1 Utiliser la notation des intervalles

↪ Cours 1 p. 72

1. Le nombre 6,3 appartient-il à l'intervalle [4 ; 10,5] ?

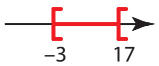
2. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x tels que $-3 \leqslant x < 17$.

3. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x tels que x est supérieur ou égal à $\frac{1}{5}$.

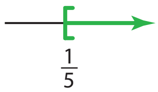
Solution

1. $6{,}3 \in [4 \,;\, 10{,}5]$ car 6,3 est compris entre 4 et 10,5.

2. L'intervalle correspondant est $[-3 \,;\, 17[$. 1 et 2



3. L'intervalle correspondant est $\left[\frac{1}{5} \,;\, +\infty\right[$. 1 2 3



Conseils & Méthodes

1 Faire un schéma pour imaginer l'intervalle.

2 Bien repérer si les bornes sont incluses ou exclues pour adapter l'orientation des crochets.

3 Les crochets sont ouverts (vers l'extérieur) pour les infinis.

À vous de jouer !

1 **1.** Le nombre 3,1 appartient-il à l'intervalle [0 ; 3] ?
2. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels compris entre 2 inclus et 4 inclus.

2 **1.** Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x tels que $-3 < x < 14$.
2. Le représenter sur une droite graduée.

↪ Exercices 30 à 38 p. 78

2 Déterminer une intersection ou une réunion d'intervalles

↪ Cours 1 p. 72

Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles suivants.

a) $[-4 \,;\, 5]$ et $[0 \,;\, 10]$ **b)** $]0 \,;\, 5]$ et $[-2 \,;\, 3]$ **c)** $[0 \,;\, 4]$ et $[6 \,;\, 8[$

Solution

a) Schématiquement, on a : 1

L'intersection des deux intervalles est l'ensemble des nombres qui appartiennent à $[-4 \,;\, 5]$ **et** à $[0 \,;\, 10]$: on a $[-4 \,;\, 5] \cap [0 \,;\, 10] = [0 \,;\, 5]$. 2

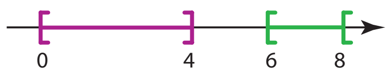
La réunion des deux intervalles est l'ensemble des nombres qui appartiennent à $[-4 \,;\, 5]$ **ou** à $[0 \,;\, 10]$: on a $[-4 \,;\, 5] \cup [0 \,;\, 10] = [-4 \,;\, 10]$. 3

b) Schématiquement, on a 1 :

On obtient $]0 \,;\, 5] \cap [-2 \,;\, 3] =]0 \,;\, 3]$. 2 4

On obtient $]0 \,;\, 5] \cup [-2 \,;\, 3] = [-2 \,;\, 5]$. 3

c) Schématiquement, on a 1 :



On obtient $[0 \,;\, 4] \cap [6 \,;\, 8[= \varnothing$ car il n'y a pas de nombre commun aux deux intervalles. 2

La réunion $[0 \,;\, 4] \cup [6 \,;\, 8[$ ne peut pas être écrite d'une manière simplifiée.

Conseils & Méthodes

1 On peut faire un schéma pour s'aider.

2 L'intersection est l'ensemble des nombres en commun aux deux intervalles : on prend donc l'ensemble de ceux qui sont surlignés par les deux couleurs.

3 La réunion est l'ensemble des nombres qui appartiennent à au moins l'un des deux intervalles : on prend donc l'ensemble de ceux qui sont surlignés par l'une au moins des deux couleurs.

4 0 n'est ici pas dans l'intersection car exclu de]0 ; 5] en rouge.

À vous de jouer !

3 Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles $[-10 \,;\, 5]$ et $[4 \,;\, 12]$.

4 Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles.
a) $[10 \,;\, 20[$ et $[0 \,;\, 15[$ **b)** $[0 \,;\, 8[$ et $]9{,}5 \,;\, 10]$.

↪ Exercices 36 à 38 p. 78

Exo Versions interactives Lienmini.fr/maths2-06

3 Manipuler des inégalités

Cours 2 p. 73

1. Soit x un nombre réel tel que $x > 4$. Que peut-on dire de $x + 6$ et $\frac{x}{2}$?

2. Soit a un nombre réel tel que $2 < a \leqslant 9$. Donner un encadrement de $-3a$.

Solution

1. En ajoutant 6 à chaque membre de l'inégalité, on obtient $x + 6 > 4 + 6$, c'est-à-dire $x + 6 > 10$ **1**

En divisant par 2 chaque membre, on obtient $\frac{x}{2} > \frac{4}{2}$, c'est-à-dire $\frac{x}{2} > 2$ **2**

2. En multipliant par -3 chacun des membres des inégalités de départ ($2 < a$ et $a \leqslant 9$), on obtient $2 \times (-3) > -3a \geqslant 9 \times (-3)$, c'est-à-dire $-6 > -3a \geqslant -27$ **3**

Conseils & Méthodes

1 Ajouter un même nombre à chaque membre ne change pas le sens.

2 Diviser par un même nombre strictement positif chaque membre ne change pas le sens.

3 Multiplier par un même nombre strictement négatif chaque membre change le sens.

À vous de jouer !

5 Soit $t \geqslant 10$. Que peut-on dire de $2{,}5t$ et $t - 7$?

6 Sachant que $-4 < x < 0$, donner un encadrement de $\frac{x}{4}$ et $x + 12$.

Exercices 39 à 45 p. 79

4 Résoudre une inéquation du 1er degré

Cours 2 p. 73

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

a) $4x - 8 < 16$ **b)** $-3x - 9 \leqslant 1$ **c)** $6x + 2 \geqslant 5x - 5$

Solution

a) On a **1** :

$4x - 8 < 16 \xrightarrow{+8} 4x < 16 + 8$

$4x < 24 \xrightarrow{\div 4} x < \frac{24}{4}$ **2**

$x < 6$

Donc $\mathcal{S}$ est $=]-\infty\,;6[$.

b) On a **1** :

$-3x - 9 \leqslant 1 \xrightarrow{+9} -3x \leqslant 1 + 9$

$-3x \leqslant 10 \xrightarrow{\div(-3)} x \geqslant \frac{10}{-3}$ **3**

$x \geqslant -\frac{10}{3}$

Donc $\mathcal{S} = \left[-\frac{10}{3}\,;+\infty\right[$.

c) On a **1** :

$6x + 2 \geqslant 5x - 5 \xrightarrow{-2} 6x \geqslant 5x - 5 - 2$

$6x \geqslant 5x - 7 \xrightarrow{-5x} 6x - 5x \geqslant -7$

$x \geqslant -7$

Donc $\mathcal{S} = [-7\,;+\infty[$.

Conseils & Méthodes

1 Pour résoudre une inéquation du 1er degré on applique les mêmes techniques que pour la résolution d'une équation du 1er degré associées aux règles de manipulation des inégalités.

2 4 est positif donc le sens de l'inégalité ne change pas lors de la division par 4.

3 -3 est négatif donc le sens de l'inégalité change lors de la division par -3.

À vous de jouer !

7 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $5x + 7 \leqslant 27$.

8 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-3x - 12 \geqslant 24$.

9 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

a) $4x + 7 > -25$ **b)** $2x < 5x + 3$ **c)** $8x - 5 < 2x + 19$

Exercices 49 à 54 p. 79

5 Comparer deux expressions par leur différence

Cours 2 p. 73

On considère les expressions A = $50x + 10$ et B = $25x - 115$ pour tout nombre réel x.
Comparer les expressions de A et B suivant les valeurs de x.

Solution

On calcule A – B puis on compare par rapport à 0. 1 2

On a $A - B = 50x + 10 - (25x - 115) = 50x + 10 - 25x + 115 = 25x + 125$.

