Pour acquérir les automatismes

1 Questions Flash BAC

Diaporama

50 diapositives pour maîtriser ses automatismes

lienmini.fr/10333-20

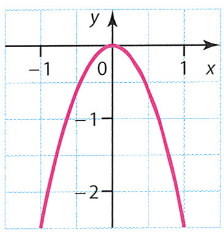
Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2

2 Relier chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ au graphique correspondant.

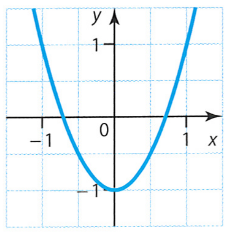
1. $g(x)=(x+1)(x-2)$ **2.** $f(x)=-2{,}5x^2$

3. $h(x)=2x^2-1$ **4.** $i(x)=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$

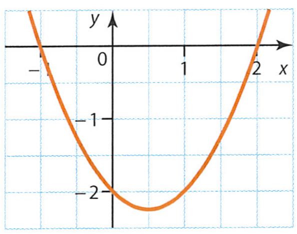
Ⓐ



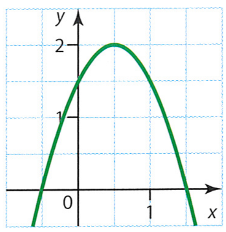
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



Déterminer les éléments caractéristiques de la fonction $x \mapsto a(x-x_1)(x-x_2)$

3 Donner l'équation de l'axe de symétrie de la courbe représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=10(x-5)(x+4)$.

4 Donner le signe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=-3(x+1)(x+3)$.

5 Donner l'allure de la courbe représentant la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=-2(x-4)(x+2)$.

6 Donner la valeur pour laquelle la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3(x+8)(x-4)$ atteint son extremum. Est-ce un minimum ou un maximum ?

Vérifier qu'une valeur est racine d'un polynôme de degré 2 ou 3

7 Vérifier que 4 est racine de la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2+12x-96$.

8 **1.** Vérifier que -1 est racine de la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-2x^2+4x+6$.
2. Sachant que l'axe de symétrie de la parabole représentant la fonction a pour équation $x=1$, déterminer l'autre racine.

9 Vérifier que la valeur α proposée est racine du polynôme puis factoriser la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.
1. $\alpha=3$ et $f(x)=2x^2+2x-24$.
2. $\alpha=-1$ et $f(x)=x^2-4x-5$.

10 Vérifier que la valeur α proposée est racine du polynôme de degré 3.
1. $\alpha=3$ et $f(x)=x^3-x^2-2x-12$.
2. $\alpha=-10$ et $f(x)=5x^3+60x^2+80x-200$.

Savoir factoriser une expression du second degré connaissant au moins une des racines

11 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2+6x-8$. Sachant que 1 et -4 sont les racines du polynôme, déterminer la forme factorisée de la fonction.

12 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^2-2x-3$. Sachant que (-1) est racine du polynôme, déterminer la forme factorisée de la fonction.

Utiliser une forme factorisée pour trouver des racines et étudier le signe

13 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=-3(x-7)(x+2)$.
1. Déterminer les racines de $f(x)$.
2. Étudier son signe.

14 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x)=8(x+4)(x-3)$.
1. Déterminer les racines de $g(x)$.
2. Étudier son signe.

15 Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :
$h(x)=4(x-1)(x-5)(x+3)$. Déterminer son signe.

16 Déterminer le signe de la fonction polynôme de degré 3 définie sur $\mathbb{R}$.
1. $f(x)=-2(x+2)(x-4)(x+1)$.
2. $g(t)=(t+5)(t-6)(t-2)$.

Résoudre des équations de la forme $x^2=c$ ou $x^3=c$

17 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2=12$.

18 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2=-16$.

19 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3=-27$.

20 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3=18$.

PASTILLE BLANCHE *L'exercice est corrigé en fin de manuel*

Les fonctions du type $x \mapsto ax^2$

→ Aide Cours 1A p. 80

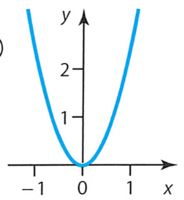
Question de cours

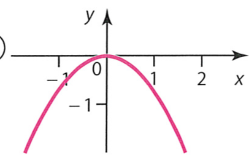
21 Donner le sens de variation de chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = 7x^2$ **2.** $g(x) = -5x^2$

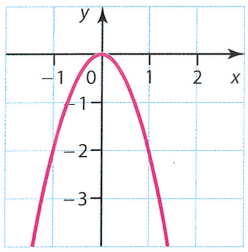
22 Relier chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ suivantes au graphique correspondant.

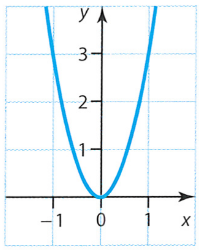
1. $f(x) = -0,7\ x^2$ **2.** $g(x) = 2,6x^2$

Ⓐ


Ⓑ


23 Déterminer l'expression de la fonction de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique figure ci-dessous.

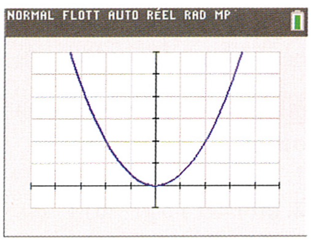
1.


2.


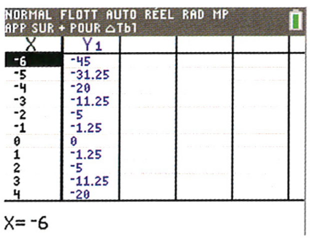
24 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = ax^2$. Déterminer la valeur de a sachant que $h(2) = 6$.

25 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = at^2$. Déterminer la valeur de a sachant que $f(-2) = -10$.

