1 Questions Flash BAC

Diaporama

9 diapositives pour maîtriser ses automatismes

lienmini.fr/10333-15

Résoudre une équation (une inéquation) du 1er degré

2 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\frac{3}{2}x-7$. Déterminer par le calcul les antécédents de 2 par g.

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\frac{1}{2}x+3 \geqslant 0$.

4 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t)=-2t+3$. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;+\infty[$ l'inéquation $f(t)>8$.

Résoudre une équation du type $x^2=a$

5 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+16$. Résoudre l'équation $f(x)=25$.

6 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^2+4$. Déterminer les antécédents de 6 par g.

Exploiter une équation de courbe

7 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\frac{5}{2}x-3$ et d la droite représentant h dans un repère du plan :
- calculer l'ordonnée du point A de d d'abscisse 4 ;
- calculer l'abscisse du point B de d d'ordonnée 2.

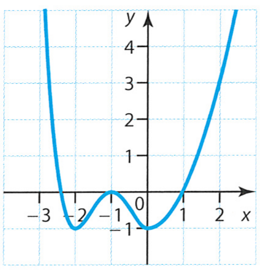
8 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{3x-5}{x^2+1}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère du plan.
Le point D$(2\,;0{,}2)$ appartient-il à $\mathscr{C}$? Justifier par le calcul.

9 Soit p la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x)=-2x^2+5x+4$ et $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère du plan. Le point E$(-1;3)$ appartient-il à $\mathscr{C}$?

10 Soit t la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $t(x)=(2x-1)(x+5)$ et $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère du plan. Déterminer les coordonnées des points intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

Déterminer graphiquement images et antécédents

11 Soit f la fonction représentée par la courbe ci-contre.
Donner :
- l'image de 0 par f puis traduire cela par une égalité ;
- l'image de chacun des réels suivants : -2 ; -1 ; 2.
- les antécédents par f de chacun des réels suivants : -1 ; 0 ; 3.



Déterminer l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points

12 Donner l'équation réduite de la droite (AB) avec A$(0\,;5)$ et B$(5\,;0)$.

13 Donner l'équation réduite de la droite (CD) avec C$(1;-0{,}5)$ et D$(-2\,;11{,}5)$.

Tracer une droite donnée dans un repère du plan

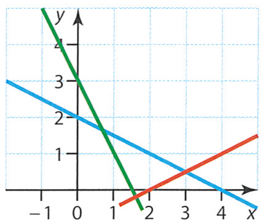
14 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x+5$. Tracer la droite représentative de f.

15 Tracer la droite Δ d'équation $y=0{,}5x-3$.

16 Tracer la droite d_2 passant par le point B$(4\,;1)$ et de coefficient directeur $a=-2$.

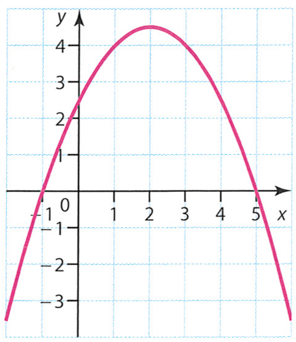
Lire l'équation réduite d'une droite

17 Déterminer graphiquement l'équation réduite de chacune des droites représentées ci-dessous.



Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations

18 On donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2\,;6]$. Par lecture graphique dresser :
- le tableau de signes de f.
- le tableau de variations de f.



Résoudre graphiquement une équation du type $f(x)=k$, $f(x)\leqslant k$

19 On considère la fonction f définie dans l'exercice **11**.

1. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

a. $f(x)=-1$ **b.** $f(x)=2$ **c.** $f(x)=0$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a. $f(x)\leqslant 0$. **b.** $f(x)\geqslant -2$ **c.** $f(x)<1$

Exercices

Pour commencer

PASTILLE BLANCHE *L'exercice est corrigé en fin de manuel*

Modélisation et fonctions → Aide Cours 1 p. 58

Question de cours

20 Un randonneur marche à 4 km.h^{-1}.

1. Quelle distance parcourt-il en 3 heures ?

2. Exprimer la distance d parcourue (en km) en fonction du temps t (en h).

21 ALGO **Interpréter un algorithme donné**

Un site internet propose le développement de photos sur papier.