$A > B \Leftrightarrow A - B > 0 \Leftrightarrow 25x + 125 > 0 \Leftrightarrow 25x > -125 \Leftrightarrow x > -\frac{125}{25}$

$\Leftrightarrow x > -5$. Le résultat de A est donc supérieur à celui de B si $x > -5$.

$A < B \Leftrightarrow A - B < 0 \Leftrightarrow 25x + 125 < 0 \Leftrightarrow 25x < -125 \Leftrightarrow x < -\frac{125}{25}$

$\Leftrightarrow x < -5$. Le résultat de A est donc inférieur à celui de B si $x < -5$.

$A = B \Leftrightarrow A - B = 0 \Leftrightarrow 25x + 125 = 0 \Leftrightarrow 25x = -125 \Leftrightarrow x = -\frac{125}{25}$

$\Leftrightarrow x = -5$. Le résultat de A est donc égal à celui de B si $x = -5$.

Conseils & Méthodes

1 Comparer des quantités signifie de dire si la première quantité est supérieure, inférieure, égale à la deuxième et si besoin de préciser pour quelle(s) valeur(s) de l'indéterminée x elle l'est.

2 Pour comparer les expressions de A et B on peut s'appuyer sur les règles suivantes :

$A > B \Leftrightarrow A - B > 0$

$A < B \Leftrightarrow A - B < 0$

$A = B \Leftrightarrow A - B = 0$

À vous de jouer !

10 Comparer les expressions de :
$C = 4x + 9$ et $E = -x + 44$ pour tout nombre réel x.

11 Comparer les expressions de :
$R = 15 - 2a$ et $S = a + 14$ pour tout nombre réel a.

Exercices 55 à 60 p. 79

6 Modéliser un problème par une inéquation

EPS

Cours 2 p. 73

Leila s'est inscrite auprès d'un club nautique pour louer du matériel pendant un an afin de faire des sorties en rivière. L'inscription lui a coûté 22 euros et la location d'un kayak lui revient à 2,80 euros par heure. Leila a un budget de 120 euros pour l'année. Quel nombre d'heures peut-elle prévoir pour ses sorties ?

Solution

On pose x le nombre d'heures que peut prévoir Leila.

On sait que x est un nombre d'heures donc x est un nombre réel positif. 1

De plus, d'après l'énoncé, le prix payé pour x heures est donné par la formule $22 + x \times 2{,}80 = 22 + 2{,}8x$. 2

On peut donc modéliser ce problème par l'inéquation $22 + 2{,}8x \leqslant 120$ d'après la contrainte de budget maximal. On résout alors cette inéquation :

$22 + 2{,}8x \leqslant 120 \Leftrightarrow 2{,}8x \leqslant 120 - 22 \Leftrightarrow 2{,}8x \leqslant 98 \Leftrightarrow x \leqslant \frac{98}{2{,}8} \Leftrightarrow x \leqslant 35$

Leila peut donc prévoir jusqu'à 35 heures de sortie en kayak.

Conseils & Méthodes

1 Comme on recherche un nombre d'heures, on sait que celui-ci doit être positif : il faut parfois bien analyser au préalable les valeurs possibles pour x.

2 Comme la contrainte est sur le budget, on exprime le prix payé en fonction de x.

À vous de jouer !

12 Dans une boulangerie, Roman veut acheter autant de croissants que de pains au chocolat. Un croissant est vendu 1,10 euros et un pain au chocolat est vendu 1,35 euros. Avec 30 euros, combien Romain peut-il acheter de viennoiseries au total ?

13 Un rectangle est tel que sa longueur est 7 cm plus grande que sa largeur.
Comment doit être la largeur pour que le périmètre du rectangle soit supérieur ou égal à 41 cm ?

Exercices 61 à 64 p. 80

Exercices d'application

Apprendre à apprendre

14 Écrire, de mémoire, tous les symboles mathématiques définis dans ce chapitre et donner leur signification. Demander à un camarade de vous les faire réciter.

15 **1.** Écrire trois inéquations que vous avez apprises à résoudre dans ce chapitre.
2. Les faire résoudre par un camarade.
3. Vérifier les solutions obtenues.

Questions - Flash

Diapo Diaporama Ressource professeur

16 Donner trois nombres appartenant à l'intervalle [8,5 ; 9,5].

17 Dire si chacun des nombres suivants appartient ou non à l'intervalle [4 ; 10[.
a) 4 **b)** – 5
c) 6,65 **d)** 10

18 Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x tels que $4 < x \leqslant 15$.

19 Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels tels x que $x < 0{,}1$.

20 Le nombre 3,2 appartient-il à l'intersection de [–3 ; 3,5] et]3,1 ; 3,8] ?

21 On considère un carré de côté c.
Exprimer son périmètre en fonction de c.

22 Un objet est vendu 5 euros. Soit q le nombre d'objets vendus. Exprimer la recette $R(q)$ en fonction de q.

23 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x + 5 < 8$.

24 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2x + 1 < 9$.

25 Si $a < 0$, que peut-on dire de :
a) $3a$? **b)** $a + 6$?
c) $-100a$? **d)** $2a + 1$?

26 Si $0 < x < 5$, donner un encadrement de :
a) $2x$ **b)** $x + 6$
c) $x - 3$ **d)** $-5x$

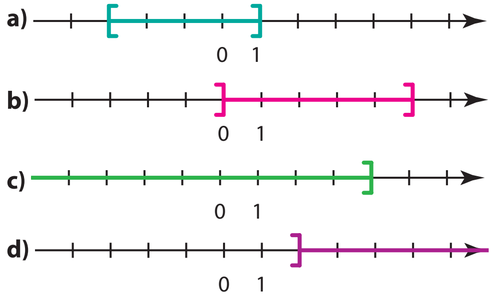
27 Le périmètre d'un rectangle de largeur $\ell = 5{,}5$ et de longueur inconnue L ne doit pas dépasser 30. Modéliser ce problème par une inéquation.

28 Calculer les valeurs absolues de $\frac{1}{2}$, $-\pi$ et 6,75.

29 Calculer $|6| - |-7|$.

Intervalles

30 On considère des droites graduées sur lesquelles on a marqué des ensembles de nombres.
Donner l'intervalle correspondant.



31 Représenter sur une droite graduée et décrire, à l'aide d'un intervalle, chacun des ensembles de nombres réels x tels que :
a) $0 \leqslant x \leqslant 3$ **b)** $-2 < x < 1$
c) $x \leqslant 9$ **d)** $x > -3{,}5$

32 Représenter sur une droite graduée chacun des intervalles suivants.
a)]1 ; 6] **b)** [–0,5 ; 3,2]
c)]–∞ ; 2] **d)** [0 ; +∞[

33 Écrire les inégalités vérifiées par les réels x pour chacun des cas suivants.
a) $x \in [0 ; 1{,}2]$ **b)** $x \in \left]-\frac{5}{3} ; 3\right]$
c) $x \in [4{,}73 ; +\infty[$ **d)** $x \in]-\infty ; 0[$

34 Recopier et compléter par $\in$ et $\notin$.
a) 1,4 **…** [0 ; 7] **b)** $-\pi$ **…**]–3 ; –1[
c) 6 **…** $\left[\frac{7}{3} ; +\infty\right[$ **d)** –3 **…**]–∞ ; –3,5[

35 Sans calculatrice, dire si $\frac{2}{3}$ appartient aux intervalles suivants.
a) $\left[0 ; \frac{4}{5}\right]$ **b)** $\left[\frac{3}{5} ; 1\right]$ **c)** $\left[\frac{1}{3} ; \frac{2}{5}\right]$

36 Soit I = [–6 ; 8] et J =]2 ; 100[.
Dire si chacun des nombres suivants appartient à I, à J, à I ∩ J, à I ∪ J.
a) –10 **b)** –6 **c)** –0,5 **d)** 2
e) 8,1 **f)** 99,9 **g)** 1 000 **h)** 0

37 Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles suivants.
a) [20 ; 25[et [14 ; 21[**b)**]–∞ ; 7,5] et [10 ; 22]
c)]–1 ; +∞[et]–∞ ; 1[**d)**]0 ; 1] et [0,5 ; 0,7]

38 Simplifier, lorsque c'est possible, l'écriture des ensembles suivants.
a) [–1 ; 3,5] ∩ [1,7 ; 7] **b)**]–∞ ; –π] ∪ [–3π ; π[
c) [–7,1 ; 2] ∩ [2 ; +∞[**d)** [–5 ; 0] ∪ [3 ; +∞[

Inégalités

39 Soit x un réel tel que $x \leqslant 1\,000$.
Que peut-on en déduire pour :
a) $1{,}5x$? **b)** $\dfrac{x}{50}$? **c)** $-\dfrac{1}{10}x$? **d)** $x - 30$?