26 On a représenté la fonction g sur l'écran de la calculatrice. Déterminer l'expression de $g(x)$.



27 On donne le tableau de valeurs d'une fonction du type $x \mapsto ax^2$. Déterminer la valeur de a.



X	Y1
-6	-45
-5	-31.25
-4	-20
-3	-11.25
-2	-5
-1	-1.25
0	0
1	-1.25
2	-5
3	-11.25
4	-20

X= -6

Les fonctions du type $x \mapsto ax^2 + b$

→ Aide Cours 1B p. 80

Question de cours

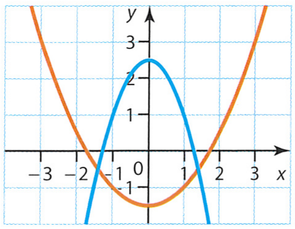
28 Donner le sens de variation de chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = -2x^2 + 3$ **2.** $g(x) = 3x^2 - 1$

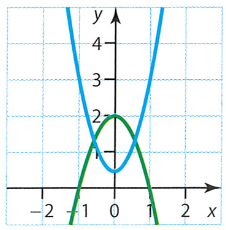
29 Relier chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ suivantes à la courbe correspondante.

$f(x) = 0,5x^2 - 1,5$

$g(x) = -1,5x^2 + 2,5$

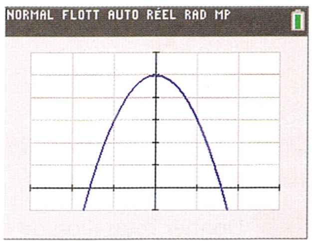


30 Déterminer pour chaque courbe l'expression de la fonction de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ qu'elle représente.

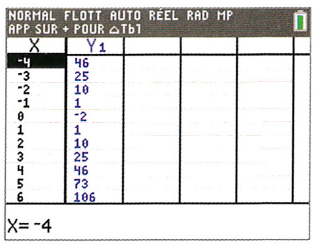


31 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = at^2 + b$. Déterminer la valeur de a sachant que $f(-1) = -2$ et $f(2) = 3$.

32 On a représenté la fonction g sur l'écran de La calculatrice. Déterminer l'expression de g.



33 On donne le tableau de valeurs d'une fonction du type $x \mapsto ax^2 + b$. Déterminer la valeur de a.



X	Y1
-4	46
-3	25
-2	10
-1	1
0	-2
1	1
2	10
3	25
4	46
5	73
6	106

X= -4

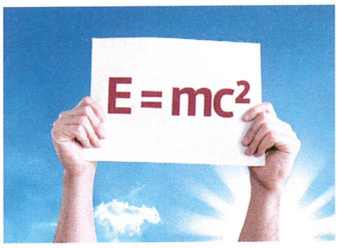
34 Indiquer quelle transformation permet de passer de la courbe représentative de la fonction f à celle de la fonction g.

1. f et g sont définies sur $[-3\,;3]$ par $f(x) = 1,3x^2$ et $g(x) = 1,3x^2 - 1,5$.

2. f et g sont définies sur $[-5\,;5]$ par $f(x) = -75x^2$ et $g(x) = -75x^2 + 125$.

35 Donner l'expression de la fonction g dont on obtient une représentation graphique par la translation de vecteur $\vec{u}$ appliquée à la courbe représentative de la fonction f.
f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3{,}6x^2$ et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

36 La célèbre formule d'Albert Einstein $E = mc^2$ signifie qu'une particule de masse m, isolée et au repos dans un référentiel, possède, du fait de sa masse, une énergie E appelée énergie de masse, dont la valeur est donnée par le produit de m par le carré de la vitesse de la lumière c.
Déterminer c en fonction de E et m.



Les fonctions du type $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$

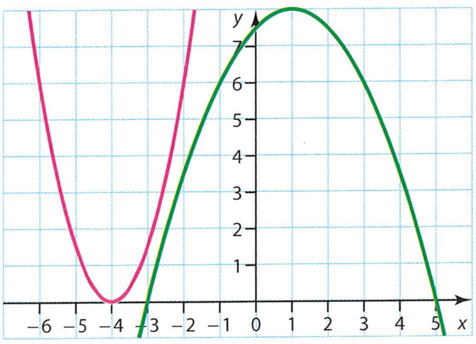
→ Aide Cours 1C p. 82

Question de cours

37 Donner les racines de chacune des fonctions polynômes de degré 2 définies sur $\mathbb{R}$:
1. $f(x) = 4(x-2)(x+4)$ **2.** $g(t) = -3(t+2{,}5)\left(t - \frac{1}{3}\right)$

38 Déterminer l'expression de la fonction polynôme de degré 2, sachant qu'elle admet une seule racine : (-2) et que $g(2) = 8$.

39 Déterminer l'expression de chaque fonction polynôme de degré 2 en vous appuyant sur sa représentation graphique.



40 Déterminer le signe de la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.
1. $f(x) = -3(x+6)(x-9)$. **2.** $g(t) = 7(t-3)(t+5)$.

Vrai ou faux

41 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x^2 + 12x + 15$.
Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies, fausses ou si l'on ne peut pas répondre, puis justifier.
1. La courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g est une parabole tournée vers le bas.
2. 1 est racine du polynôme.
3. La forme factorisée de g est $g(x) = -3(x+1)(x-5)$.
4. La fonction g est toujours négative.
5. L'axe de symétrie de $\mathscr{C}_g$ est la droite d'équation $x = 2$.

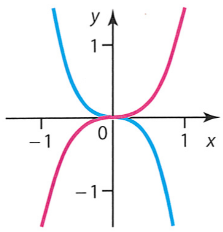
Les fonctions du type $x \mapsto ax^3$

→ Aide Cours 2A p. 84

Question de cours

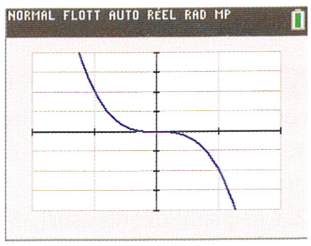
42 Donner le sens de variation de chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$:
1. $f(x) = -6x^3$ **2.** $g(x) = 2{,}5x^3$

43 Relier chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ suivantes à la courbe correspondante. Justifier.
$g(x) = 1{,}5x^3$ $i(x) = -2{,}5x^3$



44 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = ax^3$.
Déterminer la valeur de a sachant que $h(4) = 32$.