Les tarifs proposés sont donnés par l'algorithme ci-dessous :

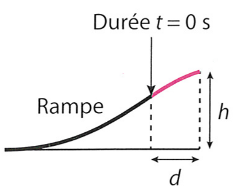
```
from lycee import *
x=demande("Nombre de tirages ?")
if 0 < x < 200 :
    print("le tarif est",0.11*x)
else :
    print("le tarif est ",0.08*x)
```

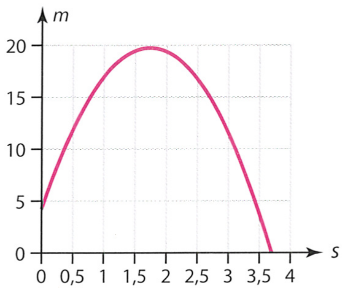
1. Quel est le tarif pour 50 tirages ? pour 300 tirages ?

2. Déterminer la fonction g qui, au nombre de tirages, associe le tarif correspondant.

Vrai ou faux

22 Gaëtan a effectué un saut record à moto à l'aide d'une rampe. On note t la durée (en s) de ce saut. La hauteur (en m) du saut est déterminée en fonction de la durée t par la fonction $h : t \mapsto (-5t - 1{,}35)(t - 3{,}7)$ On donne la courbe représentative de cette fonction :





Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier en utilisant soit le graphique soit le calcul.

1. $h(t) = -5t^2 - 19{,}85t - 4{,}995$.

2. Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m du sol.

3. Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes en tout.

4. Le nombre 3,5 est un antécédent de 3,77 par la fonction h.

5. Gaëtan a atteint la hauteur maximale avant 1,5 seconde.

23 2019 est l'année de célébration des 20 ans du passage à l'Euro. 1 euro représente 6,55957 francs. Une règle simple de conversion approximative d'euros en francs est de prendre la valeur en euros, de la multiplier par 6 et d'ajouter 10 % de la valeur obtenue précédemment.

1. Exprimer cette règle à l'aide d'une fonction.

2. Vérifier que cela donne approximativement le résultat attendu avec la valeur fixée de l'euro.

Modes de représentation d'une fonction → Aide Cours 2 p. 58

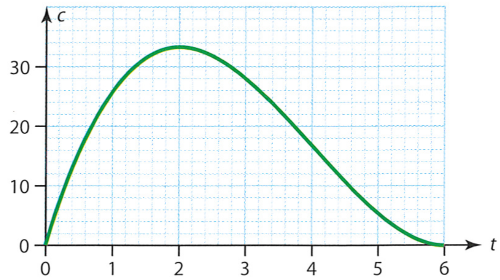
Question de cours

24 Sur route sèche, la distance de freinage, en mètres, d'une voiture est modélisée par une fonction f définie par $f(v) = \dfrac{v^2}{203{,}2}$ où v est la vitesse de la voiture en km.h^{-1}.

1. Quelle est la distance d'arrêt d'un véhicule roulant à 80 km.h^{-1} ?

2. La distance de freinage est-elle proportionnelle à la vitesse ?

25 STL La concentration dans le sang du produit actif d'un médicament est modélisée par la fonction f qui, au temps écoulé t en heures (h), associe la concentration $f(t)$ en milligrammes par litre de sang (mg.L^{-1}). La fonction f est représentée par la courbe ci-dessous. Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :



1. Quelle est la concentration du produit à 1 mg.L^{-1} près au bout de 3 heures ?

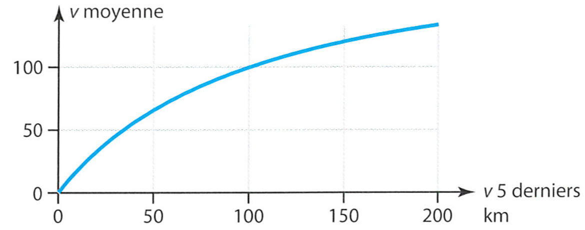
2. Au bout de combien de temps la concentration du produit est-elle maximale ? Estimer cette concentration maximale à 1 mg.L^{-1} près.

