1 Questions Flash

BAC

Diaporama

35 diapositives pour maîtriser ses automatismes

lienmini.fr/10333-38

Interpréter en situation les écritures $\{X = a\}$, $\{X < a\}$ et calculer les probabilités correspondantes

Dans les exercices 2 à 5, donner toutes les valeurs prises par la variable aléatoire.

2 On lance trois dés équilibrés et on note S la variable aléatoire égale au nombre de 6 obtenus.

3 Un joueur mise 1 € et choisit au hasard une pièce parmi trois pièces : 2 € ; 1 € et 0,50 €. On note G le gain algébrique du joueur.

4 On tire simultanément et au hasard 2 cartons parmi 4 sur lesquels sont respectivement inscrits les nombres entiers : -3 ; -1 ; 2 et 4. On note X la variable aléatoire égale à la somme des deux entiers qui figurent sur les cartons.

5 Une urne contient 6 boules rouges et 4 boules vertes. On tire successivement et avec remise 3 boules. À chaque tirage, on gagne 3 points si la boule est verte, sinon on gagne 1 point. On note Y la variable aléatoire égale au total de points en fin de partie.

6 Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité incomplète est donnée ci-dessous :

x_i	-1	0	4	3
$P(X = x_i)$	0,12	0,20	0,45	…

a. Calculer $P(X = 3)$. **b.** Calculer $P(X < 4)$.

7 Soit Y une variable aléatoire.

y_i	10	15	30	50	100
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	…	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

a. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus donnant la loi de probabilité de Y.
b. Calculer $P(Y < 50)$.

Calculer l'espérance d'une variable aléatoire discrète

8 On donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X. Calculer l'espérance $E(X)$.

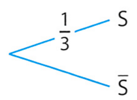
x_i	-2	3	5
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

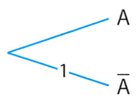
9 On donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire Z. Calculer le nombre a sachant que $E(Z) = 2{,}8$.

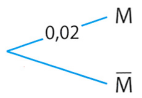
z_i	-1	2	a
$P(Z = z_i)$	0,4	0,1	0,5

Reconnaître une situation modélisée par une loi de Bernoulli

10 Reproduire et compléter les arbres de probabilités suivants :

a.


b.


c.


Dans les exercices 11 et 12, expliquer pourquoi la situation correspond à une épreuve de Bernoulli. Donner la valeur du paramètre et représenter l'arbre de probabilités associé.

11 Dans un sac contenant 5 jetons bleus, 8 jetons verts et 2 jetons rouges, on prend un jeton au hasard en espérant obtenir un vert.

12 On lance un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 en espérant obtenir un multiple de 3.

Effectuer des opérations sur les fractions et les puissances

13 Sans calculatrice, donner chacun des produits suivants sous forme de fraction irréductible.

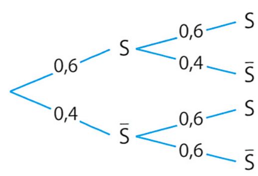
a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$ **b.** $\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2$ **c.** $3 \times \left(\frac{3}{10}\right)^2 \times \frac{7}{10}$

Représenter par un arbre la répétition d'épreuves de Bernoulli et calculer des probabilités

14 On répète deux fois de suite, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre $\frac{2}{3}$. Représenter l'arbre de probabilités associé à cette situation.

15 On effectue successivement trois tirages avec remise d'une boule dans une urne contenant quatre boules noires et 6 boules blanches indiscernables au toucher.
1. Construire l'arbre de probabilité modélisant la situation.
2. Calculer la probabilité de tirer 3 boules noires.

16 L'arbre ci-contre représente la répétition d'une épreuve de Bernoulli. On note X la variable aléatoire égale au nombre de réalisations de l'événement S.
1. Calculer $P(X = 2)$.
2. Calculer $P(X = 1)$.



PASTILLE BLANCHE *L'exercice est corrigé en fin de manuel*

Variable aléatoire

→ Aide Cours 1A p. 148

Question de cours

17 Pour participer à une loterie, on doit payer 2 € et il est possible de gagner 1 €, 2 €, 5 € ou 10 €.

1. Soit X la variable aléatoire qui donne le montant gagné. Donner les valeurs prises par X.

2. Soit Y la variable aléatoire qui donne le gain. Donner les valeurs prises par Y.

Dans les exercices de 18 à 20, interpréter chaque situation en termes de variable aléatoire.

18 Vous jouez au jeu suivant : en lançant deux fois une pièce de monnaie, vous gagnez en euros le nombre de fois où « face » est sorti. Mais si « pile » sort deux fois, vous versez à l'organisateur 3 €.

19 Un jeu consiste à miser 2 € puis à lancer un dé cubique équilibré et à gagner la somme qui s'affiche sur la face supérieure du dé.

20 Après avoir misé 1 €, un joueur tire au hasard 8 cartes d'un jeu de 32 cartes et gagne en euros le nombre de figures qu'il possède suite à son tirage.

QCM

21 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*

1. Une variable aléatoire :

a. peut prendre des valeurs négatives.

b. prend toujours des valeurs positives.

c. prend toujours des valeurs comprises entre 0 et 1.

2. La somme des valeurs d'une variable aléatoire :

a. est égale à 1. **b.** est comprise entre 0 et 1.

c. peut prendre n'importe quel type de valeur.

3. Si une variable aléatoire prend quatre valeurs de même probabilité, alors cette probabilité :

a. vaut 1. **b.** vaut 0,25. **c.** ne peut pas être calculée.

Loi de probabilité

→ Aide Cours 1B p. 148

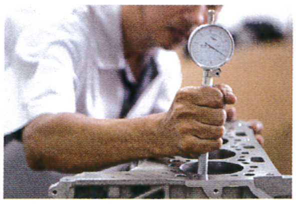
Question de cours

22 **1.** Justifier que le tableau ci-dessous peut définir la loi de probabilité d'une variable aléatoire Z.

z_i	-2	1	2
$P(Z=z_i)$	0,25	0,35	0,4

2. Quelles sont les valeurs prises par Z ?

23 On effectue chaque jour un contrôle sur les moteurs fabriqués dans une usine.



On note Y la variable aléatoire égale au nombre de moteurs défectueux détectés. La loi de probabilité de Y est donnée par le tableau ci-dessous :

y_i	0	1	2	3	4	5
$P(Y=y_i)$	0,2	0,35	0,26	0,15	0,05	0,01

1. Interpréter par une phrase le résultat de la colonne grisée.

2. Calculer $P(Y \leqslant 2)$.

3. Calculer la probabilité qu'au moins 3 moteurs soient défectueux.

24 ALGO PYTHON **Lire un programme**

Dans une urne, on place 4 boules indiscernables au toucher sur lesquelles sont respectivement inscrits les entiers : -1 ; $+2$; -3 et $+4$. Un tirage consiste à tirer successivement avec remise deux boules de l'urne.

