.
2. On pose $y=x^2$ dans l'équation (E). Transformer l'équation (E) d'inconnue x en une équation d'inconnue y.
3. Trouver les valeurs possibles de y.
4. En déduire les solutions de l'équation (E).

118 Factorisations

1. Factoriser l'expression $R=(4x-3)^2+28x-21$.

Coup de pouce On remarquera que $28x-21=7(4x-3)$.

2. Factoriser l'expression $S=3(x+2)+x^2+4x+4$.

Coup de pouce On remarquera que $x^2+4x+4=(x+2)^2$.

3. De la même manière, factoriser les expressions suivantes.
$M=(2x+3)(4+5x)+4x+6$
$A=5x-7+(7-5x)^2$
$T=(5x+2)(x+1)+x^2+2x+1$
$H=x^2+6x+9-(2x-3)(x+3)$
$S=(3x+2)(4x-1)+(8x-2)(7x-8)$

Coup de pouce Faire apparaitre un facteur commun à travers une première factorisation.

119 Voyage en train

Physique-Chimie

Pour aller d'une ville A à une ville B distante de 80 km, un train roule en moyenne à 80 km/h sur l'aller. Il doit ensuite revenir dans la ville A.
1. Peut-il faire en sorte que sa vitesse moyenne sur l'aller-retour soit de 100 km/h ? Si oui à quelle vitesse moyenne doit-il rouler au retour ?
2. Peut-il faire en sorte que sa vitesse moyenne sur l'aller-retour soit de 180 km/h ? Si oui à quelle vitesse moyenne doit-il rouler au retour ?
3. La distance entre les deux villes a t-elle de l'influence sur les résultats précédents ?

Vers la 1re

Orientation

120 Spécialité Maths

1. Compléter les pointillés avec un nombre réel :
a) $x^2+4x-12=(x+2)^2-\ldots$
b) Factoriser l'expression trouvée en **a)**.
c) En déduire les solutions de $x^2+4x-12=0$
2. De la même façon, résoudre $x^2-12x+20=0$ puis $x^2-2x+8=0$.

121 STL- STI2D- STMG-ST2S

On appelle racine d'un polynôme un nombre qui annule ce polynôme.
1. Vérifier que 3 est une racine du polynôme $A(x)=x^3-3x^2+x-3$.
2. Déterminer les racines du polynôme $B(x)=(x-3)(x-4)(x-5)$.

Travaux pratiques

Algo & Prog | Chercher, représenter | 40 min

1 Création d'un exerciseur sur les identités remarquables

Remarques

- On rappelle que :
- `random.randint(a,b)` génère un entier aléatoire entre **a** et **b** (toute utilisation de cette commande doit être précédée, au début du programme, de la ligne `import random`).
- pour une variable **x** de type `float` ou `int`, `str(x)` retourne la chaîne de caractère constituée de la valeur de **x**.
- une expression entre guillemets est une chaîne de caractère ;
- on peut concaténer (assembler) deux chaînes de caractères avec le symbole + (par exemple « `bon` »+« `jour` » donne la chaîne de caractères « `bonjour` »).

On considère le début de programme **PYTHON** suivant dont on a numéroté les lignes.

```
1  import random
2
3  A=random.randint(2,6)
4  B=random.randint(2,10)
5
6  a=str(A)+"x"
7  b=str(B)
8
9  expression_facto="("+a+"+"+b+")^2"
10 expression_develo=str(A*A)+"x^2+"+str(2*A*B)+"x+"+str(B*B)

11 print(expression_develo,"est de la forme (a+b)^2")
```

1. a) De quels types sont respectivement les variables **A**, **B**, **a**, **b**, `expression_facto` et `expression_develo` ?

b) À quelle ligne, la valeur d'une variable entière est-elle transformée en chaîne de caractère ?

c) À quelle ligne, la valeur d'une variable entière est-elle transformée en chaîne de caractère puis concaténée avec la lettre x ?

d) Donner les valeurs des variables **a**, **b**, `expression_facto` et `expression_develo` si **A** prend la valeur **2** et **B** prend la valeur **3**.