45 On a représenté la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^3$ sur une calculatrice.
Déterminer l'expression de la fonction ainsi représentée.



46 On donne le tableau de valeurs d'une fonction du type $x \mapsto ax^3$.
Déterminer la valeur de a.

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
APP SUR + POUR ΔTbl

X	Y1
-5	375
-4	192
-3	81
-2	24
-1	3
0	0
1	-3
2	-24
3	-81
4	-192
5	-375

X= -5

Exercices

Pour commencer

Les fonctions du type $x \mapsto ax^3 + b$

→ Aide Cours 2A p. 84

Question de cours

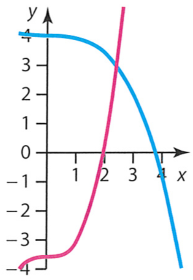
47 Dresser le tableau de variation de chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = 5x^3 - 4$ **2.** $g(x) = -3x^3 + 6$

48 Relier chacune des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ à la courbe correspondante. Justifier.

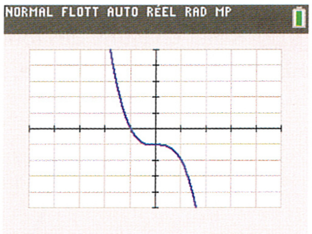
$f(x) = -0{,}3x^3 + 4$

$h(x) = 0{,}5x^3 - 3{,}5$

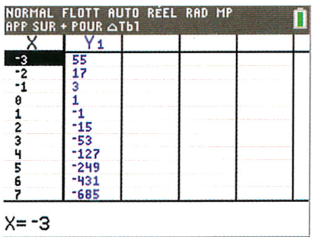


49 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = at^3 + b$.
Déterminer les valeurs de a et b sachant que $f(-1) = -3$ et $f(2) = 15$.

50 On a représenté la fonction g du type $x \mapsto ax^3 + b$ sur une calculatrice.
Déterminer l'expression de la fonction ainsi représentée.



51 On donne le tableau de valeurs d'une fonction du type $x \mapsto ax^3 + b$.
Déterminer les valeurs de a et b.


NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
APP SUR + POUR △Tbl

X	Y1
-3	55
-2	17
-1	3
0	1
1	-1
2	-15
3	-53
4	-127
5	-249
6	-431
7	-685

X= -3

52 Indiquer quelle transformation permet de passer de la courbe représentative de la fonction f à celle de la fonction g.

1. f et g sont définies sur $[-3\,;3]$ par $f(x) = -2{,}3x^3$ et $g(x) = -2{,}3x^3 + 3{,}2$.

2. f et g sont définies sur $[-5\,;5]$ par $f(x) = -53x^3$ et $g(x) = -53x^3 - 64$.

53 Donner l'expression de la fonction g dont on obtient une représentation graphique par la translation de vecteur $\vec{u}$ appliquée à la courbe représentative de la fonction f.

1. f est définie sur $[-10\,;10]$ par $f(x) = -11x^3$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}$.

2. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -90x^3$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ -15 \end{pmatrix}$.

Les fonctions du type $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

→ Aide Cours 2B p. 86

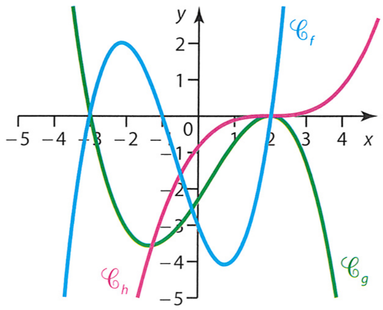
Question de cours

54 Donner les racines de chacune des fonctions polynômes de degré 3 définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = 2(x-3)(x+5)(x+2)$

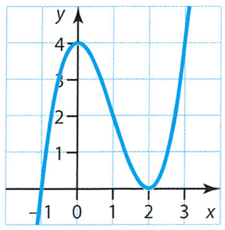
2. $g(t) = -4(t - 3{,}2)\left(t - \dfrac{2}{3}\right)(t+1)$

55 Déterminer, en utilisant la représentation graphique de la fonction, le nombre de ses racines ainsi que leurs valeurs.



56 Déterminer l'expression de la fonction polynôme f de degré 3 définie sur $\mathbb{R}$ sachant qu'elle admet trois racines : 1, (-2) et 4 et que $f(0) = 16$.

57 Déterminer l'expression de la fonction polynôme de degré 3 en vous appuyant sur sa représentation graphique.



QCM

58 *Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.*

1. Une racine de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^3 + 21x^2 - 45x + 27$ est :

a. -1 **b.** -3 **c.** 1

2. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2(x+3)(x-2)(x+1)$ est :

a. positive sur $[-3\,;-1] \cup [2\,;+\infty[$

b. positive sur $]-\infty\,;-3] \cup [-1\,;2]$

c. négative sur $]-\infty\,;-3] \cup [2\,;+\infty[$.

3. La courbe représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 2x - 12$ coupe l'axe des abscisses aux points :

a. A$(0\,;-1)$, B$(0\,;-2)$ et C$(0\,;-3)$

b. A$(-3\,;0)$, B$(-2\,;0)$ et C$(1\,;0)$

c. A$(-3\,;0)$, B$(-2\,;0)$ et C$(-12\,;0)$

Fonctions polynômes de degré 2

59 STL L'indice de masse corporelle d'une personne (IMC) se calcule grâce à la formule suivante : $\text{IMC} = \dfrac{\text{Masse}}{(\text{Taille})^2}$ (masse en kg, taille en m). Une personne commence à être en surpoids si son IMC est supérieur ou égal à 25.