1. Donner tous les tirages possibles.

2. On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe la somme des nombres marqués.
Déterminer la loi de probabilité de X.

3. Afin de vérifier les réponses à la question **2.**, nous décidons de trouver les tirages *via* un programme sous Python :

```
deg                PYTHON
from math import *
Urne=[-1,2,-3,4]
somme=[]
for choix1 in Urne:
  Urne2=Urne[:]
  Urne2.remove(choix1)
  for choix2 in Urne2:
    somme.append(choix1+choix2
somme.sort()
```

a. Vérifier que la probabilité d'obtenir -4 comme somme est bien $\frac{1}{8}$ *via* la capture d'écran :

```
deg                PYTHON
>>> from somme import *
>>> somme
[-4, -4, -1, -1, 1, 1, 1, 1,
>>> len(somme)
12
>>> somme.count(-4)
2
>>> |
```

b. Modifier le programme pour faire afficher tous les tirages possibles.

25 Toutes les valeurs prises par une variable aléatoire Z ont la même probabilité de 0,0625.
Combien Z prend-elle de valeurs ?

Espérance

→ Aide Cours 1C p. 148

Question de cours

26 Soit N la variable aléatoire égale au nombre de clients se présentant à la caisse d'un grand magasin sur une durée de 5 min. Une étude a permis d'établir la loi de probabilité de N, donnée par le tableau suivant :

n_i	0	1	2	3
$P(N=n_i)$	0,05	0,3	0,45	0,2

Quel est le nombre moyen de clients à la caisse sur une durée de 5 minutes ?

27 Le président d'un club décide d'organiser une tombola. Tous les billets, au nombre de 500, sont vendus. L'un des billets permet de gagner un lot d'une valeur de 600 €, 10 billets permettent chacun de gagner un lot d'une valeur de 100 €, 50 billets sont remboursés et les autres sont perdants. Les billets sont vendus 10 €.

On note X la variable aléatoire associant à chaque billet le gain du joueur.

1. Donner les différentes valeurs prises par X.

2. Déterminer la loi de probabilité de X.

3. Calculer l'espérance de X et l'interpréter.

QCM

28 On considère une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

x_i	-2	-1	1	2	a
$P(X=x_i)$	0,25	0,2	0,4	0,1	0,05

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. L'espérance $E(X)$:

a. ne peut pas être négative.

b. ne peut pas être positive. **c.** peut être nulle.

2. Si $a=3$, l'espérance est :

a. 3 **b.** 0,05 **c.** 0,5

3. Pour que l'espérance de X soit égale à 0,1, il faut que a soit égal à :

a. 4 **b.** 0,4

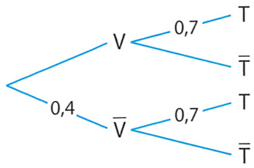
c. l'espérance de X ne peut pas être égale à 0,1.

Expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes

→ Aide Cours 2 p. 150

Question de cours

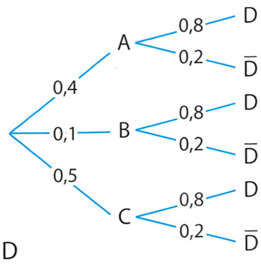
29 L'arbre ci-contre représente une expérience aléatoire à deux épreuves qui se produisent l'une après l'autre de façon indépendante.



1. Reproduire et compléter l'arbre.

2. Calculer $P(\overline{V}\cap T)$.

30 On considère une expérience aléatoire constituée de deux épreuves indépendantes et schématisée par l'arbre ci-contre.



1. Quelles sont les issues de la première épreuve ? de la deuxième épreuve ?

2. Calculer la probabilité que A et D se réalisent. Comment note-t-on cette probabilité ?

3. Calculer la probabilité que D se réalise à l'issue de l'expérience.

QCM

31 Un jeu consiste à piocher une boule dans une urne composée de : trois boules comportant le numéro 1 et deux boules comportant le numéro 2. On lance ensuite un dé cubique non truqué. On gagne lorsque les deux nombres obtenus ont la même parité.

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. La probabilité d'obtenir deux nombres pairs est :

a. 1/2 **b.** 1/5 **c.** 2/5

2. La probabilité d'obtenir deux nombres impairs est :

a. 3/10 **b.** 1/2 **c.** 3/5

3. La probabilité de gagner est :

a. 3/10 **b.** 2/10 **c.** 1/2

Épreuve de Bernoulli

→ Aide Cours 3 p. 150

Question de cours

32 On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes en espérant piocher un cœur. Avons-nous une épreuve de Bernoulli ? Si oui, quel est son paramètre ?

33 Une famille est composée de 3 enfants dont 2 filles. Lorsque le téléphone sonne, les enfants se précipitent pour décrocher. On considère l'événement S : « c'est une fille qui va décrocher ». Expliquer pourquoi cette situation s'apparente à une épreuve de Bernoulli puis calculer $P(\overline{S})$.

34 Pour chacun des exercices **32** et **33** dessiner (s'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli) l'arbre de probabilités correspondant à la situation.

Répétition d'épreuves aléatoires de Bernoulli

→ Aide Cours 3 p. 152

Question de cours

35 Monsieur Dupain va acheter une baguette tous les matins chez son boulanger. Le boulanger, un peu étourdi, oublie parfois de sortir les baguettes du four et celles-ci sont un peu trop cuites une fois sur cinq.
Quelle est la probabilité que monsieur Dupain achète au moins une baguette un peu trop cuite durant les quatre premiers jours de la semaine ?

Dans les exercices 36 à 39, dessiner, s'il s'agit de la répétition d'épreuves de Bernoulli, l'arbre correspondant à la situation.

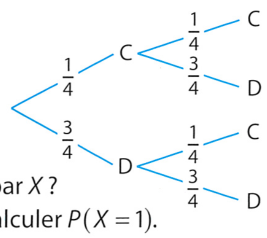
36 Magdalena mange à la cantine 4 jours par semaine. À chaque déjeuner, elle choisit entre un fromage et un dessert. Comme elle aime beaucoup les desserts mais qu'elle sait qu'il faut manger de façon équilibrée, elle choisit 2 fois sur 3 un dessert.

37 Amir, lorsqu'il rentre le soir à la maison, commence soit par lire, soit par faire directement ses devoirs. Ses parents ont constaté qu'il lit 4 fois sur 5. Décrire la situation pour les trois premiers jours de la semaine.