40 Soit $m \in [-\infty\ ;\ 4]$. Que peut-on en déduire pour $3m$ et $2m - 1$?

41 Soit x un nombre réel tel que $2 \leqslant x \leqslant 4$.
Donner un encadrement des expressions suivantes.
a) $x - 10$ **b)** $1{,}5x$ **c)** $x + 15$ **d)** $-4x$

42 Soit a un nombre réel tel que $-3 \leqslant a \leqslant 1{,}5$.
Donner un encadrement des expressions suivantes.
a) $a + 5$ **b)** $2a$ **c)** $\dfrac{a}{3}$
d) $2a - 8$ **e)** $-4a + 1$ **f)** $\dfrac{a+3}{2}$

43 Soit t un nombre réel tel que $3 < t$.
Que peut-on dire du résultat des expressions suivantes ?
a) $2t + 1$ **b)** $-3t$ **c)** $-\dfrac{t}{2}$ **d)** $6 - t$

44 On sait que $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.
Sans calculatrice, donner un encadrement des nombres suivants.
a) $2\sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{2} - 0{,}5$ **c)** $\sqrt{2} + 3$ **d)** $5 - 2\sqrt{2}$

45 **1.** Marco affirme qu'il a une somme S entre 100 et 160 euros sur un compte en banque.
Ses parents rajoutent 30 euros sur ce compte. Que peut-il affirmer maintenant ?
2. Marco dépense 80 euros pour acheter un vélo d'occasion. Que peut-il dire de la somme restant sur son compte ?

Équations du 1er degré AP

46 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $x - 7 = 4$ **b)** $2x = 13$ **c)** $9 - x = 5$ **d)** $4x = 0$

47 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $3x + 5 = 4x - 7$ **b)** $2x - 9 = 8x + 3$
c) $-2x + 3 = 3x - 1$ **d)** $5 - 2x = x$
e) $1 + \dfrac{3}{10}x = 4 - \dfrac{2}{5}x$ **f)** $x^7 + 3x - 2 = 7x + 4 + x^7$

48 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $4x - 5 = 9x + 4$ **b)** $\dfrac{5}{4}x = \dfrac{25}{16}$
c) $x^2 + 3 - x = x^2 + 10x - 7$ **d)** $5x = 5(x - 2) + 3$
e) $\dfrac{1}{2} + 4x = 5 - \dfrac{6}{7}x$ **f)** $(x - 7)^2 = (x + 4)^2$

Inéquations du 1er degré

49 Recopier et compléter la résolution de l'inéquation $2x + 8 < 100$.

$2x + 8 < 100$
-8 -8
$\ldots < \ldots$
$2x < \ldots$
$\div 2$ $\div 2$
$\ldots\ \ldots\ \ldots$
$x < \ldots$

50 On considère l'inéquation $-4x - 40 > 60$ d'inconnue réelle x.
En écrivant les opérations effectuées à chaque étape sur les deux membres, résoudre cette inéquation.

Coup de pouce On peut utiliser la méthode employée dans l'exercice précédent.

51 Même exercice que le précédent pour les inéquations suivantes.
a) $4x + 5 \leqslant -x + 100$ **b)** $x - 10 \leqslant 4x + 23$

52 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.
a) $2x + 2 \leqslant 10$ **b)** $4x + 5 < -25$
c) $-2x + 6 \leqslant 0$ **d)** $-3x - 7 \geqslant 101$

53 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.
a) $3x + 2 \leqslant x - 14$ **b)** $-2x - 5 > 4x + 31$
c) $9x + 19 \leqslant -x + 51$ **d)** $-3x + 5 < -x + 17$

54 Donner, sous forme d'intervalle, l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.
a) $2(x + 1) - 7x > 5 - x$ **b)** $4x + 5 \leqslant 3(x - 1) + 3$
c) $3(x + 4) > 0$ **d)** $\dfrac{x-5}{2} \leqslant 0$

Comparaison

55 Soit les expressions $A = 45 + 5x$ et $B = 1\,000 - 5x$.
Comment faut-il choisir x pour que le résultat de A soit supérieur au résultat de B ?

56 Comparer les expressions $5 + 2x$ et $x + 9$ pour tout nombre réel x.

57 Comparer $9 + \dfrac{1}{2}x$ et 1 pour tout nombre réel x.

58 Comparer $A = -6x + 150$ et 0 pour tout nombre réel x.

59 Comparer $A = 4x + 5$ et 0 pour tout nombre réel x.

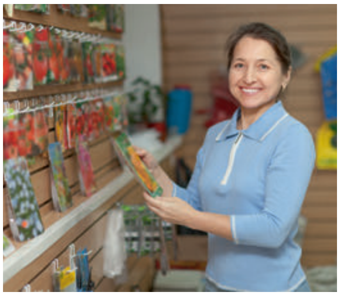
60 Comparer $-2t + 9$ et $-2t + 3$ pour tout nombre réel t.

Modélisation

61 Yanis veut délimiter une parcelle rectangulaire de pelouse avec des bordures en bois.
Il a les contraintes suivantes.
- La longueur est de 5 mètres plus grande que la largeur.
- Yanis dispose de 120 mètres de bordures au maximum et souhaite trouver toutes les largeurs possibles.

Modéliser ce problème par une inéquation.

62 Assia a acheté des graines de carottes à 2,90 euros pour les semer dans son jardin. Elle compte revendre quelques kilos de carottes à ses amis au prix de 1,50 euros le kilo. Elle cherche à connaître le nombre de kilos qu'elle doit vendre pour faire un bénéfice de 25 euros.

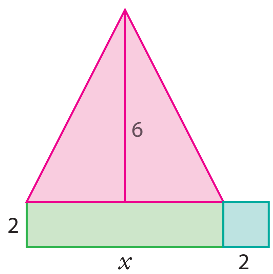


1. En notant x le nombre de kilos de carottes à vendre, modéliser le problème par une inéquation.
2. Résoudre le problème.

63 Rémi a gagné au loto : il a le choix entre deux lots :
- une somme de 100 000 euros puis 1 400 euros par mois à vie.
- une somme de 5 000 euros puis 2 000 euros par mois à vie.

Il cherche à savoir au bout de combien de mois écoulés la deuxième offre devient plus intéressante.
1. En notant x le nombre de mois, modéliser le problème par une inéquation.
2. Résoudre le problème.

64 On considère la figure ci-contre.
Les longueurs sont en cm.
On souhaite que l'aire de cette figure dépasse 50 cm².
Modéliser ce problème par une inéquation puis le résoudre.



Valeurs absolues

65 Calculer.

a) $|-4|$ **b)** $|3{,}8|$ **c)** $\left|-\dfrac{100}{3}\right|$

d) $|5-6|$ **e)** $|\sqrt{17}-2|$ **f)** $|2-\sqrt{17}|$

66 Sans calculatrice, simplifier :

a) $|4|+|-3|$ **b)** $|1{,}2|-|-1{,}2|$

c) $\dfrac{|5-8|-3}{2}$ **d)** $2|4-10|+|7-5|$

67 **1. a)** Sur une droite graduée, placer les nombres 5 et $\dfrac{1}{3}$.
b) Calculer la distance entre 5 et $\dfrac{1}{3}$.
2. Reprendre la question **1.** avec 3 et $-\dfrac{4}{5}$.
3. Reprendre la question **1.** avec -1 et $-\dfrac{4}{5}$.