3. On admet que le produit actif est efficace si sa concentration dans le sang est supérieure à 5 mg.L^{-1}. Au bout de combien de temps faudrait-il administrer à nouveau le médicament pour maintenir son effet ?

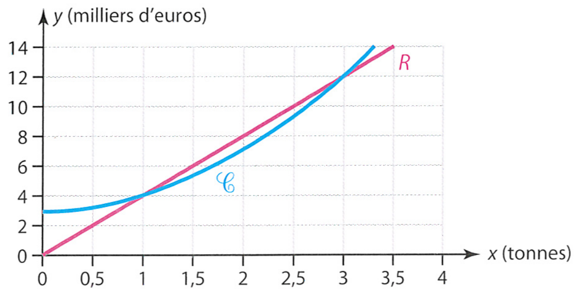
26 Sur les 5 premiers km d'un parcours de 10 km, un véhicule a roulé à 100 km.h^{-1}.

La courbe ci-après donne la vitesse moyenne de ce véhicule en fonction de sa vitesse sur les 5 derniers km.

Sa vitesse moyenne peut-elle être égale à 60 ?



27 STMG Une entreprise a une capacité de production limitée à 3,5 tonnes de produits par jour. Le coût total de production en milliers d'euros pour fabriquer x tonnes de ce produit est donné par la courbe $\mathscr{C}$. La recette en milliers d'euros pour x tonnes de ce produit vendues est donnée par la droite R. Le bénéfice s'obtient en faisant la différence entre la recette et le coût.



Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

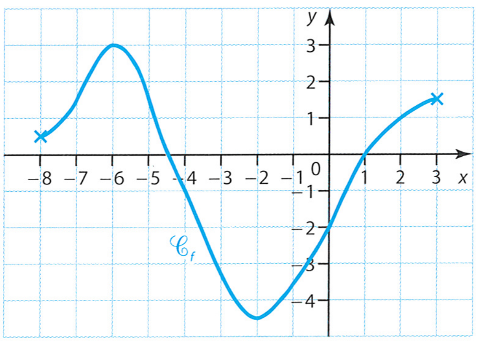
1. Déterminer le montant en euros du coût de production lorsque cette production est nulle.

2. Donner la recette si l'entreprise vend 0,5 tonne de produits. Réalise-t-elle un bénéfice dans ce cas ? Justifier la réponse.

3. Pour quelles quantités produites et vendues le bénéfice est-il nul ? Est-il positif ?

4. Déterminer pour quelle(s) quantité(s) vendue(s) le bénéfice est maximal et donner ce bénéfice.

28 On considère une fonction f définie sur $[-8\,;3]$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.



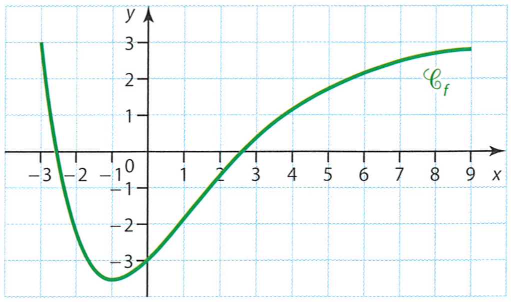
1. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

a. $f(x)=0$. **b.** $f(x)=-5$. **c.** $f(x)=3$.

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a. $f(x)\leqslant 0$. **b.** $f(x)>-2$. **c.** $f(x)\leqslant 1{,}5$.

29 Soit f la fonction représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous :



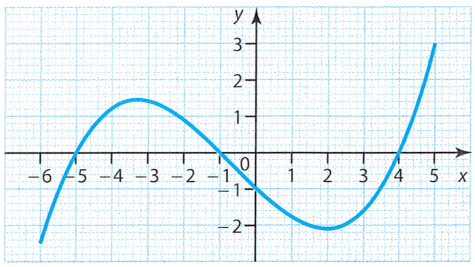
1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2. a. Soit A le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 4,5 ; donner son ordonnée puis recopier et compléter l'égalité : $f(\ldots)=\ldots$

b. $B(-1\,;-3{,}5)$ appartient-il à $\mathscr{C}_f$? Traduire cela par une égalité.