38 Madame Martin part tous les matins au travail. Pour cela, elle utilise soit son vélo soit sa voiture. La probabilité qu'elle utilise son vélo est égale à 0,4. Décrire la situation sur les trois premiers jours de la semaine.

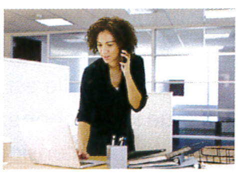
39 Alban est un élève très studieux. Il réussit ses exercices 9 fois sur 10. Le professeur a proposé 4 exercices. Décrire la situation par un arbre de probabilités.

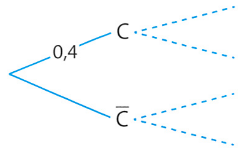
40 L'arbre ci-contre modélise la répétition d'une épreuve de Bernoulli. On note X la variable aléatoire égale au nombre de réalisations de C.



1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Calculer $P(X=2)$. **3.** Calculer $P(X=1)$.
4. Déterminer la loi de probabilité de X.

41 Une commerciale démarche sa clientèle par téléphone. La probabilité qu'une personne appelée conclue un contrat est 0,4. On note C l'événement « la personne appelée conclue un contrat ». Elle téléphone successivement à trois personnes.





1. Reproduire et compléter l'arbre ci-contre pour qu'il représente la situation.
2. Calculer la probabilité que deux personnes concluent un contrat.
3. Calculer la probabilité qu'aucune personne ne conclue de contrat.
4. Calculer la probabilité qu'au plus deux personnes concluent un contrat.

42 Une urne contient 7 boules rouges, 5 boules noires et 3 boules vertes. On tire successivement 3 boules avec remise et, à chaque tirage, on note S l'événement « obtenir une boule noire ». On note X la variable aléatoire comptant le nombre de boules noires obtenues.
1. Justifier qu'il s'agit d'une répétition d'épreuves de Bernoulli.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir une seule boule noire à l'issue des trois tirages, c'est-à-dire $P(X=1)$.
3. Déterminer la probabilité $P(X \geqslant 1)$.
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X.

43 Un exercice se présente sous la forme d'un QCM dans lequel figurent 4 questions. Pour chacune des questions, une seule des réponses est exacte parmi les 4 proposées.
1. Si on trace l'arbre représentant la situation, combien y-a-t-il de branches ?
2. Déterminer la probabilité qu'un élève qui cocherait au hasard les réponses obtienne 4 bonnes réponses.
3. Déterminer la probabilité qu'un élève qui cocherait au hasard les réponses obtienne au moins 2 bonnes réponses.

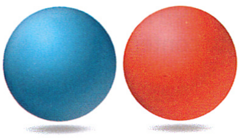
44 STI2D Dans une usine, une machine remplit des bidons avec de l'huile de moteur. 99,4 % des bidons sont remplis correctement. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 4 bidons prélevés au hasard, associe le nombre de bidons mal remplis.
Le stock est suffisamment important pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage aléatoire avec remise.
Le problème peut-il être modélisé par la répétition d'épreuves de Bernoulli ? Si oui, quelle est la probabilité d'avoir 4 bidons bien remplis ? Et pour 100 bidons ?

Vrai ou faux

45 *Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies, fausses ou si l'on ne peut pas répondre. Justifier.*
Dans chaque cas, la situation décrite peut être modélisée par la répétition d'épreuves de Bernoulli.
1. On lance deux fois une pièce de monnaie en espérant faire pile à chaque fois.
2. Au tir au but, un joueur a 75 % de chances de réussir son geste. On considère la situation où le même joueur tire trois fois de suite contre le goal adverse.
3. On tire successivement 3 cartes d'un jeu de 32 cartes et on considère l'événement « la carte obtenue est un 7 ».

QCM

46 Une urne contient 3 boules rouges et 12 boules bleues. On effectue trois tirages successifs d'une boule en remettant la boule tirée après chaque tirage.



On note S l'événement « obtenir une boule rouge » lors d'un tirage.

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. La probabilité d'obtenir $\left(S\overline{S}S\right)$ est :

a. 4/125 **b.** 1/16 **c.** 1/20

2. La probabilité d'avoir obtenu trois boules rouges est de :

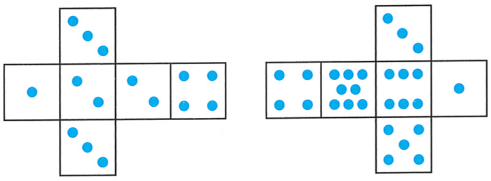
a. 3/5 **b.** 1/125 **c.** 1/64

3. La probabilité d'obtenir une seule boule rouge est de :

a. 48/125 **b.** 16/125 **c.** 3/125

47 ALGO PYTHON Tester un programme

Les dés suivants (on donne leur patron) ont une particularité intéressante si on les lance et que l'on fait leur somme :



1. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 avec ces dés ? d'obtenir 7 ?

On décide de modéliser le lancer de ces dés sur Python et de compter le nombre de 7 obtenus.

```
1  from random import *
2  de1=[1,2,2,3,3,4]
3  de2=[1,3,4,5,6,8]
4
5
6  def simulation(n,testons):
7      ok=0
8      for i in range(n):
9          tirage1=choice(de1)
10         tirage2=choice(de2)
11         somme=tirage1+tirage2
12         if somme==testons:
13             ok=ok+1
14     return ok/n
15
16 f=simulation(1000,2)
17 print(f)
```

2. Que permettent de faire les lignes 2 et 3 ?

3. Que présente la ligne 16 ?

4. Tester ce programme et comparer avec la question **1.**

5. Que se passe-t-il si on utilise des dés classiques ? Conclure.

48 ALGO PYTHON Compléter un programme

Lors d'un jeu de loterie, l'organisateur demande aux clients une mise de m euros qui leur donne alors le droit de lancer une roue découpée en 4 secteurs, l'un vert de 45°, le deuxième bleu de 120°, le troisième rouge de 60° et le dernier blanc.

Lorsque la roue s'arrête sur le secteur vert, le joueur gagne 4 €, si elle s'arrête sur le secteur bleu, le joueur gagne 3 €, si la roue s'arrête sur le secteur rouge, le joueur gagne 2 €, sinon il ne gagne rien.

1. Quelle est la valeur minimale en euros que doit fixer l'organisateur du jeu pour faire du bénéfice ?

2. Pour ne pas répondre à la question en utilisant son cours, Alki décide de programmer l'expérience sur son ordinateur et de regarder ce qui se passe pour un grand nombre d'essais :

```
1  from random import *
2
3  def gain():
4      angle=360*random()
5      if angle<45:
6          return 4
7      if 45<angle<165:
8          return 3
9      if 165<angle<225:
10         return 2
11     return 0
12
13 def tournons(n):
14     somme=0
15     for i in range(n):
16         somme=somme+gain()
17     return somme
18
19 perte=tournons(100)
```

a. Pourquoi dans la ligne 7 l'angle est entre 45 et 165 degrés ?

b. Que permet de calculer la ligne 19 ?

c. Vérifier qu'avec 2 € l'organisateur gagne de l'argent.