68 À l'aide d'une valeur absolue, écrire la distance entre :

a) $\dfrac{125}{3}$ et 2 **b)** $\sqrt{2}$ et 5

c) -5 et $\dfrac{12}{5}$ **d)** π et 4

69 Sans calculatrice, simplifier :

a) $|5-\pi|$ **b)** $\left|8-\dfrac{2}{3}\right|$ **c)** $\left|2-\dfrac{9}{2}\right|$

d) $|-1-8|$ **e)** $|-5-\pi|$ **f)** $\left|\dfrac{1}{2}+6\right|$

70 De la même façon que $|x-3|$ représente la distance entre le nombre réel x et 3, exprimer en termes de distance :

a) $|x-100|$ **b)** $\left|x-\dfrac{1}{3}\right|$

c) $|x+5|$ **d)** $|1{,}35-x|$

e) $|-7-x|$ **f)** $|\pi-x|$

71 Nelson dit que $\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$ pour tout nombre réel x.
A-t-il tort ou raison ?

Calculs et automatismes

72 Développer et réduire les expressions suivantes.
$A=5(x+7)+3(4+x)$
$B=2(3x-3)-4x$
$C=-4(2x-6)-(3x+2)$
$D=5(5-2x)-6(x-1)$

73 Sans calculatrice, effectuer les calculs suivants.

a) $\left|\dfrac{125}{4}\times\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{2}\right|$ **b)** $\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}}{\left|1+\dfrac{1}{3}\right|}$

Exercices d'entraînement

Avec des intervalles

74 Utiliser les intervalles (on pourra utiliser le symbole de réunion) pour décrire, si possible, les ensembles de nombres x tels que :

a) $x < 1$ et $x \geqslant -3$ **b)** $x \leqslant -2$ ou $x > 1$
c) $x \leqslant 3{,}5$ ou $x < -1$ **d)** $x \geqslant \pi$ et $x \leqslant 3$

75 Les propositions conditionnelles suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Logique**

a) Si $\frac{1}{4} < x$ alors $0{,}2 < x$
b) Si $x < \pi$ alors $x < 3{,}1$
c) Si $x \in [0{,}8 ; 2]$ alors $x \in [0{,}7 ; 1]$
d) Si $x \in \left[\frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right]$ alors $x \in [0 ; 1]$

76 On considère le programme suivant. **Algo & Prog**

```
x=float(input("Saisir une valeur de x:"))
if x<=-1 or x>=3:
    print("Gagné!")
else:
    print("Perdu...")
```

1. Donner l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche `Gagné!`
2. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche `Gagné!` si le nombre appartient à $]-\infty ; 4[\cup]5 ; +\infty[$ et `Perdu...` sinon.
3. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche `Gagné!` si le nombre appartient à $[0 ; 4[$ et `Perdu...` sinon.

77 L'amplitude (ou la longueur) d'un intervalle $[a ; b]$ où a et b sont deux nombres réels est l'écart entre les deux bornes, c'est-à-dire la valeur de $b - a$.
1. Donner les amplitudes des intervalles suivants.

a) $[5 ; 100]$ **b)** $\left[1 ; \frac{4}{3}\right]$
c) $\left[2 - \frac{1}{3} ; 2 + \frac{1}{3}\right]$ **d)** $\left[5 - \frac{1}{n} ; 5 + \frac{1}{n}\right]$ où $n \in \mathbb{N}^*$

2. Donner un intervalle d'amplitude 0,1 contenant $\sqrt{2}$.
3. Donner un encadrement entre deux décimaux d'amplitude 10^{-2} contenant π.

Inégalités et comparaison

78 Soit x un nombre réel tel que $0 \leqslant x \leqslant 12$.
À quel intervalle appartient le résultat de chacune des expressions suivantes ?

a) $\frac{2x+8}{5}$ **b)** $4x$ **c)** $\frac{8-x}{2}$ **d)** $10 - 0{,}2x$

79 m est un nombre dont une valeur approchée à 10^{-2} près est 10,54.
1. Donner un encadrement de m à l'aide de deux nombres ayant trois chiffres après la virgule.
2. En déduire un encadrement de $1\,000\,m$.

80 **1.** Calculer la valeur exacte du périmètre p d'un cercle de rayon 10 m.
2. Donner un encadrement de p en utilisant l'encadrement :
a) $3{,}1 < \pi < 3{,}2$ **b)** $3{,}1415 < \pi < 3{,}1416$.
3. Quel encadrement de π faut-il prendre pour obtenir p avec une précision de 1 cm ?

81 En 2018, pour Mme Lucas dont le revenu brut global R appartient à l'intervalle [27 086 ; 72 617] (en euros), le montant de l'impôt est donné par la formule :

$$I = 0{,}3R - 5\,706{,}74$$

Donner un encadrement du montant de l'impôt de Mme Lucas.

82 Théo **Physique Chimie**
roule à une vitesse comprise entre 15 et 17 km/h sur son vélo
Quelle distance peut-il avoir parcourue en 3 h 30 min ?

83 Un conducteur ohmique **Physique Chimie**
de résistance $R = 40\ \Omega$ est traversé par un courant électrique d'intensité $I = 90$ mA mesurée à 1 % près.
Que peut-on dire de la tension U aux bornes du conducteur ohmique sachant que $U = RI$ (où U est en volts, Ω en ohms et I en ampères) ?

Démonstration

84 **1.** On considère deux nombres réels a et b tels que $a < b$.
a) Calculer $(b + c) - (a + c)$ et comparer le résultat à 0.
b) Recopier et compléter par $<$ ou $>$.

On a donc $a + c$ **...** $b + c$

2. On considère deux nombres réels a et b tels que $a < b$ et un nombre réel $k > 0$.
a) En observant que $kb - ka = k(b - a)$, que peut-on dire du signe (positif ou négatif) de $kb - ka$?
b) Recopier et compléter par $<$ ou $>$.

On a donc ka **...** kb

3. D'une manière analogue à la question **2.**, montrer que si $a < b$ et $k < 0$ alors $ka > kb$.

85 Soit a et b deux nombres réels tels que $a < 7$ et $b < 8$.
Que peut-on en déduire pour :
a) $a + b$? **b)** $2a + b$? **c)** $a + 3b$?

Coup de pouce Utiliser la propriété :
si a, b, c et d sont quatre nombres réels tels que $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.

86 Soit x et y deux nombres réels tels que $1{,}4 \leqslant x \leqslant 3{,}2$ et $0 \leqslant y \leqslant 1$. Que peut-on en déduire pour :
a) $x + y$? **b)** $x + 3y$? **c)** $x - y$? **d)** $2x - 3y$?

87 La largeur ℓ et la longueur L d'un rectangle sont telles que $2,4 \leqslant \ell \leqslant 2,5$ et $5,54 \leqslant L \leqslant 5,56$.

1. Donner un encadrement du périmètre p de ce rectangle.

2. Donner un encadrement de p entre deux nombres décimaux ayant une décimale.

88 **1.** A, B et C sont trois nombres strictement positifs tels que A > B > C. Comparer :

a) $\frac{A}{B}$ et 1 **b)** $\frac{C}{B}$ et 1.

2. a) Comparer $3\sqrt{2} + 4$ et 7 sachant que $\sqrt{2} > 1$.

b) $\frac{3\sqrt{2}+4}{7}$ est-il supérieur à 1 ?

3. x est un nombre réel supérieur ou égal à 1.

Que peut-on dire de $\frac{2x+3}{2x+7}$ par rapport à 1 ?