2. Récupérer le programme TP1_identite_remarquable1et le tester quelques fois.

Exo — Fichiers TICE — Lienmini.fr/maths2-31

3. a) Enregistrer le programme TP1_identite_remarquable1 sous TP1_identite_remarquable2, et modifier les lignes 9 et 10 en `expression_facto = "("+a+"-"+b+")^2"` et `expression_develo = str(A*A)+ "x^2-"+str(2*A*B)+ "x+"+str(B*B)`.

b) Apporter la modification nécessaire au programme TP1_identite_remarquable2 afin qu'il soit cohérent.

4. Aller chercher le programme TP1_identite_remarquable3 pour s'entraîner sur les identités remarquables.

Exo — Fichiers TICE — Lienmini.fr/maths2-32

Chercher, raisonner | 35 min

2 Une autre identité remarquable

1. En utilisant un tableur, comparer les résultats de $x^3 + 3x^2 + 3x$ et $(x + 1)^3$ pour x allant de −10 à 10 avec un pas de 0,5.

2. Conjecturer la formule développée de $(x + 1)^3$.

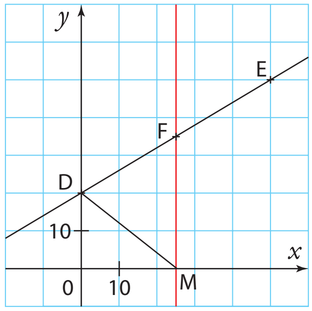
3. Démontrer cette conjecture.

4. Démontrer plus généralement que pour tous nombres réels a et b, on a $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

TICE Chercher, raisonner 45 min

3 À la même distance

On considère la figure ci-contre dans laquelle la droite (DE) est la représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto 20 + 0{,}6x$, M est un point mobile sur l'axe des abscisses dont l'abscisse est positive et F est l'intersection de la perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par M et la droite (DE).



A ▶ Avec un logiciel de géométrie dynamique

On cherche où placer M pour que MD = MF.
Reproduire la figure ci-contre dans un logiciel de géométrie dynamique et conjecturer les coordonnées du point M pouvant répondre au problème.

B ▶ Avec une résolution algébrique

Notons x l'abscisse du point M ($x \geqslant 0$).

1. Exprimer la distance MD et la distance MF en fonction de x et poser l'équation à résoudre pour répondre au problème.

2. L'équation précédente est équivalente à l'équation $400 + x^2 = (20 + 0{,}6x)^2$.
Résoudre cette équation pour déterminer la ou les solutions au problème.

TICE Modéliser, représenter 45 min

4 Pour fabriquer des vases

A ▶ Avec un logiciel de calcul formel

1. Dans le logiciel **Xcas**, saisir `factoriser(2*x^2+5*x+3)`.
Qu'obtient-on ?

2. De même factoriser, si possible, les expressions suivantes.

a) $3x^2 - 14x - 5$

b) $x^2 - 15x + 50$

c) $x^2 - x - 1$

Remarque Un logiciel de calcul formel est un logiciel qui permet de faire des calculs (développer, factoriser, résoudre des équations…) de manière exacte.

B ▶ Application

Un artisan fabrique entre 0 et 60 vases par jour et estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C donnée par $C(x) = x^2 - 10x + 500$.
On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués.
Un vase est vendu 50 euros.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

2. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisée lorsque l'artisan vend 50 vases.

3. Vérifier que le bénéfice, en euros, réalisé par l'artisan est donné par la fonction B dont l'expression est : $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.

4. L'artisan souhaite connaître le nombre de vases à fabriquer et vendre pour obtenir un bénéfice de 364 euros.
Traduire le problème en une équation puis le résoudre en utilisant un logiciel de calcul formel.

En autonomie

1 Développer avec ou sans identité remarquable

QCM

122 Si $x \in \mathbb{R}$, alors $(4 + x)^2$ est égal à :

a $16 + x^2$
b $16 + 4x + x^2$
c $16 + 8x + x^2$
d Aucune des réponses proposées.