49 ALGO PYTHON Programmer un algorithme

Le « sex-ratio » est le rapport du nombre de garçons à celui des filles à la naissance. Il est habituellement de 105 garçons pour 100 filles. Entre 1999 et 2003, 132 enfants dont 46 garçons sont nés dans la réserve indienne d'Aamjiwnaang, située au Canada à proximité d'industries chimiques.

Peut-on penser que ce résultat est « suspect » ?

1. Quel serait selon vous le résultat attendu ?

2. Pour voir si le résultat observé est éloigné du résultat attendu, nous allons procéder à une simulation.

a. Programmer sous Python un algorithme simulant 132 naissances en supposant que l'on a, à chaque fois, seulement une chance sur deux d'être un garçon.

b. Simuler 10 000 fois cette expérience et rechercher le nombre minimum de garçons possible.

c. Que peut-on en conclure quant aux naissances à Aamjiwnaang ?

Variable aléatoire

50 On lance un dé non truqué à six faces.
On considère l'événement A : « on obtient un résultat pair » et l'événement E : « on obtient le nombre 3 ».
Si le résultat est pair, on gagne 2 €. Si le résultat est 1, on gagne 3 € et si le résultat est 3 ou 5, on perd 4 €.
On s'intéresse au gain algébrique (positif ou négatif) du joueur. On définit ainsi une variable aléatoire X.
1. Définir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
2. Déterminer l'espérance de la loi de probabilité X.

51 On lance deux dés, l'un rouge et l'autre vert, à quatre faces, numérotées 1, 2, 3 et 4. On définit la variable aléatoire X égale à la somme des deux chiffres obtenus.
1. Reproduire et compléter le tableau suivant en indiquant les valeurs prises par X :

		Dé rouge			
		1	**2**	**3**	**4**
Dé vert	**1**				
	2				
	3				
	4				

2. Reproduire et compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de X :

x_i	2	3	4	5	6	7	8
$P(X = x_i)$							

3. Déterminer l'espérance de X.

Loi de probabilité

52 Un dé est truqué : chacune des faces a une probabilité de sortir proportionnelle au numéro figurant sur la face.
1. Soit X la variable aléatoire qui donne le numéro sorti. Déterminer la loi de probabilité X.
2. Un joueur mise 2 € puis lance le dé et gagne en euros le numéro figurant sur la face supérieure du dé truqué.
Donner l'espérance de gain pour ce joueur.

53 Un jeu consiste à lancer 3 dés cubiques équilibrés. Si le joueur obtient 3 fois le même chiffre, il gagne 5 points, s'il obtient deux fois le même chiffre, il obtient 2 points sinon il perd 1 point. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de points obtenus par le joueur à l'issue de ce jeu.
Donner la loi de probabilité associée à X.

→ Voir Exercice résolu 1 p. 149

Espérance

54 Un jeu consiste à lancer une petite balle sur une roulette contenant 37 cases.

Un joueur mise une certaine somme M sur l'une des cases. Si la balle s'arrête dans sa case, on lui rembourse 36 fois sa mise, sinon il perd sa mise.
Déterminer l'espérance de gain et interpréter ce résultat.

→ Voir Exercice résolu 2 p. 149

Expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes

55 On tire une carte parmi les 4 As (♥, ♦, ♣, ♠) d'un jeu de cartes puis on tire au hasard un jeton d'une urne contenant deux jetons, numérotés 1 et 2.
1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une succession de deux épreuves indépendantes et représenter l'arbre de probabilités correspondant à cette situation.
2. Déterminer la probabilité de tirer l'As de ♥ puis le jeton numéro 2.

56 On dispose d'une urne contenant 4 boules jaunes et 2 boules bleues. On tire au hasard une boule de l'urne, on note sa couleur, on la remet dans l'urne et on recommence.
1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une succession de deux épreuves indépendantes et représenter l'arbre de probabilités correspondant à cette situation.
2. Déterminer la probabilité de tirer deux boules bleues.
3. Déterminer la probabilité de tirer deux boules de couleur différente.

57 Sur son trajet du matin, Ruben rencontre deux feux tricolores. La probabilité que le premier feu soit vert est de $\frac{1}{4}$ et la probabilité que le second soit vert est de $\frac{3}{4}$. Ces deux feux fonctionnent de manière indépendante.

1. Déterminer la probabilité que Ruben ait les deux feux verts.
2. Déterminer la probabilité que Ruben ait aucun feu vert.
3. Déterminer la probabilité que matin Ruben ait un seul feu vert.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 151

Épreuve de Bernoulli

58 Pour chacune des situations suivantes, déterminer si on peut faire correspondre une épreuve de Bernoulli. Si c'est le cas, dessiner l'arbre de probabilités correspondant à la situation.

1. On lance une pièce de monnaie.
2. On lance un dé cubique.
3. On lance un ballon dans un panier de basket.
4. Un élève passe un examen.
5. On choisit une pièce fabriquée dans une chaîne de production afin d'effectuer un contrôle qualité.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 151

Répétition d'épreuves aléatoires de Bernoulli

59 TABLEUR On lance une pièce de monnaie trois fois de suite. On cherche à déterminer la probabilité d'obtenir 3 fois « pile ».

1. On utilise un tableur et on considère que la valeur 1 correspond à « pile ».

	A	B	C	D	E	F
1	essai	lancer 1	lancer 2	lancer 3	nombre de 1 obtenus	
2	1	1	0	1	2	
3	2	1	1	1	3	
4	3	0	0	0	0	
5	4	0	0	0	0	
6	5	1	0	1	2	
7	6	0	0	1	1	
8	7	0	0	1	1	
9	8	1	1	1	3	
10	9	1	1	1	3	
11	10	1	0	1	2	
12	11	1	1	0	2	
13	12	0	0	0	0	
14	13	1	1	1	3	
15	14	1	0	1	2	
16	15	0	0	1	1	
17	16	0	1	1	2	
18	17	0	0	1	1	
19	18	0	0	0	0	
20	19	0	0	0	0	
21	20	1	1	0	2	
22	21	0	0	0	0	
23	22	0	1	1	2	
24	23	0	0	0	0	
25	24	0	1	1	2	fréquence de sortie de trois 1
26	25	1	1	1	3	0,2

Dans la cellule B2, on a rentré la formule =ENT(ALEA()*2) de manière à obtenir de façon aléatoire 0 ou 1.