1. Déterminer l'IMC d'une personne mesurant 1,84 m et pesant 65 kg.

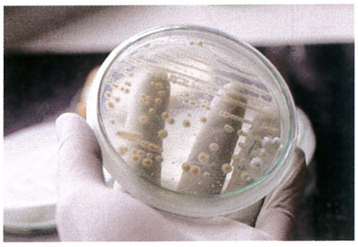
2. Quelle est la taille d'une personne d'IMC égal à 23,5 et pesant 64 kg ?

3. Quel est le poids d'une personne d'IMC égal à 18 et mesurant 1 m73 ?

4. Combien pèse une personne en surpoids mesurant 1 m 71 ?

Conformément à l'usage de la langue courante, on utilise le mot « poids » pour désigner ce qui est en fait la masse.

60 STL On étudie l'évolution, en fonction du temps, d'une population de levures présentes dans un milieu liquide. Au bout de 300 min, le nombre de levures est stationnaire pendant 30 min, puis il peut être modélisé par la fonction g définie sur l'intervalle [330 ; 480] par



$g(t) = 0{,}0056t^2 - 6{,}1517t + 4\,389$,

t étant exprimé en minutes.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$0{,}0056t^2 - 6{,}1517t + 4\,389 = 4\,389$.

2. En utilisant les propriétés de symétrie de la parabole, déterminer l'axe de symétrie de la parabole représentant la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par :

$p(t) = 0{,}0056t^2 - 6{,}1517t + 4\,389$.

3. En déduire le tableau de variation de la fonction p.

4. Comment évolue le nombre de levures sur l'intervalle [330 ; 480] ? Quel est le nombre de levures au bout de 8 heures ? On arrondira le résultat à l'unité.

61 L'empreinte carbone est un indicateur des émissions de gaz à effet de serre qui intègre les émissions directes des ménages français, de la production nationale et celles associées aux produits importés. On étudie les émissions de CO_2 de la France selon l'empreinte carbone entre 1995 et 2015. Les émissions sont exprimées en million de tonnes équivalent CO_2 (Mt eq CO_2). On modélise l'évolution de ces émissions en fonction du temps écoulé depuis 1995, exprimé en années, par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 39] par : $f(x) = -0{,}8x^2 + 19{,}2x + 468$.

1. Montrer que $f(x) = -0{,}8(x-39)(x+15)$.

En déduire les deux racines du polynôme sur $\mathbb{R}$.

2. Déterminer le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle [0 ; 39].

3. La France s'est engagée, d'ici 2030, à réduire ses émissions de CO_2 de 40 %, par rapport à leur niveau en 1995, estimé à 468 Mt eq CO_2.

D'après ce modèle, l'engagement de la France sera-t-il tenu en 2030 ? Justifier la réponse.

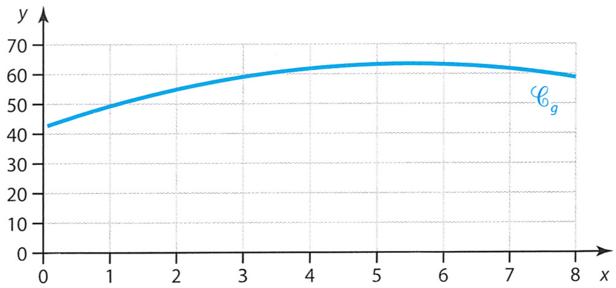
→ Voir Exercice résolu 8 p. 85

62 STL On a étudié le parcours professionnel des personnes ayant obtenu en 2010 un diplôme de la santé ou du social (niveau III).

Le nombre x représente le temps écoulé en années depuis l'obtention de leur diplôme. On considérera que x appartient à l'intervalle $\left[\dfrac{1}{12}\,;8\right]$.

On s'intéresse aux personnes qui, travaillant, le font dans le secteur public. Le pourcentage de ces dernières est modélisé par la fonction g définie sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{12}\,;8\right]$ par : $g(x) = -0{,}7x^2 + 7{,}7x + 42$.

On a tracé sur le graphique ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_g$ représentant la fonction g.



1. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps le pourcentage de personnes travaillant pour le secteur public est maximal.

2. Le résultat graphique semble peu précis. Pour affiner ce résultat, montrer que (– 4) et 15 sont des racines du polynôme $-0{,}7x^2 + 7{,}7x + 42$.

3. En déduire, en utilisant les propriétés de symétrie de la parabole, au bout de combien de temps le pourcentage de personnes travaillant pour le secteur public est maximal et dresser le tableau de variation de la fonction g.

4. Déterminer graphiquement pendant quelle durée ce pourcentage est supérieur à 58,8 %. Vérifier ce résultat par le calcul.

Coup de pouce

- On vérifiera que pour tout x réel, $-0{,}7x^2 + 7{,}7x - 16{,}8 = -0{,}7(x-3)(x-8)$).

Fonctions polynômes de degré 3

63 **Partie A**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t) = -t^3 + 3t^2 + 24t + 28$.

1. Vérifier que (-2) et 7 sont racines du polynôme.

2. Sachant que (-2) est une racine double et 7 une racine simple, déterminer la forme factorisée de la fonction f.

3. En déduire le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Une épidémie de varicelle s'est déclarée dans les crèches d'une commune. On observe son évolution dans le temps. Un relevé hebdomadaire effectué par le service communal d'hygiène et de santé a permis d'établir le tableau suivant :

Nbre de semaines depuis le début de l'épidémie (x_i)	0	1	2	3	4	5
Nbre de cas de varicelle (y_i)	25	52	82	100	110	97

1. Tracer, dans un repère orthogonal, la courbe de f sur l'intervalle $[0 ; 8]$. Dans ce repère, placer les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ correspondant au relevé ci-dessus.