3. Donner le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

30 On donne la représentation graphique d'une fonction g sur $[-6\,;3]$:



Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

1. a. $g(x)=1{,}5$. **b.** $g(x)=-2$. **c.** $g(x)=3$.

2. a. $g(x)\geqslant 0$. **b.** $g(x)<-1{,}5$. **c.** $g(x)>1$.

Taux de variation

→ Aide Cours 3 p. 60

Question de cours

31 Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=-2x^2+3$.
Calculer le taux de variation de f sur l'intervalle $[1;3]$.

32 Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=x^3-6x$.
Calculer le taux de variation de g entre 2 et 6.

33 Soit h la fonction définie sur $]2\,;+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$.
Calculer le taux de variation de h entre 3 et 7.

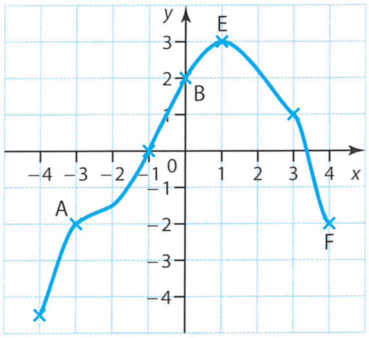
34 Soit t la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $t(x)=\dfrac{1}{2x}$.
Calculer le taux de variation de t entre 1 et 5.

35 Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x)=2\sqrt{x}-3$.
Calculer le taux de variation de f entre 4 et 94.

Exercices

Pour commencer

36 On considère une fonction h définie sur $[-8;3]$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



À l'aide des données du graphique, calculer le taux de variation de la fonction g entre :

1. -3 et 0. Que représente ce nombre pour la droite (AB) ?

2. 1 et 4. De quelle droite ce taux est-il le coefficient directeur ?

37 Ce tableau de valeurs est celui d'une fonction affine f.

x	-1	0	1	4	5
$f(x)$		2		14	

1. Reproduire et compléter les phrases suivantes :

a. Lorsque x varie de 0 à 4, $f(x)$ varie de …

b. Par conséquent, lorsque x augmente d'une unité, $f(x)$ augmente de …

c. Le taux de variation de f qui est ici le coefficient directeur de … est donc …

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs.

3. Quel est le sens de variation de la fonction f ? justifier.

4. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

38 Ce tableau de valeurs est celui d'une fonction affine g.

x	-5	-3	1	2	6
$g(x)$		1		-9	

1. Calculer le coefficient directeur de g.

2. Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

3. Déterminer l'expression de $g(x)$ en fonction de x.

QCM

39 Soit g la fonction affine telle que $g(-2)=-2$ et $g(2)=0$. On note d sa droite représentative.

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. a. g est croissante sur $\mathbb{R}$.

b. g est décroissante sur $\mathbb{R}$. **c.** g est constante sur $\mathbb{R}$.

2. d passe par :

a. le point A(0 ; 2). **b.** l'origine du repère. **c.** le point B(2 ; 0).

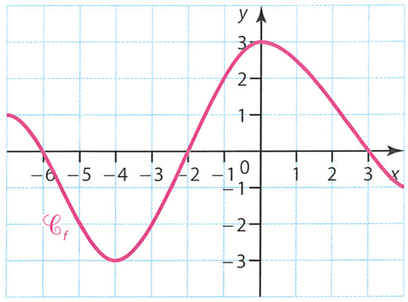
3. Le coefficient directeur de d est :

a. 2 **b.** 0,5 **c.** $-0,5$

4. a. $g(3)=2$. **b.** $g(3)=1$. **c.** $g(3)=0,5$.

Vrai ou faux

40 On considère la fonction f représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous.



Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies, fausses ou si l'on ne peut pas répondre. Justifier.

1. L'équation $f(x)=1$ a deux solutions.

2. Les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ sont les réels appartenant à $[-7;6] \cup [-2;3]$.

3. f est positive sur $[-1,5;-0,5]$.