89 On considère les deux programmes suivants. **Algo & Prog**

```
Programme 1
t=float(input("Saisir t : "))
y=4*t
x=y+2
print(x)
```

```
Programme 2
t=float(input("Saisir t : "))
r=t+6
x=0.5*r
print(x)
```

Comparer les résultats affichés selon les valeurs de t si on rentre la même valeur de t dans les deux programmes.

90 **1.** Quel est le signe (positif ou négatif) de x^2 suivant les valeurs de x ?

2. Comparer $2 + x + x^2$ et $1 + x$.

Inéquations du 1er degré et problèmes

91 Donner, sous forme d'intervalle, l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.

a) $\frac{5}{2}x + 4 > x + 6$ **b)** $\frac{14}{3}x \leqslant 2x - \frac{1}{3}$

c) $\frac{7}{9}x + 4 \geqslant \frac{1}{3}x - 3$ **d)** $-\frac{1}{2}x - 1 < \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}$

92 Éléonore dit qu'elle a trouvé des nombres solutions de l'inéquation $4x + \frac{1}{2} > 4(x+5) + 1$.

Qu'en pensez-vous ?

93 Samy dit que tous les nombres réels sont solutions de l'inéquation $-3x + 7 \geqslant 5 - 3x$.

Qu'en pensez-vous ?

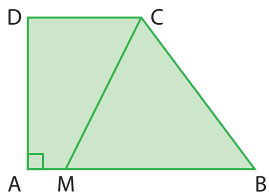
94 Donner l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.

a) $3x + 5 \leqslant 4 + 3x$ **b)** $5x - 2 > 5(x-3) + 1$.

95 Le cours d'une action a augmenté de 30 % en un an. Elle vaut maintenant 162,5 euros. Combien valait-elle un an auparavant ?

96 Les légionnaires romains, sur le champ de bataille, se disposaient en carré pour une plus grande efficacité. La compagnie de Brutus était telle que si elle avait comporté 36 hommes de plus, le carré ainsi formé aurait eu 2 rangées de plus. Combien d'hommes comporte cette compagnie ?

97 Un pré est représenté par un trapèze rectangle ABCD tel que AB = 12, AD = 8 et DC = 5 en dam.



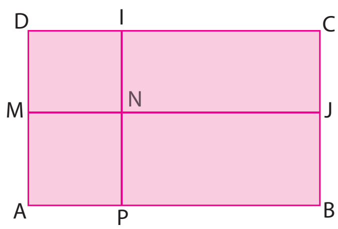
On souhaite partager ce pré par un segment [CM] où M est un point du segment [AB] en deux parcelles ADCM et CBM. On pose AM = x.

1. Déterminer la valeur de x pour que les deux aires soient égales.

2. Pour quelle valeur de x l'aire de ADCM est-elle supérieure à celle de CBM ?

98 ABCD est un rectangle tel que AB = 5 cm et AD = 3 cm. M est un point du segment [AD] On place alors les points P sur [AB] et N tel que AMNP soit un carré.

Le point I est l'intersection de (PN) et (CD) et le point J est celle de (BC) et (MN).



1. À quelle distance du point A faut-il placer M pour que les aires de AMNP et CJNI soit égale ?

2. À quelle distance du point A faut-il placer M pour que le périmètre de NICJ soit supérieur à 10 ?

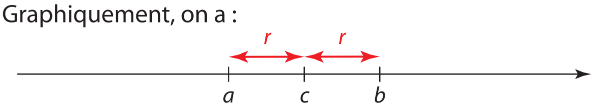
99 Clara a eu quatre contrôles ce trimestre. Elle a eu 10/20 et 15/20 aux deux premiers. Sachant qu'elle a obtenu la même note aux contrôles 3 et 4 et que sa moyenne trimestrielle est supérieure à 14, quelles sont les notes possibles de Clara aux deux derniers contrôles ?

Valeurs absolues

100 Déterminer l'ensemble (sous forme d'intervalle) des réels x vérifiant :
a) $|x - 10| \leqslant 1$ **b)** $|x - 2{,}5| \leqslant 0{,}2$ **c)** $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leqslant \frac{5}{2}$

101 Déterminer l'ensemble (sous forme d'intervalle) des réels x vérifiant :
a) $|x + 5| \leqslant 3$ **b)** $|x + 1| \leqslant 2$ **c)** $|x - 3| < 1$

102 On considère un intervalle $[a\,;b]$ avec a et b deux nombres réels.
On appelle **centre** de l'intervalle $[a\,;b]$ le nombre $c = \frac{a+b}{2}$
et **rayon** de l'intervalle $[a\,;b]$ le nombre $r = \frac{b-a}{2}$.
Graphiquement, on a :



1. a) Calculer le centre et le rayon de $[2\,;6]$.
b) Traduire $|x - 4|$ en termes de distance entre deux réels.
c) Recopier et compléter : $x \in [2\,;6] \Leftrightarrow |x-4| \leqslant$ ....
2. De la même manière, recopier et compléter :
a) $x \in [1\,;25] \Leftrightarrow |x - 13| \leqslant$ ....
b) $x \in [6\,;20] \Leftrightarrow |x - \ldots| \leqslant$ ....
c) $x \in [1{,}2\,;3] \Leftrightarrow |x - \ldots| \leqslant$ ....

103 Écrire une inégalité vérifiée par x et utilisant une valeur absolue dans les cas suivants.
a) $x \in [-4\,;5]$ **b)** $x \in [0\,;1{,}1]$ **c)** $x \in \left[\frac{1}{3}\,;\frac{2}{3}\right]$

104 Écrire une inégalité vérifiée par x dans les cas suivants.
a) $|x - 4| \leqslant 10$ **b)** $|x + 2| \leqslant 8$ **c)** $|x + 5| \leqslant \frac{1}{3}$

Démonstration

105 En distinguant les cas
$a > 0$ et $a < 0$, démontrer que $\sqrt{a^2} = |a|$.

Équation linéaire à deux inconnues

106 On considère l'équation à deux inconnues réelles $4x - 2y = 6$.
1. a) Montrer que si $x = 1$ et $y = -1$ alors l'égalité est vérifiée.
Remarque On dit que le couple $(1\,;-1)$ est solution de l'équation $4x - 2y = 6$.
2. Déterminer si les couples suivants sont solutions de l'équation.
a) $(-2\,;-6)$ **b)** $(7\,;11)$ **c)** $(1{,}5\,;0)$
3. Trouver y pour que le couple $(4\,;y)$ soit solution de l'équation.
4. Exprimer y en fonction de x d'après l'équation.
Remarque Une équation d'inconnues x et y de la forme $ax + by = c$ (avec a, b et c trois nombres réels) est appelée une équation linéaire à deux inconnues.
Comme pour les équations de 1er degré, on obtient des équations équivalentes lorsque l'on ajoute un même nombre, multiplie ou divise par un même nombre non nul les membres d'une équation linéaire à deux inconnues.

107 On considère l'équation $3x + y = -7$.
1. Montrer que le couple $(-1\,;-4)$ est solution de cette inéquation.
2. Si $y = -15$, trouver x pour que le couple $(x\,;y)$ soit solution de l'équation.
3. si $x = -\frac{1}{2}$, trouver y pour que le couple $(x\,;y)$ soit solution de l'équation.
4. Exprimer y en fonction de x.

108 On considère l'équation $4x + 12y = 76$.
1. Montrer que le couple $(4\,;5)$ est solution de cette inéquation.
2. Trouver x pour que le couple $\left(x\,;-\frac{1}{5}\right)$ soit solution de l'équation.
3. Exprimer x en fonction de y.
4. Exprimer y en fonction de x.