2. a. Expliquer en quoi il est pertinent de modéliser le nombre de cas de varicelles au cours du temps par la fonction f. Préciser sur quel intervalle.

b. En utilisant cette modélisation et avec la précision permise par le graphique, déterminer le nombre d'enfants atteints par la varicelle au bout de 2,5 semaines et la période durant laquelle le nombre de cas de varicelle est supérieur à 100. Arrondir au jour près.

c. D'après ce modèle, au bout de combien de semaines n'y aura-t-il plus aucun enfant atteint de varicelle dans les crèches de la commune ? Justifier la réponse.

→ Voir Exercice résolu 8 p. 87

64 STI2D Une usine produit chaque mois entre 0 et 50 machines agricoles. On a modélisé le bénéfice de cette entreprise, exprimé en milliers d'euros, par la fonction f définie pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 50]$ par : $f(x) = x^3 - 96x^2 + 2\,489{,}25x - 10\,171{,}25$. L'entreprise réalise des profits si son bénéfice est strictement positif.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à $[0 ; 50]$: $f(x) = (x-5)(x-39{,}5)(x-51{,}5)$.

2. Étudier le signe de $f(x)$.

3. En déduire le nombre de machines agricoles que l'entreprise doit produire pour réaliser des profits.

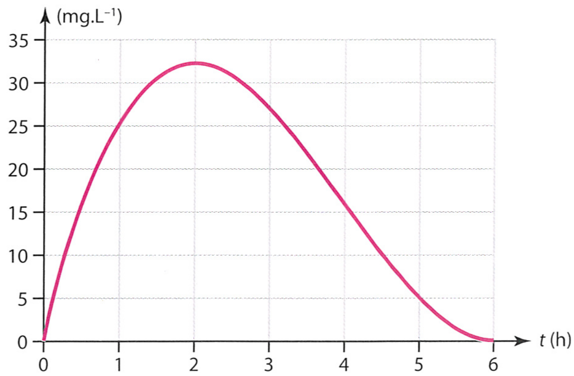
→ Voir Exercice résolu 8 p. 87

65 STL Pour traiter un patient, un médecin procède à l'injection intramusculaire d'une dose d'une substance médicamenteuse au temps $t = 0$ (t est exprimé en heures). Le produit actif se diffuse dans le sang puis est progressivement éliminé. Le médicament est efficace lorsque la concentration du produit actif dans le sang est supérieure ou égale à 25 mg.L^{-1} (25milligrammes par litre).

La concentration maximale du produit actif dans le sang ne peut pas dépasser 40 mg.L^{-1} pour éviter les effets secondaires.

Partie A : Étude graphique

La courbe donnée ci-dessous représente la concentration en mg.L^{-1} du produit actif dans le sang du malade en fonction du temps écoulé depuis l'injection du médicament.



À l'aide de cette courbe, répondre, avec la précision que permet le graphique, aux questions suivantes.

1. Déterminer la concentration en mg.L^{-1} du produit actif pour $t = 5$.

2. Le médecin a-t-il respecté la dose à ne pas dépasser ? Expliquer.

3. Déterminer les temps en heures et minutes pour lesquels la quantité de produit actif est de 15 mg.L^{-1}.

4. Quelle est la durée pendant laquelle le médicament est resté efficace ?

5. Au bout de quelle durée le médicament est-il complètement éliminé ?

Partie B : Étude numérique

On admet que la concentration, exprimée en mg.L^{-1}, du produit actif dans le sang du malade est donnée en fonction du temps t, exprimé en heures, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par : $f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$.

On cherche sur quel intervalle de temps la concentration du produit actif dans le sang est supérieure ou égale à 25 mg.L^{-1}. Pour cela, on définit la fonction g sur $[0 ; 6]$ par $g(t) = f(t) - 25$.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

t	0	1	2	3	4	5	6
$g(t)$							

2. a. À l'aide de la fonction $\boxed{\text{TABLE}}$ de la calculatrice, déterminer une valeur approchée au dixième près des racines du polynôme $t^3-12t^2+36t-25$.

b. Vérifier que $g(t)=(t-1)\left(t-\frac{11-\sqrt{21}}{2}\right)\left(t-\frac{11+\sqrt{21}}{2}\right)$

c. Étudier le signe de la fonction g.

d. En déduire l'intervalle de temps pendant lequel le médicament est efficace.

66 STMG Une micro-entreprise fabrique des ventilateurs *vintage*. Le PDG estime que la production pour le mois à venir doit être comprise entre 1 500 et 3 000. On s'intéresse au volume de production qui maximise le profit de l'entreprise. On modélise ce profit, exprimé en centaines d'euros, par la fonction f définie par : $f(x)=-2x^2+90x-400$, pour $x\in[15\,;30]$.

1. Vérifier que 5 et 40 sont des racines du polynôme $-2x^2+90x-400$.

2. En déduire la forme factorisée de la fonction f.

3. Déterminer le signe de la fonction f sur l'intervalle $[15\,;30]$.

4. Déterminer la valeur pour laquelle f atteint son extremum.

5. Dresser le tableau de variation de la fonction.

6. Interpréter dans le contexte de l'exercice les résultats obtenus aux questions **3.** et **5.**

67 STI2D Suite à l'installation d'une antenne relais, les habitants résidant à une distance comprise entre 70 et 160 m de cette antenne, demandent une étude sur l'exposition aux champs électromagnétiques*. On admet que, pour la zone concernée par l'étude, le champ électromagnétique mesuré en un point est donné par $f(x)=-0{,}25x^2+60x-2\,787{,}75$ avec x appartenant à l'intervalle $[40\,;190]$.

(*) Le champ électromagnétique est exprimé en millivolts par mètre (mV.m^{-1}).

1. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	40	60	70	100	120	130	170	180	190
$f(x)$									

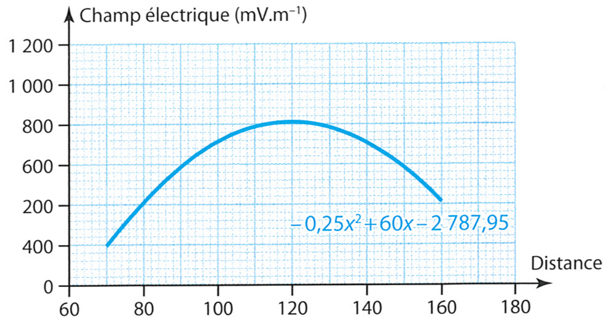
2. En utilisant les résultats du tableau précédent déterminer le nombre de racines du polynôme $-0{,}25x^2+60x-2\,787{,}75$ sur l'intervalle $[40\,;190]$. En donner un encadrement.

3. En poursuivant cette méthode, Flavie affirme que 63 et 177 sont les racines du polynôme. Vérifier qu'elle a raison.

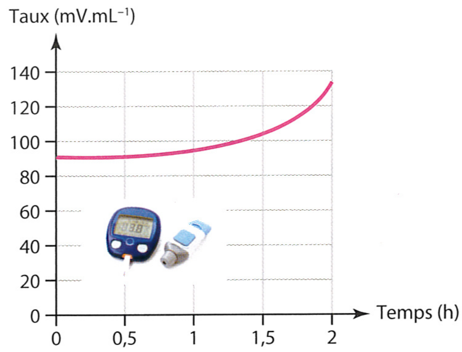
4. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[70\,;160]$.

5. La courbe représentative de f, dans un repère orthogonal du plan, est donnée ci-dessous. Les associations de riverains recommandent une exposition inférieure ou égale à 600 mV.m^{-1}.

Déterminer graphiquement les distances pour lesquelles ce seuil est respecté.



68 STL On a représenté ci-dessous la courbe donnant le taux d'insuline d'une personne pendant les deux premières heures suivant le repas.



Ce taux (en µU.mL^{-1}) est donné en fonction du temps t (en heures) par la fonction f définie sur $[0\,;2]$.

Pendant les 3 heures suivantes, le taux d'insuline est donné par la fonction g définie sur l'intervalle $[2\,;5]$ par : $g(t)=3{,}5t^2-35t+186$.

On souhaite étudier le sens de variation de cette fonction sur l'intervalle $[2\,;5]$. Pour cela, on va déterminer la valeur en laquelle l'extremum de la fonction sera atteint.

1. Cet extremum sera-t-il un maximum ou un minimum ?

2. Résoudre l'équation $g(t)=186$.

3. En utilisant la propriété de symétrie de la parabole représentant la fonction g, déterminer la valeur pour laquelle l'extremum de la fonction sera atteint.

4. En déduire le tableau de variation de la fonction g.

5. En utilisant la calculatrice, obtenir un tableau de valeurs de la fonction g entre 2 et 5 et compléter le graphique pour les trois dernières heures.

6. En déduire la durée pendant laquelle le taux d'insuline est supérieur strictement à 110 µU.mL^{-1}.

Tests

S'entraîner en ligne

lienmini.fr/10333-21

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

	V	F
69 $\frac{5}{2}$ est la solution de l'équation $4x^2-20=5$.		
70 $4(x-2)(x+3)$ est la forme factorisée du polynôme $4x^2+4x-24$.		
71 La parabole représentant la fonction $g : x \mapsto -2x^2+3$ s'obtient à partir de la parabole représentant la fonction $f : x \mapsto -2x^2$ par translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$.		
72 (-1) est racine du polynôme $2x^3-3x^2+4x-3$.		
73 L'équation $x^3=-4$ admet une unique solution.		
74 Le nombre de racines du polynôme $p(x)=3(x-1)(x-4)^2$ est 3.		
75 Le volume V d'une sphère de rayon R est donné par la formule $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. On a alors $R=\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$.		

→ Vérifier les résultats p. 294

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

76 Soit la fonction f définie sur $[-2\,;2]$ par $f(t)=3t^2+3t-1$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative sur cet intervalle. $\mathscr{C}_f$ passe par le point M de coordonnées :

a. $(-1\,;-1)$ **b.** $(-1\,;-7)$ **c.** $(1\,;-1)$

77 La parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-4(x-6)(x+8)$ admet comme axe de symétrie la droite d'équation :

a. $x=1$ **b.** $x=7$ **c.** $x=-1$

78 Le volume V d'un cône de rayon R et de hauteur h est $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$. On a alors :

a. $R=\sqrt{\frac{3h}{\pi V}}$ **b.** $R=\sqrt{\frac{V}{3\pi h}}$ **c.** $R=\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$

79 x est solution de l'inéquation $6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)>0$ si est seulement si :

a. $x\in\left]-\infty\,;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$ **b.** $x\in\left]-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{3}\right[$ **c.** $x\in\left]-\infty\,;-\frac{1}{3}\right[\cup\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.

80 Soit la fonction Q définie sur $\mathbb{R}$ par $Q(x)=-2x^3-4x^2+2x+4$. Le polynôme Q admet :

a. une unique racine. **b.** uniquement 2 racines. **c.** 3 racines.

81 La forme factorisée de $P(x)=2x^3+11x^2-20x+7$ est :

a. $P(x)=(x+1)(x-0{,}5)(x+7)$ **b.** $P(x)=(x-1)(x-0{,}5)(x+7)$ **c.** $P(x)=(x-1)(x+0{,}5)(x+7)$

82 Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions de l'équation $2x^3+11x^2-20x+7=0$ est :

a. $\{0{,}5\,;-1\,;-7\}$ **b.** $\{0{,}5\,;1\,;-7\}$ **c.** $\{0{,}5\,;1\,;7\}$.

→ Vérifier les résultats p. 294

83 In English

1. Show that there are infinitely many parabolas with x-intercepts 1 and 7.
2. What can you say about the axis of symmetry of each of these parabolas?
3. Find the equation of the parabola with x-intercepts 1 and 7 and y-intercept 21.