4. Le taux de variation de f entre -4 et -2 est positif.

5. Le taux de variation de f entre -6 et -3 vaut $\frac{-2}{3}$.

Fonctions monotones et signe du taux de variation

Question de cours

41 Soit g une fonction définie sur $[-5;10]$.
On sait que cette fonction est décroissante sur $[-5;2]$ et qu'elle est croissante sur $[2;10]$.
Comparer $g(-4)$ et $g(0)$ puis $g(3)$ et $g(7)$.

42 Soit la fonction f définie sur $[-2;8]$ est dont le tableau de variations est le suivant :

x	-2	1	3	5	6	8
$u(x)$	1 ↗	5 ↘	0 ↘	-2 ↗	0 ↗	3

1. Déterminer le maximum et le minimum de la fonction f :

a. sur $[-2;8]$.

b. sur $[3;8]$.

2. Reproduire et compléter :

a. Si $x \in [-2;1]$ alors $f(x) \in [\dots;\dots]$.

b. Si $x \in [1;3]$ alors $f(x) \in [\dots;\dots]$.

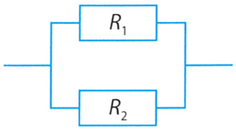
c. f est croissante sur … et sur ….

3. a. Comparer $f(1,3)$ et $f(3,7)$. Justifier.

b. Comparer $f(0,5)$ et $f(4)$. Justifier.

Modélisation et fonctions

43 On réalise un circuit électrique avec deux résistances en parallèles. La résistance équivalente (eq) R_{eq} en Ohms (Ω) est donnée par la formule $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. On suppose que $R_1 = 5\Omega$.



1. Vérifier que $R_{eq} = \frac{5R_2}{5+R_2}$.

2. On a donc $R_{eq} = f(R_2)$ où f est la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{5x}{5+x}$.

a. Calculer $f(20)$ et interpréter le résultat.

b. Résoudre $f(x) = 3$.

44 Mélina fait ses études à Toulouse mais se rend régulièrement à Bordeaux. Elle consulte les tarifs de train entre les deux villes : un aller-retour coûte 40 € mais si elle achète un abonnement pour une année à 453 €, un aller-retour sera alors à moitié prix. Quelle est la formule la plus avantageuse pour Mélina en fonction du nombre de voyages ?

Coup de pouce

- Définir deux fonctions f et g modélisant les deux situations et déterminer les tarifs $f(x)$ et $g(x)$ en fonction du nombre x d'aller-retour.
- Comparer $f(x)$ et $g(x)$ en résolvant une inéquation.

45 Afin de prévoir son déménagement, Meryl s'adresse à deux loueurs de véhicules utilitaires. Le premier (A) lui propose un véhicule pour 100 € par jour, à quoi il faudra rajouter 0,80 € par kilomètre parcouru. Le second (B) propose un véhicule du même type pour 60 € par jour plus 2 € par kilomètre parcouru.

1. Le trajet que devra faire Meryl est de 80 kilomètres. Quel loueur va-t-elle choisir ?

2. Une association souhaite déterminer le prix le plus avantageux selon le nombre de kilomètres parcourus dans le cas d'une location à la journée. Quelle conclusion va-t-elle tirer ?

→ Voir Exercice résolu 1 p. 59

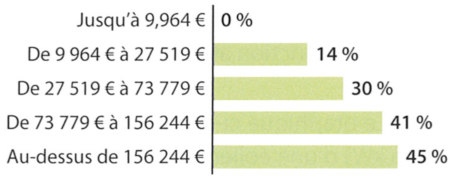
46 STMG Selon leur montant, les revenus déclarés pour le calcul de l'impôt sont divisés en une ou plusieurs tranches, imposées chacune selon un pourcentage différent. Ainsi, un célibataire au revenu net imposable de 20 000 € est imposé sur deux tranches :

• Sa 1re tranche de revenu, soit 9 964 € est imposée à 0 %

• Sa 2e tranche de revenu, soit 20 000 − 9 964 = 10 036 € est imposée à 14 %. 10 036 × 14 % = 1405,04.

Le montant de son impôt sera donc de 1 405,04 €.