Pour compter le nombre de 1 obtenu lors des trois lancers, on rentre dans la cellule E2 la formule =NB.SI(B2:D2;"=1").

a. Ouvrir une feuille de tableur et procéder à de nombreux essais.

b. Calculer la fréquence d'apparition de trois « pile ».

2. À l'aide d'un arbre de probabilités, déterminer la probabilité d'obtenir trois fois « pile » en trois lancers de pièce.

60 On suppose qu'à la naissance, la probabilité d'avoir un garçon est égale à celle d'avoir une fille. Une femme décide d'avoir 3 enfants. On s'intéresse à la probabilité d'avoir 3 garçons.

1. Expliquer pourquoi on peut modéliser les trois naissances par une répétition d'épreuves de Bernoulli.
2. Tracer l'arbre correspondant.
3. Répondre à la question.

→ Voir Exercice résolu 6 p. 153

61 Dans une auto-école réputée, 75 % des candidats réussissent l'épreuve du code de la route du premier coup.

On interroge au hasard 4 candidats pour savoir s'ils ont réussi leur code du premier coup et on désigne par X la variable aléatoire égale aux nombres de réponses positives.

Le nombre de candidats est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à 4 tirages indépendants avec remise.

1. Calculer $P(X=0)$, $P(X=1)$, $P(X=2)$, $P(X=3)$ et $P(X=4)$.

2. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un candidat ayant réussi son code du premier coup ?

62 Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc de microscopes identiques. La probabilité qu'un microscope ait une durée de vie supérieure à dix ans est 0,286.

On considère que la durée de vie d'un microscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 4 microscopes

1. Définir une variable aléatoire X pouvant décrire cette situation.

2. Quelle est la probabilité qu'aucun microscope n'ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

3. a. Calculer $P(X \leqslant 3)$.

b. En déduire la probabilité que les 4 microscopes aient une durée de vie supérieure à 10 ans.

63 Pour se réveiller le matin, un élève utilise son portable. Malheureusement, dans 10 % des cas, sa batterie lui fait défaut et son réveil ne sonne pas, ce qui l'empêche d'être à l'heure au lycée.

Sur les 4 jours de la semaine où il doit arriver à l'heure, on note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de jours où son réveil n'a pas été efficace.

1. Dresser l'arbre de probabilités décrivant la situation.
2. Calculer $P(X=2)$.
3. Calculer $P(X<2)$ puis, $P(X<4)$.
4. En déduire $P(2 \leqslant X \leqslant 3)$.

64 Charlotte passe acheter des clémentines dans un magasin. Sur le stock important de clémentines en vente, 12 % comportent des pépins.

1. Sur les 4 clémentines qu'elle achète, quelle est la probabilité qu'il n'y en ait aucune qui comporte des pépins ?

2. Déterminer la loi de probabilité associée à la variable aléatoire qui compte le nombre de clémentines sans pépins dans le lot de 4.

3. En moyenne dans un lot de 4, combien de clémentines sont sans pépins ?

Exercices

Pour s'entraîner

65 NUMWORKS On lance 4 fois de suite de façon identique et indépendante un dé « non pipé » à 6 faces.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de lancers pour lesquels on obtient un chiffre supérieur ou égal à 5.

1. Déterminer la loi de probabilité.

2. Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

3. Olivier n'a pas envie de réfléchir et décide de faire trouver toutes les issues de cette expérience :

```
1 nbsup=0
2 nb=0
3
4
5 for de1 in range(1,7):
6   for de2 in range(1,7):
7     for de3 in range(1,7):
8       for de4 in range(1,7):
9         nb=nb+1
10        if de1+de2+de3+de4>=5:
11          nbsup=nbsup+1
12
```

```
>>> from somme import *
>>> nb
1296
>>> nbsup
1295
>>> |
```

a. Quelle ligne compte le nombre d'issues ?

b. Que compte la ligne 11 ?

66 On effectue deux tirages avec remise dans une urne contenant les 26 lettres de l'alphabet. Et, on s'intéresse au fait de tirer une voyelle.

1. Montrer que cette expérience s'apparente à la répétition d'épreuves de Bernoulli.

2. À l'aide d'un arbre de probabilités, calculer la probabilité de tirer 2 consonnes.

3. Quelle est la probabilité de tirer au moins une voyelle ?

67 Dans le monde, la proportion de gauchers est de 12 %.

1. Calculer sur un groupe de 3 enfants, la probabilité d'avoir 1 seul gaucher.

2. Quelle est la probabilité d'avoir 3 gauchers ?

3. Calculer l'espérance de la variable aléatoire qui compte le nombre de gauchers dans ce groupe de 3.

Simulation d'échantillons

68 ALGO PYTHON **Lire un programme**

Un joueur de fléchettes a 70 % de chances de toucher exactement ce qu'il vise.

Est-il possible que, sur 100 lancers, il touche plus de 90 fois ce qu'il vise ?

Pour répondre à cette question, nous allons simuler cette situation *via* un codage sous Python.

```
1  from lycee import *
2
3  def simulation(n):
4      succes=0
5      for i in range(n):
6          hasard=random()
7          if hasard<0.7:
8              succes=succes+1
9      return succes
10
11 for i in range(1000):
12     repere.plot(i,simulation(100),"ro")
```

1. Que permet de faire la fonction $\boxed{\text{simulation(n)}}$ de la ligne 3 ?

2. Combien de fois ces 100 lancers seront-ils simulés dans ce code ?

3. À l'aide du graphique obtenu, conjecturer une réponse à la problématique de départ.

69 ALGO PYTHON **Modifier un programme**

Lors d'un démarchage téléphonique, 90 % des personnes contactées raccrochent directement après la prise de contact. Parmi ceux qui restent en ligne, 20 % acceptent un rendez-vous commercial plus approfondi.

À l'aide d'une simulation informatique, nous allons rechercher la fréquence des personnes acceptant un rendez-vous commercial parmi tous les sondés.

```
1  from lycee import *
2
3  def sondage(n):
4      accepte=0
5      for i in range(n):
6          if random()>0.90 and random()<0.20:
7              accepte=accepte+1
8      return accepte
9
10 print(sondage(1000))
11
```

1. Que permet d'afficher la ligne 10 ?

2. Modifier le code à la ligne 8 pour obtenir la fréquence de personnes acceptant d'être recontactées.

3. Peut-on expliquer pourquoi cette fréquence se rapproche de 2 % ?

4. Quel est le lien entre cette simulation et une épreuve de Bernoulli ?

5. Afficher un graphique permettant de voir la fréquence obtenue par 100 simulations de 1 000 sondés.

```
1  from lycee import *
2
3  def sondage(n):
9
10 for i in range(100):
11     repere.plot(i,sondage(1000),"ro")
12
13 repere.show()
```

6. Peut-on trouver quelle est la fréquence la plus petite observée ? La plus grande ?

70 ALGO

Lorsque l'on demande à une personne de choisir un nombre entre 1 et 100, le nombre 1 n'est pratiquement pas choisi. Après une étude organisée sur un panel de lycéens, il a été constaté que le nombre 1 n'a été choisi que par 0,111 % des lycéens, chose incroyable !