Travailler autrement

En groupe

109 Essayer de répondre le plus rapidement possible aux questions suivantes face à l'un de vos camarades de classe.
1. a est le seul nombre entier naturel divisible par 3 tel que $a \in]-\infty\,;9{,}01[\cap [6{,}99\,;+\infty[$. Que vaut a ?
2. b est le résultat de $\frac{|5-7|}{2} + |9 - 6|$. Déterminer b.
3. c est la somme des quatre premières décimales de $\sqrt{2}$. Trouver c.
4. d est la distance entre $-1\,001$ et -999. Donner la valeur de d.
5. Résoudre l'inéquation $ax + b > cx + d$.
6. Quel est le plus grand nombre entier appartenant à l'ensemble des solutions de l'inéquation de la question **5** ?

110 Résoudre le problème suivant. Problème ouvert
Le groupe écrira un compte-rendu détaillant la démarche effectuée et une conclusion au problème.

Lou et Harry ont délimité chacun leur jardin de forme rectangulaire.
Le jardin de Lou mesure 6 mètres sur 5 et celui de Harry mesure 2 mètres sur 12,5.
Ils envisagent chacun d'augmenter les côtés (longueur et largeur) de leur jardin d'une même mesure de x mètres comprise entre 50 cm et 5 m.
Comparer les surfaces des jardins de Lou et Harry suivant les valeurs de x.

Exercices bilan

111 Les bons intervalles

Recopier et compléter les phrases suivantes en donnant l'intervalle qui correspond.

a) L'ensemble des nombres réels x tels que $x < 7$ est....

b) L'ensemble des nombres réels t tels que $1 < t \leqslant 101$ est ....

c) L'intersection de $[-2\,;+\infty[$ et $]-4\,;5]$ est ....

d) $[0\,;5] \cup [4{,}5\,;9[=$ ....

e) Si $x \in [-3\,;5]$ alors $x + 10 \in$ ....

f) Si $x > 0$ et $k < 0$ alors $kx \in$ ....

g) Si $0 \leqslant a \leqslant 10$ alors $-2a + 3 \in$ ....

h) L'ensemble des solutions de l'inéquation $-3x + 3 < 2x - 6$ est ....

112 Solutions diverses

On considère les inéquations $4x + 6 \geqslant 0$ et $-2x + 11 \geqslant 0$ d'inconnue réelle x.

1. $(-1{,}5)$ est-il solution de ces deux inéquations ?

2. Proposer, en justifiant, un autre nombre solution de ces inéquations.

3. Résoudre ces deux inéquations.

4. Proposer un nombre qui est solution de $4x + 6 \geqslant 0$ mais qui n'est pas solution de $-2x + 11 \geqslant 0$.

113 Fabrication artisanale de jus de fruit TICE

Ayoub souhaite fabriquer du jus de fruit. Pour cela, il a acheté une machine à 149 euros. La fabrication de 1 litre lui revient ensuite à 80 centimes pour les matières premières.
Il décide de vendre le litre de jus de fruit à 2,40 euros.
Il construit une feuille de calcul suivante pour analyser les coûts et les recettes.

	A	B	C
1	Nombre de litres de jus de fruit	Coût (en euros)	Recette (en euros)
2	0	149,00	0,00
3	1	149,80	2,40
4	2	150,60	4,80
5	3	151,40	7,20
6	4	152,20	9,60
7	5	153,00	12,00
8	6	153,80	14,40
9	7	154,60	16,80
10	8	155,40	19,20
11	9	156,00	21,60
12	10	157,00	24,00
13	11	157,80	26,40
14	12	158,60	28,80

1. a) Quelle formule Ayoub a-t-il saisie dans la cellule B2 et recopiée vers le bas pour obtenir les résultats de la colonne B ?

b) Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 et recopiée vers le bas pour obtenir les résultats de la colonne C ?

2. Il souhaite connaître le nombre de litres de jus de fruit à fabriquer et vendre pour faire un bénéfice positif.

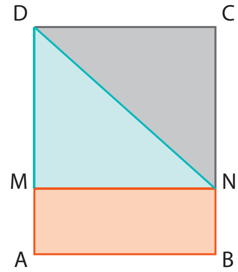
a) Poser une inéquation modélisant ce problème.

b) Déterminer l'ensemble des solutions.

3. Quelle formule Ayoub pourrait-il saisir dans la cellule D2 et recopier vers le bas pour obtenir le gain réalisé ?

114 Comparaison d'aires

ABCD est un rectangle tel que AB = 8 et AD = 10.
M est un point du segment [AD] et N est le point de [BC] tel que ABNM est un rectangle.
On pose $x = \text{AM}$.



1. À quel intervalle appartient x ?

2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de ABNM est-elle supérieure ou égale à celle du triangle NDC ?

115 Distances et valeur absolue Algo & Prog

On considère l'expression $\text{A} = |x - 2{,}5|$.

1. Que vaut A si on remplace x :

a) par 5 ?

b) par -7 ?

2. A-t-on $|x - 2{,}5| = x + 2{,}5$ pour tout réel x ? Justifier.

3. On donne l'algorithme suivant. Le compléter pour qu'il calcule et affiche la distance entre x et 2,5.

```
x=float(input("Saisir x :"))
if x>=...:
    distance=...
else:
    distance=...
print(distance)
```

116 Écriture d'un programme Algo & Prog

1. On considère l'inéquation $ax + b < c$ où a, b, c sont des nombres réels et a est non nul ainsi que l'algorithme incomplet suivant.

```
Saisir a
Saisir b
Saisir c
solut ←(c-b)/a
Si a < 0
  Afficher "S=]solut;+infini["
sinon
  Afficher ...
Fin si
```

a) Exécuter cet algorithme (sans tenir compte des pointillés) en choisissant $a = -5$; $b = 9$ et $c = 104$.
Que va-t-il afficher ?

b) Réécrire et compléter l'algorithme ci-dessus qui demande à un utilisateur les valeurs de a, b et c de l'inéquation et qui renvoie l'ensemble des solutions de cette inéquation.

2. Écrire un algorithme donnant l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + b < cx + d$ où a, b, c et d sont des nombres réels (attention à faire en sorte de traiter tous les cas possibles).

Exercices d'approfondissement

Démonstration

117 Somme d'inégalités

On se propose de démontrer que si a, b, c et d sont quatre nombres réels tels que $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.
Soit a, b, c et d quatre nombres réels tels que $a < b$ et $c < d$.

1. Comparer $a + c$ et $b + c$.
2. Comparer $b + c$ et $b + d$.
3. Que peut-on en déduire ?

118 Multiplication d'inégalités (1)

a, b, c et d sont quatre nombres réels strictement positifs tels que $a < b$ et $c < d$.

1. Comparer ac et bc.
2. Comparer bc et bd.
3. Que peut-on en déduire ?
Énoncer la propriété démontrée.
4. Cette propriété est-elle vraie pour tous nombres réels a, b, c et d ?

119 Multiplication d'inégalités (2)

SVT — Physique Chimie

À l'aide de la propriété démontrée dans l'exercice précédent, répondre aux questions suivantes.
Ces questions sont indépendantes.

1. La Terre a la forme d'une sphère, aplatie au niveau des pôles.
En supposant que le rayon de la Terre est compris entre 6 352 km et 6 385 km, et que π est compris entre 3,14 et 3,15, donner un encadrement de la circonférence de la Terre.
2. L'accueil d'une compagnie d'assurances estime qu'elle reçoit chaque jour entre 35 et 50 clients. Chacun d'entre eux restant entre 2 min et 10 min, que peut-on dire du temps que doit mobiliser le service d'accueil pour les clients ?
3. Dans le bilan d'une prise de sang, il est signalé que la glycémie (concentration de glucose dans le sang) doit normalement se situer entre 0,74 et 1,06 g/L. On a prélevé 50 mL de sang avec une précision de 1mL chez une personne dont la glycémie est normale (située entre les deux valeurs de référence).
Donner un encadrement de la masse en gramme de glucose présente dans ce prélèvement.

120 Vrai ou faux ?

Logique

Les propriétés suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

Propriété 1 Pour tous nombres réels a et b on a $|a + b| = |a| + |b|$.

Propriété 2 Il existe des nombres réels a et b tels que $|a + b| = |a| + |b|$.