Barème de l'impôt 2019 sur les revenus 2018*



*Barème pour une part de quotient familial

1. Montrer que le montant à payer par un célibataire déclarant un revenu net imposable de 32 000 € sera de 3 802 € (arrondi à l'euro).

2. Calculer l'impôt payé par un célibataire dont le revenu net imposable est de 75 000 €.

3. Une personne célibataire déclare un revenu R. On note $I(R)$, l'impôt associé.

a. Montrer que si $R \in]9\,964\,;27\,519]$ alors : $I(R) = 0{,}14(R - 9\,964)$.

b. Déterminer l'expression de $I(R)$ lorsque $R \in]27\,519\,;73\,779]$.

Modes de représentation d'une fonction

47 Lorsqu'une roue de diamètre d (en mètres) tourne de N tours par minute, la vitesse v d'un point de cette roue est : $v = \frac{\pi d N}{60}$.

1. Que se passe-t-il pour la vitesse si N diminue de 10 % ?

2. Que se passe-t-il pour V si N augmente de 5 % et qu'en même temps d diminue de 10 % ?

48 Après un de ses entraînements de course à pied, Florence regarde sa montre connectée.

Distance	Durée	Allure moyenne
10,5 km	1 h 03 min	6 min.km^{-1}
Calories	Altimètre	
851	+35 m	

L'allure moyenne d'un coureur est le quotient de la durée de la course en minutes par la distance parcourue. Elle s'exprime en min.km^{-1}. Comme Florence a mis 1 h 03 min soit 63 min pour parcourir 10,5 km, son allure est donc de $\frac{63}{10{,}5} = 6$ min.km^{-1}.

1. Florence s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km.h^{-1}.

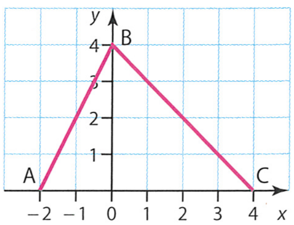
2. Soit f la fonction définie pour tout réel $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min.km^{-1} et $f(x)$ est la vitesse en km.h^{-1}. Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km.h^{-1}) en fonction de l'allure (en min.km^{-1}).

a. Calculer la vitesse d'un piéton dont l'allure est 14 min.km^{-1}.

b. f est-elle linéaire ? Justifier.

c. Quel est le sens de variation de f ?

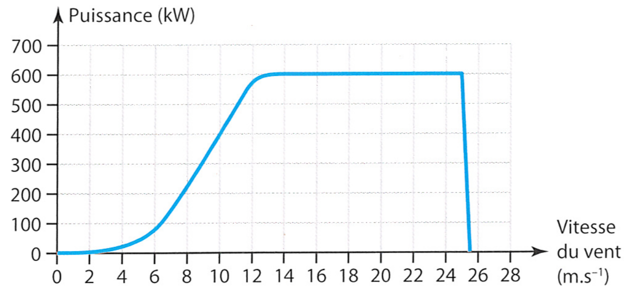
49 La représentation graphique d'une fonction f est constituée des segments $[AB]$ et $[BC]$ comme ci-contre.



1. Déterminer l'expression de $f(x)$ sur $[-2\,;0]$.
2. Déterminer l'expression de $f(x)$ sur $[0\,;4]$.

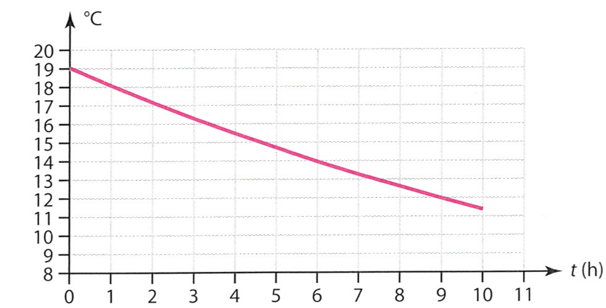
On dit que f est une fonction affine par intervalle.

50 STI2D Le graphique ci-dessous donne la puissance électrique (en kW) d'une éolienne en fonction de la vitesse du vent (en m.s^{-1}).