Supposons que l'on choisisse cette fréquence comme probabilité de l'événement : « le 1 est choisi ».

Nous allons simuler l'expérience « choisir 1 ou non » par un programme sous Python.

```
from lycee import *

def un_ou_non(n):
    un=0
    for i in range(n):
        if random()<0.111:
            un=un+1
    return un/n

Listons=[]

for i in range(5000):
    Listons.append(un_ou_non(100))

repere.hist(Listons)
repere.show()
```

1. Que renvoie la fonction à la ligne 8 ?
2. Combien de simulations sont demandées ? Sur quel effectif de population ?
3. Faire tourner ce programme et donner la fréquence la plus représentée.
4. Modifier le programme pour afficher la fréquence la plus basse observée. Puis, la plus haute.

71 STMG Un bijoutier propose des perles de culture pour fabriquer des bijoux. Il dispose dans son stock de deux types de couleurs : les perles argentées et les perles noires.

Chacune de ces perles a :
– soit une forme dite sphérique ;
– soit une forme dite équilibrée ;
– soit une forme dite baroque.
On sait que, dans son stock, 44 % des perles sont équilibrées, deux cinquièmes sont baroques et les autres sont sphériques. De plus, 60 % des perles sont argentées, dont 15 % sont sphériques et la moitié sont baroques.
1. Reproduire le tableau des pourcentages ci-dessous et le compléter à l'aide des données de l'énoncé (on ne demande pas de justification).

	Sphérique	Équilibrée	Baroque	Total
Argentée				
Noire				
Total				100 %

2. Le bijoutier choisit une perle du stock au hasard.
On suppose que chaque perle a la même probabilité d'être choisie.
Toutes les probabilités seront données sous forme décimale exacte.
a. Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle de forme baroque ?
b. Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle noire de forme équilibrée ?
c. Déterminer la probabilité de l'événement « la perle est argentée et de forme baroque » puis interpréter ce résultat.
d. Le bijoutier a choisi une perle de forme baroque. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas argentée ?
3. Pour une création de bijou original, le bijoutier choisit dans son stock quatre perles au hasard et de manière indépendante. On admet que le nombre de perles est suffisamment grand pour que le choix d'une perle soit assimilé à un tirage avec remise.
Calculer la probabilité qu'aucune des quatre perles choisies ne soit argentée.

72 STI2D Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est de 0,7.
Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80 % des cas. S'il n'y a pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5 % des cas.

On note B l'événement : « il y a un banc de poissons sur zone » et $\overline{B}$ l'événement contraire de B.
On note S l'événement : « le sonar indique l'existence d'un banc de poissons » et $\overline{S}$ l'événement contraire de S.
1. Dresser l'arbre pondéré correspondant à la situation.
2. Déterminer la probabilité $P(B \cap S)$.
3. Calculer la probabilité que le sonar indique la présence d'un banc de poissons (réel ou fictif).
4. Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve toujours dans l'une des trois situations suivantes :
Situation 1 : un banc de poissons est présent sur la zone et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas, le pêcheur gagne 2 000 euros.
Situation 2 : il n'y a pas de banc de poissons sur zone mais le sonar en signale un. Le filet est lancé pour rien. Dans ce cas, le pêcheur perd 500 euros.
Situation 3 : le sonar ne détecte aucun banc de poisson (qu'il y en ait ou pas). Le filet n'est pas lancé et le bateau rentre au port à vide. Dans ce cas, le pêcheur perd 300 euros.
a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G qui compte le gain réalisé par le pêcheur lors d'une sortie.
b. Le pêcheur effectue de nombreuses sorties. Quel gain par sortie peut-il espérer avoir ?
5. Le pêcheur prévoit d'effectuer trois sorties successives sur la zone de pêche. Déterminer la probabilité que, pour les trois sorties, le sonar reste muet, c'est-à-dire n'indique pas la présence d'un banc de poissons.
On donnera la valeur approchée arrondie au millième de ce résultat.

Exercices

Pour faire le point

Tests
S'entraîner en ligne
lienmini.fr/10333-39

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Si c'est une figure, on gagne 3 €, si c'est un As on gagne 5 €, sinon on perd 2 €. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de points obtenus.

	V	F
73 La variable aléatoire X prend 3 valeurs.		
74 $P(X=5)=\frac{1}{3}$.		
75 $E(X)=0$.		
On mise 2 € pour jouer. On appelle G la variable aléatoire qui compte le gain du joueur.		
76 $P(G=3)=\frac{1}{8}$.		
77 $P(G>0)=\frac{1}{2}$.		
78 $E(G)$ est négative.		
79 L'événement « $G>4$ » est impossible.		
80 $P(G\geqslant -2)=1$.		

→ Vérifier les résultats p. 294

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

81 On répète 3 fois de manière indépendante une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=P(X=A)=0,4$. On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où l'on obtient l'événement A.

a. $P(X=3)=0,4^3$ **b.** $P(X=3)=3\times 0,4$ **c.** $P(X=3)=0,6^3$

82 On répète trois fois de manière indépendante une épreuve de Bernoulli ayant deux issues A et $\overline{A}$ de probabilités $p=0,4$ et $1-p=0,6$.

a. $P(X=1)$ **b.** $P(X>1)$ **c.** $P(X\geqslant 1)$

83 La probabilité d'obtenir au moins une fois l'événement A est égale à :

a. $0,4^3$ **b.** $1-0,6^3$ **c.** $0,4\times 0,6^2$

84 Le nombre de chemins dans l'arbre représentant la situation correspondant à l'événement $X=2$ est :

a. 1 **b.** 2 **c.** 3

85 Le nombre de chemins dans l'arbre représentant la situation correspondant à l'événement $X\geqslant 2$ est :

a. 4 **b.** 3 **c.** 2

86 $P(X=0)=$

a. $P(X=3)$ **b.** $1-P(X=3)$ **c.** $1-P(X\geqslant 1)$

87 $E(X)=$

a. 1,2 **b.** $\frac{0,4+0,6}{2}=0,5$ **c.** 1,8

→ Vérifier les résultats p. 294

88 In English

The ratio of boys to girls at birth in France is 1.05:1.
What proportion of French families with exactly 4 children will have at least 3 boys? (Ignore the probability of multiple births.)