Propriété 3 Pour tout nombre réel a on a $|-a| = |a|$.

121 Valeurs absolues et intervalles

1. Expliquer graphiquement pourquoi $|X| \leqslant r \Leftrightarrow -r \leqslant X \leqslant r$.
2. Montrer que $|x - a| \leqslant r \Leftrightarrow x \in [a - r\,;a + r]$.

122 Systèmes d'inéquations

On considère le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} 3x + 100 > 172 \\ 100 + 50x \geqslant 75x - 627 \end{cases}$$

Trouver les nombres entiers naturels pairs solutions de ce système.

Coup de pouce Pour être solution de ce système d'inéquations, un nombre doit être solution des deux inéquations.

123 Valeurs absolues et (in)équations

1. Trouver les deux nombres solutions de $|x| = 4$.
2. On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x - 10| = 1{,}5$.
a) Exprimer $|x - 10|$ en termes de distance.
b) Tracer une droite graduée, y placer 10 et trouver les deux nombres réels tels que leur distance avec x est égale à 1,5.

Remarque Ce sont les solutions de l'équation $|x - 10| = 1{,}5$.

3. De la même manière, résoudre dans $\mathbb{R}$:
a) $|x - 3| = 4$ **b)** $|x + 5| = 12$
4. Déterminer l'ensemble des solutions réelles de :
a) $|x + 3| < 0{,}3$ **b)** $|x - 10| \geqslant 1{,}1$

Vers la 1re

Orientation

124 Spécialité Maths

Dans un repère (O, I, J), tracer l'ensemble des points dont les coordonnées $(x\,;y)$ vérifient $y = |x|$.

125 STL STI2D STMG

La population d'une ville en 2018+n est modélisée par la formule $p(n) = 21\,000 + 510n$ pour tout entier naturel n. Par exemple, en 2020 (qui vaut 2018+2), la population est de $21\,000 + 510 \times 2 = 22\,020$ habitants.

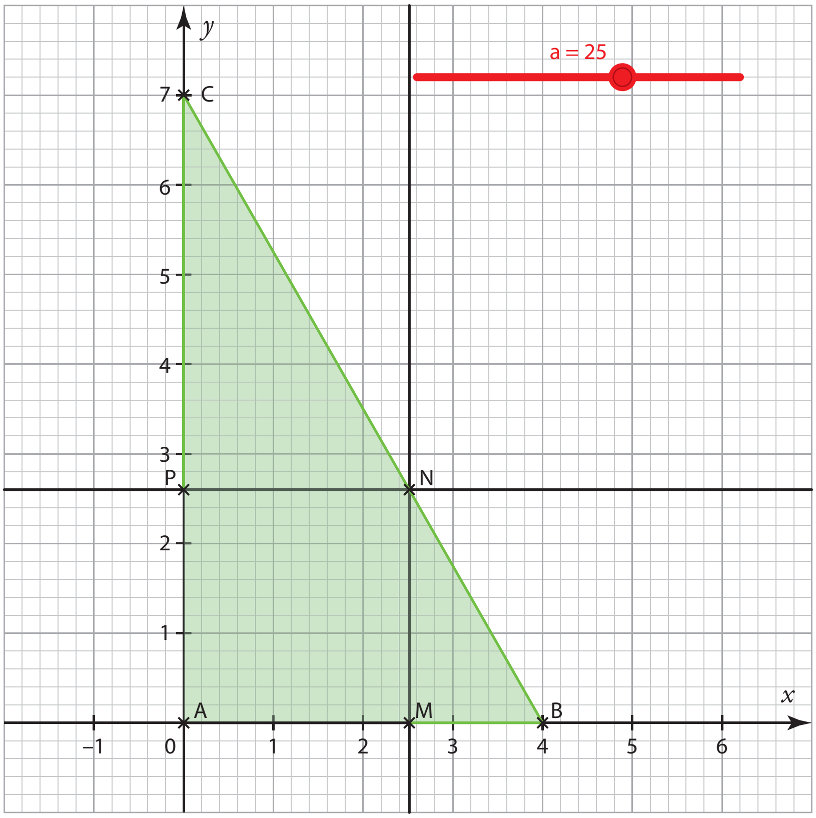
1. Calculer la population en 2021 avec ce modèle.
2. En quelle année la population dépasse-t-elle 25 000 habitants avec ce modèle ?

Travaux pratiques

TICE — Chercher, Raisonner — 45 min

1 Recherche d'un lieu de points

Agathe possède un jardin de forme triangulaire dans lequel elle souhaite construire un enclos rectangulaire. Elle possède 12 mètres de grillage au maximum pour fermer cet enclos.
On donne la copie d'écran de Géogebra ci-dessous schématisant la situation.
ABC correspond au jardin, AMNP à l'enclos. Les distances sont exprimées en mètres.
ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 et AC = 7.
M est un point du segment [AB].
N est le point de [BC] et P le point de [AC] tel que AMNP est un rectangle.



A ▸ Conjecture avec un logiciel

1. Dans un logiciel de géométrie dynamique, créer un curseur nommé *a* allant de 0 à 4 avec un incrément de 0,01.
2. Reproduire la figure ci-dessus dans laquelle M a pour coordonnées (a ; 0).
3. À l'aide du logiciel, répondre au problème en précisant la (ou les) valeur(s) possibles de *a*.

Coup de pouce On pourra créer une variable « périmètre » en écrivant le calcul à effectuer dans la partie algèbre du logiciel afin qu'il affiche le périmètre de AMNP.

B ▸ Résolution algébrique

1. En considérant a = AM, modéliser le problème à l'aide d'une inéquation.
2. Répondre au problème de manière algébrique et contrôler les résultats observés avec le logiciel.

Coup de pouce Montrer que MN = 7 – 1,75a.

TICE Chercher, Calculer 30 min

2 Comparaison à l'aide du tableur

En recherchant un emploi, Boris a trouvé deux offres.

• **Dans l'entreprise A :** un salaire annuel de 24 000 euros puis une augmentation de ce salaire annuel de 1 300 euros par an.

• **Dans l'entreprise B :** un salaire mensuel de 1 750 euros puis une augmentation de ce salaire mensuel de 140 euros à chaque date anniversaire du contrat de travail.

Boris a commencé à compléter une feuille de tableur pour comparer ces deux offres.

Il souhaite savoir au bout de combien d'années le salaire dans l'entreprise B deviendra plus élevé que celui dans l'entreprise A.

	A	B	C
1	Année n°	Salaire dans l'entreprise A (en euros)	Salaire dans l'entreprise B (en euros)
2	1	24 000	21 000
3	2	25 300	22 680
4	3	26 600	24 360
5	4	27 900	26 040
6	5	29 200	27 720
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		
12	11		
13	12		

A ▶ Conjecture avec un tableur

1. Reproduire et compléter la feuille de tableur de Boris en utilisant les cellules, des formules et la recopie vers le bas du tableur.

2. Donner les formules permettant le calcul des cellules B7 et C7.

3. Donner le numéro de l'année répondant au problème de Boris.

B ▶ Résolution algébrique

1. Montrer que le salaire annuel dans l'entreprise A à l'année numéro n (avec n entier non nul) est donné par la formule $22\,700 + 1\,300\,n$.

2. En considérant les salaires dans les deux entreprises l'année numéro n (avec n entier non nul), modéliser le problème à l'aide d'une inéquation.

3. Répondre au problème de manière algébrique.

4. Pour aller plus loin : Boris souhaite maintenant déterminer le numéro de l'année à la fin de laquelle la somme cumulée de tous les salaires dans l'entreprise B dépasse celle de tous les salaires dans l'entreprise A. Utiliser le tableur pour l'aider à répondre.