84 COMPÉTENCE Raisonner, Communiquer

En août 2018, un parc de loisirs a vendu 16 000 billets d'entrée au prix unique de 50 €. On définit le chiffre d'affaires (CA) comme le produit du prix du billet d'entrée par le nombre de billets vendus. Ainsi, le CA d'août 2018 s'élèvait à 800 000 €.
On fait l'hypothèse suivante : une diminution de x % du prix du billet d'entrée par rapport à sa valeur en août 2018 (50 €) entraînerait une augmentation de $2x$ % du nombre d'entrées par rapport à août 2018 (16 000 entrées). On souhaite calculer le pourcentage de diminution du prix du billet qui maximise le chiffre d'affaires.

Partie A

1. Si on diminue le prix de l'entrée de 10 % par rapport à août 2018, quel serait alors le prix du billet d'entrée ?
2. Quel serait alors le nombre d'entrées ?
3. Vérifier que le CA sera alors de 864 000 €.

Partie B

Soit f la fonction définie, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;100]$, par : $f(x) = -160x^2 + 8\,000x + 800\,000$.
1. Vérifier que (-50) et 100 sont racines du polynôme $f(x)$. En déduire la valeur pour laquelle la fonction atteint son extremum.
2. Déterminer les variations de f sur $[0\,;100]$.
3. Justifier que le prix d'entrée, après une diminution de x % par rapport à août 2018, est égal à $50 - 0{,}5x$.
4. Déterminer le nombre d'entrées après une augmentation de $2x$ % par rapport au nombre d'entrées en août 2018.
5. Expliquer pourquoi la fonction f modélise le CA du parc.
6. Déduire de ce qui précède le pourcentage de diminution du prix du billet qui maximise le CA.
7. Que vaut le CA maximal ?

85 TABLEUR COMPÉTENCE Modéliser, Représenter

La grue blanche, un oiseau d'Amérique du Nord, était une espèce en voie de disparition au tournant du XIX^e siècle. En 1938, il en restait seulement 15. Les chances de les préserver étaient maigres mais aujourd'hui il y en a environ 600.

1. Le nombre de grues blanches au début du XIX^e siècle est donné dans le tableau ci-après. Une espèce est considérée en « danger critique d'extinction » si sa population a diminué de plus de 80 % sur la période des dix années précédentes. Peut-on considérer que c'était le cas en 1938 ?
2. Avec les programmes de protection mis en œuvre depuis 1938, l'évolution de la population des grues blanches à partir de 1938 peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[38\,;100]$ par : $f(x) = 0{,}08x^2 - 7{,}2x + 173$ où x est le temps écoulé en années à partir de 1900 (l'année 1938 correspond à $x = 38$).
a. À l'aide du tableur, reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-contre (les résultats seront arrondis à l'unité) puis représenter le nuage de points.

Rang de l'année (le rang 0 correspondant à 1900)	Nombre de grues
10	200
20	150
28	90
30	44
38	
40	
45	
50	
60	
80	
100	

3. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 173$.
b. En déduire la valeur pour laquelle f atteint son minimum et dresser son tableau de variation sur l'intervalle $[38\,;100]$.
c. Déterminer, selon ce modèle, l'année pour laquelle le nombre de grues blanches sera minimal.
3. Estimer à l'aide du graphique en quelle année le nombre de grues blanches aura atteint l'effectif de 1910.

86 PYTHON COMPÉTENCE Chercher, Calculer

Soit la fonction f définie sur $[0\,;3]$ par $f(x) = x^2 - 2$.

Partie A : Avec la calculatrice

1. À l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
2. Retrouver la valeur exacte par résolution d'une équation.

Partie B : Algo par balayage

On souhaite résoudre l'équation $f(x) = 0$ *via* un algorithme appelé « par balayage ».
1. Programmer sur la calculatrice l'algorithme ci-contre et déterminer la valeur recherchée.

```
from math import *

def f(x):
    return x*x-2

def balayage(xmin,fmax,pas,f):
    global coup
    x=xmin
    while f(x)<fmax:
        x=x+pas
    return x-pas

solution=balayage(0,0,0.0001,f)
```

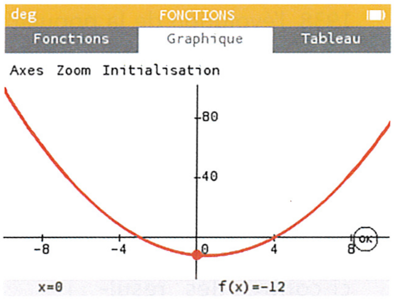
2. Comment transformer cet algorithme pour qu'il trouve la solution à 0,000001 près ?
3. Combien d'opérations sont nécessaires pour trouver le résultat au centième ?

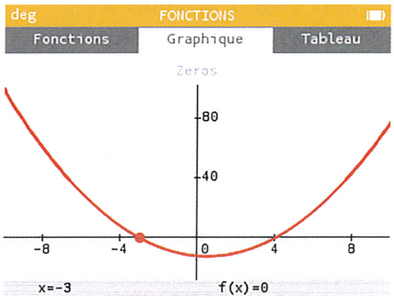
TP

Équation du second degré

CAPACITÉ Déterminer les racines d'un polynôme de degré 2.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 12$.
Voici deux écrans de sa courbe représentative.





1. Par lecture graphique, quelles sont les racines de f ?
2. Calculer $f(-3)$ et $f(4)$. Pouvait-on prévoir ces résultats ?
3. Vérifier que pour tout réel x : $f(x) = (x+3)(x-4)$.
Ce résultat était-il prévisible ?