123 Si $x \in \mathbb{R}$, alors $(x + 3)(5x^2 - 2)$ est égal à :

a $5x^3 + 15x^2 - 2x - 6$
b $20x^2 - 2x - 6$
c $5x^3 + 8x^2 - 2x - 6$
d Aucune des réponses proposées.

124 Pour tous réels a et b, on a $(a - b)^2$ est égal à :

a $a^2 - b^2$
b $a^2 + b^2 - 2ab$
c $a^2 - 2ab - b^2$
d Aucune des réponses proposées.

125 $(1 + \sqrt{7})^2$ est égal à :

a $8 + \sqrt{7}$
b $8 + 2\sqrt{7}$
c 8
d Aucune des réponses proposées.

126 ✶ Soit $f(t) = (3t + 2)^2 - 9$ pour tout réel t.
1. Développer et réduire $f(t)$.
2. Montrer que $f(t) = (3t - 1)(3t + 5)$.

127 ✶ On considère l'affichage suivant.

```
developper(2*(x-7)²-3)
                              2x² − 28x + 95
```

Justifier cet affichage.

128 ✶✶ Démontrer que $(s - 2t)^2 = s^2 + 4t^2 - 4st$ pour tous réels s et t.

129 ✶✶ Soit $A = \left(\frac{1}{2}x + 4\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$ et $B = \left(8x - \frac{1}{8}\right)^2$.
Développer les expressions de A et B.

130 ✶✶ Soit $f(x) = (x - 6)(x + 6)(2x - 1)$ et $g(x) = 4(x - 3)^2(x - 1)$ pour tout réel x.
Développer et réduire $f(x)$ et $g(x)$.

131 ✶✶ Compléter avec des nombres l'égalité suivante pour qu'elle soit vraie pour tout réel x :
$$(\ldots - 3x)^2 + \ldots = 9x^2 - 24x + 24.$$

2 Factoriser avec ou sans identité remarquable

QCM

132 $64 - 4x^2$ est égal à :

a $(8 - 2x)(8 + 2x)$
b $(8 - 2x)^2$
c $(64 - 2x)(64 - 2x)$
d Aucune des réponses proposées.

133 $(2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)(7 + 2x)$ est égal à :

a $(2x + 3)(12 + x)$
b $(2x + 3)(12 - 3x)$
c $(2x + 3)(-2 + x)$
d Aucune des réponses proposées.

134 $9 + 6x + x^2$ est égal à :

a $(x + 3)^2$
b $(3x + 1)^2$
c $(3 - x)(3 + x)$
d Aucune des réponses proposées.

135 $4x^2 - 5$ est égal à :

a $(2x + \sqrt{5})(2x - \sqrt{5})$
b $(2x + 5)(2x - 5)$
c $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$
d Aucune des réponses proposées.

136 ✶ Factoriser :
a) $6a^3 - 7a^2 + 3a$. **b)** $25x^2 - 20x + 4$.

137 ✶ Soit $f(x) = (x + 5)^2 - 9$ et $g(x) = 3x(6 - 2x) + 3x(3x + 5)$ pour tout réel x.
Factoriser les expressions suivantes.
a) $f(x)$. **b)** $g(x)$.

138 ✶ Factoriser l'expression $A = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x$

139 ✶✶ Soit $A = \frac{1}{9}x^2 - 1$ et $B = x^2 + \frac{1}{16} + \frac{1}{2}x$
Factoriser les expressions A et B.

140 ✶✶ Factoriser les expressions suivantes.
a) $4xy + 6x^2y^2 + 7xy^3$
b) $(x + 1)(x + 3) + 2x + 2$

141 ✶✶ Soit $f(x) = (3x + 4)^2 - (4x - 2)^2$.
1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.

3 Calculer avec des expressions fractionnaires

QCM

142 $5+\dfrac{7}{x+6}$ est égal à :

a $\dfrac{12}{x+6}$

b $\dfrac{5x+37}{x+6}$

c $\dfrac{5x+13}{x+6}$

d Aucune des réponses proposées.