89 COMPÉTENCE Représenter, Calculer

12 % des habitants d'une ville sont gauchers. On constitue au hasard un échantillon de 4 habitants de cette ville. On suppose que le nombre d'habitants est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à celui de quatre tirages successifs avec remise. La variable aléatoire X compte le nombre de gauchers dans cet échantillon.
Calculer : $P(X=4)$, $P(X=0)$, $P(X \geqslant 1)$.

90 COMPÉTENCE Modéliser, Calculer

Une étude statistique a été réalisée sur une population de 1 000 souris de laboratoire. Chaque souris de cette population a été observée afin de déceler la présence d'une certaine bactérie dans son organisme. Dans cette population de souris :
– 60 % des souris sont des mâles ;
– parmi les souris mâles, 20 % sont porteuses de la bactérie ;
– 10 % des souris de la population sont des femelles porteuses de la bactérie.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

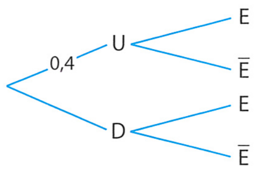
	Souris femelle	Souris mâle	Total
Souris porteuse de la bactérie			
Souris non porteuse de la bactérie			
Total			1 000

2. On prélève au hasard une souris de la population et on l'examine afin de déterminer son sexe et de détecter l'éventuelle présence de la bactérie. Soit les événements suivants :
F : « la souris prélevée est une femelle » ;
B : « la souris prélevée est porteuse de la bactérie ».
a. À l'aide des données de l'énoncé, déterminer $P(\text{F})$ et $P(\text{F} \cap \text{B})$.
b. Calculer la probabilité qu'une souris soit porteuse de la bactérie sachant que cette souris est une femelle.
c. Démontrer que la probabilité de B est égale à 0,22.
3. On prélève dans la population, au hasard et successivement, 3 souris. La population est suffisamment grande pour pouvoir assimiler ces prélèvements à des tirages successifs avec remise. On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de souris porteuses de la bactérie parmi les 3 souris prélevées.
Calculer la probabilité de prélever exactement 2 souris porteuses de la bactérie (on arrondira au centième).

91 COMPÉTENCE Représenter

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.
Pour les employés inscrits à ce voyage, deux formules sont proposées :
– la formule n° 1 : voyage en 1[re] classe plus hôtel pour un coût de 150 €.
– la formule n° 2 : voyage en 2[e] classe plus hôtel pour un coût de 100 €.
40 % des employés inscrits choisissent la formule n° 1.
Le comité d'entreprise propose une excursion facultative pour un coût de 30 €.
Indépendamment de la formule choisie, 80 % des employés inscrits choisissent l'excursion facultative.
On interroge au hasard un employé inscrit à ce voyage. On note :
– U l'événement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 1 » ;
– D l'événement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 2 » ;
– E l'événement : « l'employé inscrit choisit l'excursion facultative ».

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-contre correspondant à cette situation.



2. Montrer que la probabilité que l'employé inscrit choisisse la formule n° 2 et l'excursion facultative est égale à 0,48.
3. Soit C le coût total du voyage (excursion comprise).
a. Déterminer les différentes valeurs possibles que peut prendre C.
b. Déterminer la loi de probabilité de C.
c. Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter le résultat

92 COMPÉTENCE Modéliser, Calculer

Une entreprise produit en grande quantité des appareils à gaufres. À la suite de contrôles, on s'est aperçu que 3 % des appareils fabriqués pouvaient présenter un défaut.
Le comité d'entreprise d'une petite société décide d'acheter quatre de ces appareils.
Peut-on considérer que l'on peut modéliser cet achat par la répétition d'une épreuve de Bernoulli ?
1. Quelle est alors la probabilité qu'aucun des 4 appareils achetés présente un défaut ? Que les 4 appareils achetés présentent un défaut ? Qu'au moins un appareil acheté présente un défaut ?
2. Soit X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 4 appareils dans la production, compte le nombre d'appareils présentant un défaut.
a. Quelles sont les valeurs prises par X ?
b. Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter, dans le contexte de l'exercice, cette espérance.

TP

Somme de deux dés au craps version « écart type » ALGO

CAPACITÉ Interpréter la distance à p de la fréquence observée des 1 dans un échantillon de taille n d'une loi de Bernoulli.

Dans le Craps, connu pour son utilisation de deux dés, le 7 a une importance. C'est la somme des deux dés qui apparaît le plus dans une partie.

PARTIE 1 Probabilité

1. De combien de façon, peut-on obtenir 7 en lançant 2 dés ?
2. En déduire la probabilité d'obtenir 7 dans cette situation.

PARTIE 2 Apparition du 7 dans un millier de lancers

Pour simuler cette probabilité sur un très grand nombre de lancers, nous allons utiliser un algorithme en Python.

1. Pourquoi pouvons-nous parler d'une épreuve de Bernoulli dans cet algorithme ?
2. Si nous exécutons la fonction $\boxed{\text{lancons(1000)}}$ définie dans cet algorithme, quel nombre pouvons-nous espérer obtenir en retour ?
3. On pourra tester cette fonction pour différentes valeurs.

deg PYTHON

```python
from random import *
def lancons(nb):
  x=0
  for i in range(nb):
    de1=randint(1,6)
    de2=randint(1,6)
    if de1+de2==7:
      x=x+1
    return x/nb
```

TABLEUR PYTHON En salle informatique lienmini.fr/10333-40

Utilisation du tableur

	A	B	C	D	E	F	G
1	+	1	2	3	4	5	6
2	1	2	3	4	5	6	7
3	2	3	4	5	6	7	8
4	3	4	5	6	7	8	9
5	4	5	6	7	8	9	10
6	5	6	7	8	9	10	11
7	6	7	8	9	10	11	12

1. Dans la case B2 du tableur ci-contre, quelle doit être la formule inscrite pour que le tableau se remplisse correctement sur la plage B2:G7 ?
2. Quel est le résultat le plus fréquent que l'on puisse obtenir ?

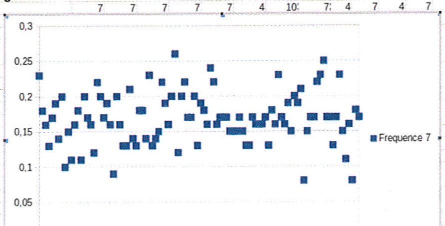
Nous allons maintenant nous intéresser, pour une centaine de lancers, à la fréquence d'apparition du 7.