En salle informatique

lienmini.fr/10333-22

On donne ci-dessous une copie d'écran d'un programme écrit en Python.

```
1  from math import *
2
3  a=1
4  b=-1
5  c=-1
6
7  def f(x):
8      global a,b,c
9      return a*x*x+b*x+c
10
11 def balayage_zero(xmin,pas,f):
12     x=xmin
13     print(x,f(x),f(xmin))
14     while f(x)*f(xmin)>0:
15         x=x+pas
16         print(x,f(x),f(xmin))
17     return x-pas
18
19 solution=balayage_zero(0,0.001,f)
20
21 print(solution)
22
```

1. Faire fonctionner à la main ce programme avec $a = 1$, $b = -1$ et $c = -1$.
En déduire son rôle.
2. Vérifier à l'aide de la méthode vue ci-dessus que la solution proposée est cohérente.
3. Pourquoi le test de la ligne 14 fonctionne-t-il quel que soit le signe du nombre a ?
4. Comment trouver la solution négative de cette équation ?
5. Est-ce que l'algorithme « par balayage » permet toujours de trouver la solution à une équation du second degré ?
6. Tester l'algorithme pour résoudre les équations suivantes :
a. $2x^2 - 10x + 12 = 0$
b. $0,5x^2 - 2x + 2 = 0$
c. $2x^2 + 3x + 4 = 0$

87 **1.** Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1\,;10]$: $f(x)=x^2-12x+96$.

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2-12x+96=96$.

b. En déduire la valeur pour laquelle le polynôme $f(x)=x^2-12x+96$ atteint son extremum.

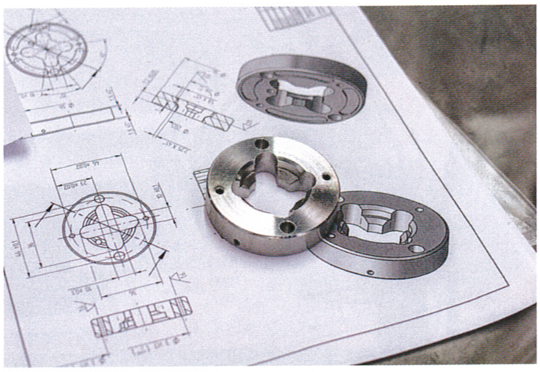
c. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[1\,;10]$.

2. Un magasin d'informatique se fournit en ordinateurs auprès d'une entreprise locale qui peut fabriquer au maximum 10 ordinateurs par semaine. On note x le nombre d'ordinateurs produits en une semaine. On admet que, pour tout x entier appartenant à l'intervalle $[1\,;10]$, le coût total de fabrication, exprimé en dizaines d'euros, est égal à $f(x)$.

a. Déterminer le nombre d'ordinateurs fabriqués par semaine qui permet un coût total de fabrication minimal.

b. Donner la valeur de ce coût minimal.

88 Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer en une semaine entre 6 000 et 32 000 pièces. Le coût de fabrication, en euros, de x milliers de pièces, pour x compris entre 6 et 32, est noté $C(x)$ où C est la fonction définie sur l'intervalle $[6\,;32]$ par $C(x)=2x^3-108x^2+5\,060x-4\,640$.



Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,5 euros l'unité. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[6\,;32]$, on note $R(x)$ le montant de la vente en euros de x milliers de pièces. Le bénéfice $B(x)$, en euros, pour la production et la vente de x milliers de pièces est $B(x)=R(x)-C(x)$.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[6\,;32]$: $R(x)=3\,500x$.

2. Représenter les fonctions C et R sur l'écran de la calculatrice.

3. Par lecture du graphique, et avec la précision permise par celui-ci, répondre aux questions suivantes :

a. Quel nombre de pièces produites correspond à un coût de 30 000 euros ?

b. Quel nombre minimal de pièces fabriquées permet d'avoir un bénéfice positif ou nul ?

4. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[6\,;32]$: $B(x)=-2x^3+108x^2-1560x+4\,640$.

5. a. Vérifier que 4 est une racine du polynôme $p(x)=-2x^3+108x^2-1560x+4\,640$.

b. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que, pour tout x réel, $p(x)=(x-4)(ax^2+bx+c)$.

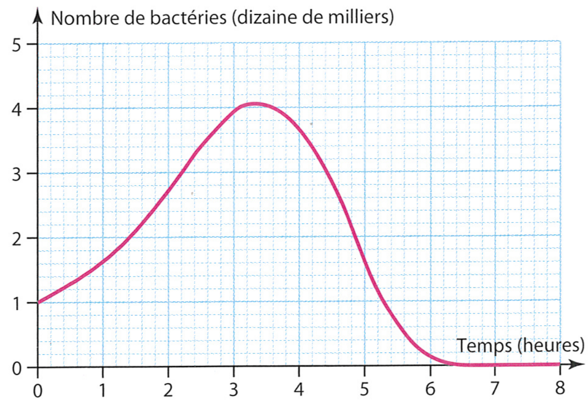
c. Vérifier que $25-3\sqrt{5}$ et $25+3\sqrt{5}$ sont les deux autres racines du polynôme.

d. En déduire quelles quantités de pièces produites permettent de réaliser un bénéfice.

6. a. On admet que la fonction B atteint son minimum en 10 et son maximum en 20 sur l'intervalle $[6\,;32]$. Dresser le tableau de variation de la fonction.

b. En déduire le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise. Donner le nombre de pièces à produire réalisant ce maximum.

89 Dans un milieu de culture, une population bactérienne évolue en fonction du temps t exprimé en heures. À l'instant $t=0$, il y a 10 000 bactéries dans la culture. À l'instant t_0, on y introduit un puissant antibiotique.
Le graphique ci-dessous donne l'évolution du nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers) en fonction du temps t (en heures).



Entre 3 h et 5 h après le début de l'étude, le nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers), est donné en fonction de t (en heures) par :
$f(t)=-0{,}9t^2+6{,}03t-5{,}94$.

1. Calculer l'image de 4,5 par la fonction. Interpréter le résultat obtenu.

2. Vérifier que 1,2 et 5,5 sont racines du polynôme. En déduire une forme factorisée de la fonction f.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4. L'introduction de l'antibiotique a-t-elle permis d'éviter que le nombre de bactéries n'atteigne 40 000 ? Justifier.