143 Pour $x \neq 0$, $\dfrac{10x^2-3x}{x}$ est égal à :

a $10x-3x$

b $10x^2-3$

c $10x-3$

d Aucune des réponses proposées.

144 ✶ Soit $f(x)=\dfrac{2x}{3x+1}+5$ pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.
Mettre $f(x)$ sous la forme d'un quotient.

145 ✶ Simplifier $\dfrac{x+8}{2x}\times\dfrac{x}{x+4}$.

146 ✶✶ Montrer que $\dfrac{3x+1}{x+1}-\dfrac{4x}{2x+2}$ est égal à une constante pour tout réel x différent de -1.

147 ✶✶ Soit $f(x)=\dfrac{5}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}$ pour tout réel x différent de -1 et -2.
Mettre $f(x)$ sous la forme d'un quotient.

4 Résoudre algébriquement des équations

QCM

148 Dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2=10$:

a a pour solution 5.

b a pour solutions -5 et 5.

c a pour solutions $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$.

d n'a pas de solution.

149 Dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2+5=0$:

a a pour solution -5.

b a pour solution $\sqrt{5}$.

c a pour solution $-2{,}5$.

d n'a pas de solution.

150 Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\dfrac{2x+4}{x-1}=0$:

a a pour solution -2.

b n'a pas de solution.

c a pour solutions -2 et 1.

d a pour solution 1.

151 Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\dfrac{1}{x}=9$:

a n'a pas de solution.

b a pour solution -9.

c a pour solution $\dfrac{1}{9}$.

d a pour solution 9.

152 ✶ Soit $A=(t-4)(5t-7)$.
Pour quelle valeur de t, l'expression A s'annule-t-elle ?

153 ✶ Résoudre $\dfrac{x+4}{x}=2$ dans $\mathbb{R}$.

154 ✶ Résoudre $(3x+3)(x-4)(76-2x)=0$ dans $\mathbb{R}$.

155 ✶✶ On considère la fonction f définie par $f(x)=x^2-5$ pour tout réel x.

1. Résoudre $f(x)=4$.

2. Déterminer les antécédents de 0 par f.

156 ✶✶ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x+4)^2=121$.

157 ✶✶ On considère la fonction f définie par $f(x)=4x^2-2x$ pour tout réel x.
Résoudre :

a) $f(x)=0$.

b) $f(x)=-\dfrac{1}{4}$.

158 ✶✶ ABCD est un rectangle tel que AD = AB + 4
Déterminer la (les) longueur(s) possible(s) de [AB] pour que l'aire de ABCD soit égale à 12.

Coup de pouce On pourra utiliser l'affichage suivant.

factoriser $(l^2+4l-12)$

$(l-2)(l+6)$

PARTIE
3

Géométrie

Au moment des crues du Nil, les Égyptiens utilisaient la géométrie pour calculer l'impôt que chacun devait payer.

Euclide
(vers 325 av. J.-C. – vers 265 av. J.-C.)

Euclide est l'auteur des *Éléments* dans lequel il présente des théorèmes et leurs démonstrations en se basant sur des axiomes et des postulats. Il donne son nom à la géométrie euclidienne.
↳ Dicomaths p. 349

René Descartes
(1596 – 1650)

Pour Descartes, les objets se représentent par des équations ou des inéquations, avec le choix d'un repère dans lequel les objets ont des coordonnées, ce qui conduit à la géométrie analytique.
↳ Dicomaths p. 349

Mon parcours du collège au lycée

Au collège, j'ai appris à me repérer sur une droite graduée, dans le plan ou dans l'espace. J'ai défini les notions d'abscisse, d'ordonnée, d'altitude, de latitude et de longitude. J'ai étudié les polygones (triangles, quadrilatères) et les cercles, les théorèmes de Thalès et de Pythagore, ainsi que le parallélisme et la perpendicularité.

En 2de, je vais apprendre à résoudre des problèmes de géométrie repérée et je vais découvrir la notion de vecteur. Je vais également apprendre à représenter et à caractériser les droites du plan.