3. À l'aide du tableur, simuler 100 lancers de deux dés et calculer la fréquence d'apparition du 7.

Astuce : la fonction $\boxed{\text{nb.si()}}$ va nous permettre de compter les 7 et $\boxed{\text{alea.entre.bornes(1,6)}}$ de lancer d'un dé.

4. Faire apparaître un graphique permettant de voir que la fréquence oscille autour de 1/6 théorique.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Simulation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	Frequence 7	0,23	0,18	0,16	0,13	0,17	0,19	0,14	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,17
3	Tirage :	6	8	5	5	9	9	8	6	2	7	8	8	11	8	10	9
4		7	7	7	7	7	4	10	7	4	7	4	7	3	11	8	7
5														8	7	8	8
6														7	10	5	8
7														6	10	9	8
8														3	6	7	9
9														10	5	11	5
10														7	10	6	6
11														5	6	11	7
12														2	9	7	3
13														10	4	8	5
14														8	4	5	3
15														5	5	4	2
16														5	8	8	6
17														7	8	9	10
18														6	6	9	2
19														3	6	9	10
20														6	7	9	11
21														11	7	5	8



5. Pour ces 100 fréquences d'apparition du 7, calculer l'écart-type s de cette série statistique

Utilisation de Python, 1 000 expériences de 100 lancers

1. Voici un algorithme permettant de simuler 1 000 tirages de 100 lancers de dés. À vous de coder sous Python.

```python
from lycee import *

def lancons(nb):
    x=0
    for i in range(nb):
        de1=randint(1,6)
        de2=randint(1,6)
        if de1+de2==7:
            x=x+1
    return x/nb

def mille():
    L=[]
    for i in range(1000):
        L.append(lancons(100))
    return L

serie7=mille()
repere.hist(serie7)
s=ecartype(serie7)

print(s)
repere.show()
```

2. Représenter l'histogramme de la série des fréquences d'apparition du 7.
3. Calculer l'écart type s de cette série.
4. On souhaite maintenant compter la fréquence des expériences où l'apparition du 7 est dans l'intervalle $[p-2\times s\,;p+2\times s]$ avec p = 1/6.

Modifier le programme en conséquence.

93 Une entreprise fabrique des protections de smartphone de deux types : des coques et des étuis. Elle a produit 1 200 étuis et 300 coques en une journée. Un contrôle interne à l'entreprise montre que 1 % des étuis produits présentent un défaut contre 5 % pour les coques produites.
On choisit au hasard une protection de smartphone dans la production de cette journée ; on suppose que toutes les protections ont la même probabilité d'être prélevées.
On considère les événements suivants :
– A : « la protection est un étui » ;
– B : « la protection est une coque » ;
– D : « la protection présente un défaut ».

1. Reproduire et compléter le tableau des effectifs suivants :

	Étui	Coque	Total
Défaut			
Pas de défaut			
Total			1 500

2. Calculer les probabilités suivantes : $P(\mathrm{A})$, $P(\mathrm{B})$, $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{D})$, $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{D})$, $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{D})$, $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{D})$ et $P(\mathrm{D})$.

3. On choisit au hasard 3 protections dans la production d'une journée. La production étant suffisamment importante, on peut supposer que l'on peut modéliser ce choix par celui de la répétition de trois épreuves de Bernoulli.
Soit Y la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 3 smartphones, associe le nombre de protections présentant un défaut.

a. Déterminer la loi de probabilité de Y.

b. Calculer $E(Y)$.

94 Une usine produit de l'eau minérale en bouteille. L'eau provient de deux sources.
Lorsque le taux de calcium dans une bouteille dépasse 6,5 mg par litre, on dit que l'eau est calcaire.
On a effectué des tests pendant une journée et on constate que :
• 16 % des bouteilles d'eau issues de la source 1 contiennent de l'eau calcaire
• 10 % des bouteilles d'eau issues de la source 2 contiennent de l'eau calcaire
La source 1 fournit 70 % de la production totale des bouteilles d'eau.

1. Reproduire et compléter le tableau des fréquences (en pourcentage) ci-après.

	Source 1	Source 2	Total
Eau calcaire			
Eau non calcaire			
Total			100

2. On prélève au hasard une bouteille dans la production de cette journée. Toutes les bouteilles d'eau ont la même probabilité d'être tirée. On considère les événements suivants :
A : « la bouteille d'eau provient de la source 1 » ;
B : « la bouteille d'eau provient de la source 2 » ;
C : « l'eau contenue dans la bouteille est calcaire ».

a. Calculer : $P(\mathrm{A})$, $P(\mathrm{C})$, $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{C})$, $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{C})$.

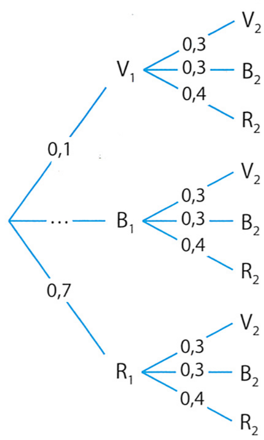
b. Calculer la probabilité que l'eau contenue dans une bouteille provienne de la source 1 sachant qu'elle est calcaire.

3. L'usine fait des packs de quatre bouteilles d'eau.

a. Soit X la variable aléatoire qui associe à tout pack de 4 bouteilles d'eau le nombre de bouteilles d'eau calcaire. Donner la loi de probabilités de X.

b. Quelle est la probabilité qu'un pack contienne au moins une bouteille d'eau calcaire ?

95 On dispose de deux boîtes contenant chacune des boules vertes, des boules bleues et des boules rouges, indiscernables au toucher. La répartition des couleurs dans chaque boîte est différente. On tire au hasard une boule dans la première boîte puis une boule dans la deuxième boîte. On appelle $\mathrm{V_1}$ l'événement : « la première boule tirée est verte ». On appelle $\mathrm{V_2}$ l'événement : « la deuxième boule tirée est verte ».
On définit de la même manière les événements $\mathrm{R_1}$ et $\mathrm{R_2}$ correspondant au tirage d'une boule rouge, les événements $\mathrm{B_1}$ et $\mathrm{B_2}$ correspondant au tirage d'une boule bleue.
L'arbre de probabilités ci-contre représente la situation.



1. a. Calculer la probabilité $P(\mathrm{B_1})$ de l'événement $\mathrm{B_1}$.

b. Définir l'événement $\mathrm{V_1} \cap \mathrm{R_2}$ à l'aide d'une phrase, puis calculer sa probabilité.

c. Calculer la probabilité que les deux boules tirées soient vertes.

d. Justifier que $P(\mathrm{R_2}) = 0,4$.

2. Calculer la probabilité que les deux boules tirées soient de même couleur.