En autonomie

1 Travailler avec des intervalles

QCM

126 Le nombre 4,7 appartient à :

a $[3 ; 4{,}7[$ b $[6 ; 10{,}1]$
c $[-5 ; 4{,}72[$ d $[0 ; 4{,}69]$

127 $x < 3$ est équivalent à :

a $x \in]-\infty ; 3]$ b $x \in]-\infty ; 3[$
c $x \in]3 ; +\infty[$ d $x \in [3 ; +\infty[$

128 $[6 ; 10[\cup [7 ; 15[$ est égal à :

a $\varnothing$ b $[7 ; 10[$ c $]7 ; 10[$ d $[6 ; 15[$

129 $[6 ; 10[\cap [7 ; 15[$ est égal à :

a $\varnothing$ b $[7 ; 10[$ c $]7 ; 10[$ d $[6 ; 15[$

130 $x \geqslant 0$ est équivalent à :

a $x \in]-\infty ; 0]$ b $x \in [0 ; +\infty[$
c $x \in]0 ; +\infty[$ d $x \in \mathbb{R}+$

131 ✶ **1.** Représenter sur une droite munie d'une origine et d'une graduation, l'intervalle $[-1 ; 3{,}5]$.
2. Donner quatre nombres appartenant à cet intervalle.
3. Donner quatre nombres n'appartenant pas à cet intervalle.

132 ✶ Écrire l'inégalité ou l'encadrement vérifié par les réels x tels que :
a) $x \in [-3 ; 16]$ **b)** $x \in [-8 ; +\infty[$

133 ✶ Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que :
a) $5 < x \leqslant 12$ **b)** $4 \geqslant x$ **c)** $0 > x > -1$

134 ✶✶ La proposition si $10{,}52 \leqslant x \leqslant 15{,}38$ alors $x \in [10{,}54 ; 15{,}4]$ est-elle vraie ou fausse ?

135 ✶✶ Donner l'intersection et la réunion des intervalles $[-3 ; 5[$ et $]-3 ; 8]$.

2 Manipuler des inégalités et des inéquations

QCM

136 L'inéquation $3x - 8 < 25$ a pour ensemble de solutions :

a $[0 ; 11]$ b $]-\infty ; 11]$
c $[11 ; +\infty[$ d $]-\infty ; 11[$

137 L'inéquation $-2x + 10 \leqslant 12x + 150$ a pour ensemble de solutions :

a $[-10 ; +\infty[$ b $]-\infty ; -10]$
c $]-10 ; +\infty[$ d $]-\infty ; 14[$

138 Si $x > 5$ alors :

a $-3x < -15$ b $-2x > -10$
c $4x > 40$ d $-5x > 0$

139 ✶ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.
a) $4x + 7 > -3x + 63$ **b)** $-10x + 5 > 0$
c) $\frac{1}{2}x + 5 \geqslant x - 5$ **d)** $\frac{x+3}{2} < 1$

140 ✶ On sait que x est un nombre réel tel que $-2 < x \leqslant 10$.
Donner un encadrement de $5x$ et de $x - 12$.

141 ✶ On sait que $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$.
Donner un encadrement de $\sqrt{5} - 1$ puis de $5\sqrt{5}$.

142 ✶✶ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
$\frac{1}{3}x - \frac{2}{5} \leqslant \frac{1}{4}x + \frac{8}{7}$.

143 ✶✶ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
$2x(x + 5) - 7 \geqslant 2x^2 - 7x + 3$.

144 ✶✶ On sait que x est un nombre réel tel que $-\frac{3}{4} \leqslant x < \frac{5}{3}$.
Peut-on affirmer que $-1 < -3x + 5 < 8$?

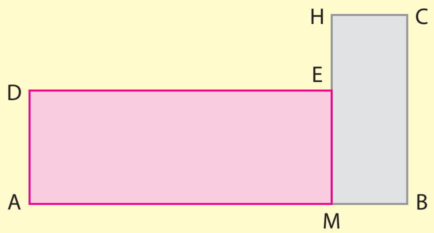
145 ✶✶ Trouver l'ensemble des valeurs de x telles que $2x + 5 < 0$ et $-5x - 4 < 20$.

3 Modéliser par une inéquation

QCM

Pour les exercices 146 à 149, on considère la figure suivante.

On considère un segment [AB] de longueur 10 cm, un point M sur ce segment et les deux rectangles AMED et MBCH tels que AD = 3 cm et BC = 5 cm.
On note AM = x.



146 Parmi les inéquations suivantes laquelle permet de chercher les valeurs de x telles que le périmètre de AMED est inférieur ou égal à 10 ?

a $6 - 2x \leqslant 10$ b $6 + 2x \leqslant 10$
c $3x \leqslant 10$ d $6 - 2x \geqslant 10$

147 Parmi les inéquations suivantes, laquelle permet de chercher les valeurs de x telles que l'aire de MBCH est supérieure à 14 ?

a $50 - 5x > 0$ b $50 - 5x > 14$
c $50 - 5x < 14$ d une autre inéquation

148 ✶ **1.** À quel intervalle appartient x ?
2. Exprimer l'aire de la figure ABCHED en fonction de x.
3. On souhaite que l'aire de la figure soit supérieure ou égale à 37. Modéliser ce problème par une inéquation.

149 ✶ Donner un intervalle qui contient les nombres 4 ; 5,7 et –3,2.

150 ✶ Une association souhaite mettre en place une tombola pour préparer un prochain voyage. Les tickets et les quelques lots qu'elle a achetés en plus de ceux offerts par des commerçants lui ont coûté 125 euros. L'association prévoit de vendre 500 tickets. Elle souhaite déterminer un prix de vente du ticket pour qu'elle obtienne un bénéfice supérieur à 750 euros.
Modéliser ce problème en posant une inéquation et déterminer les solutions.

151 ✶✶ Jeanne a choisi un nombre réel. Elle dit que si elle lui retranche 4 et qu'elle met le résultat au carré alors le résultat final est supérieur au carré de son nombre de départ.
Que peut-on dire du nombre choisi par Jeanne ?

152 ✶✶ Pour quelle(s) valeur(s) du nombre réel a la hauteur d'un triangle équilatéral de côté a est supérieure ou égale à 12 ?

Coup de pouce Dans un triangle équilatéral, la hauteur issue d'un sommet passe par le milieu du côté opposé à ce sommet.

4 Calculer et interpréter des valeurs absolues

QCM

153 $|-4{,}12|$ est égale à :

a 4 b 4,12 c –4,12 d 4,12 ou –4,12

154 La distance entre 5 et $\frac{1}{4}$ est égale à :

a 4,75 b $-\frac{19}{4}$ c $\frac{21}{4}$ d $\left|5+\frac{1}{4}\right|$

155 $|x-2| \leqslant 2$ est équivalent à :

a $x \in [-2\,;0]$ b $x \in [0\,;4]$
c $x \in [0\,;2]$ d $x \in [2\,;4]$

156 $|x-5| \leqslant 2$ est équivalent à :

a $2 \leqslant x \leqslant 5$ b $-5 \leqslant x \leqslant 5$
c $3 \leqslant x \leqslant 7$ d $-2 \leqslant x \leqslant 2$

157 ✶ Écrire la distance entre x (avec x un nombre réel) et 3 en utilisant la notation de valeur absolue.

158 ✶ **1.** Calculer la distance entre –2 et 10.
2. Calculer la distance entre –2 et $\frac{10}{3}$.
3. La distance entre 10 et $\frac{10}{3}$ est-elle égale à $12 + \frac{16}{3}$?

159 ✶ Sachant que $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$, écrire sans la notation de valeur absolue :
a) $|\sqrt{7} - 12|$ **b)** $|\sqrt{7} + 3|$ **c)** $|2 - \sqrt{7}|$

160 ✶✶ x est un nombre réel tel que $|x+4| \leqslant 12$.
À quel intervalle appartient x ?

161 ✶✶ x est un nombre réel tel que $\left|x - \frac{1}{5}\right| \leqslant \frac{1}{2}$.
À quel intervalle appartient x ?