1. Lorsque le vent souffle à 20 m.s^{-1}, quelle est la puissance produite par l'éolienne ?
2. Pour que l'éolienne produise 400 kW, quelle doit être la vitesse du vent ?
3. Que constate-t-on pour des vents compris entre 15 et 25 m.s^{-1} ?
4. Comment expliquer ce qui se produit pour une vitesse du vent supérieure à 25,5 m.s^{-1} ?

51 Pour évaluer l'isolation thermique d'une pièce, on étudie l'évolution de sa température après arrêt du chauffage. On admet que la fonction *f*, donnée par sa courbe ci-dessous, représente la température de la pièce, exprimée en degrés Celsius (°C), en fonction du temps *t*, exprimé en heures, écoulé à partir de l'arrêt du chauffage, pour *t* variant de 0 à 10.



1. a. Quelle est la température de la pièce à l'arrêt du chauffage ?
b. Quelle est la température de la pièce deux heures après l'arrêt du chauffage ?
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(t)=15$. Interpréter ce résultat (à la demi-heure près) dans le contexte de l'exercice.
3. Déterminer graphiquement, à une demi-heure près, le temps nécessaire pour que la température passe de 15 °C à 12 °C.

→ Voir Exercice résolu 2 p. 59

Taux de variation

52 On donne un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	7	5	1	0	-2	-3	-4

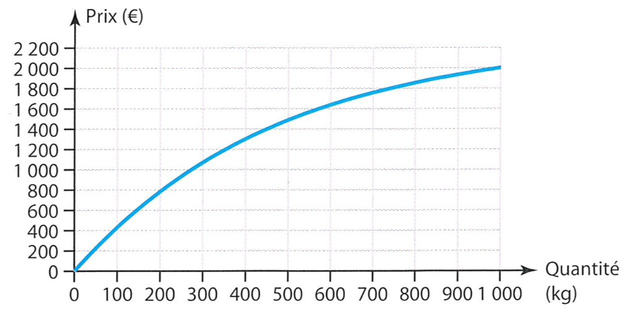
Calculer le taux de variation de f :
a. Entre -4 et 0.
b. Sur l'intervalle $[-2\,;1]$

53 Soit h la fonction définie sur IR par $h(x)=\frac{1}{8}x^3-x^2$.
Calculer le taux de variation de h entre -2 et 2.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 61

54 Soit f la fonction définie sur IR par $g(x)=-(x-1)^2+5$.
Calculer le taux de variation de g entre -3 et 0.

55 La courbe ci-contre est celle du prix d'achat d'une épice en fonction de la quantité commandée.



Quel est le taux de variation du prix de l'épice lorsque la commande passe de :
1. 200 à 400 kg ?
2. 500 à 850 kg ?

→ Voir Exercice résolu 4 p. 61

56 Le *hand-spinner* est une toupie plate qui tourne sur elle-même. On lui donne une vitesse de rotation initiale à l'instant $t=0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du *hand-spinner*. Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

On modélise la vitesse du *hand-spinner* par une fonction affine g. Déterminer l'expression de cette vitesse $g(t)$ (exprimée en m.s^{-1}) en fonction du temps t (en s) sachant qu'on donne une vitesse initiale de 20 m.s^{-1} et que la toupie s'arrête de tourner au bout de 1 min 20 s.

→ Voir Exercice résolu 5 p. 63

57 Traduire par un taux de variation la situation suivante : lors d'une crue, le niveau d'une rivière a augmenté en moyenne de 4 cm par heure entre minuit et 7 heures du matin. On note $N(t)$ le niveau en cm de cette rivière et t les heures après minuit.

58 Déterminer la fonction affine h telle que $h(2)=2$ et $h(6)=3$.

59 Le tableau ci-dessous nous donne la fréquentation F d'un parc d'attraction lors d'une de ses journées d'ouverture en fonction de l'heure.

Heure	10	11	16
Nombre d'entrées	280	670	2 120

1. Calculer le taux de variation de F entre 10 et 11 h puis entre 11 h et 16 h

2. Interpréter ces résultats.

Fonctions monotones et signe du taux de variation

QCM

60 On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction u qui est définie sur l'intervalle $[-7;8]$.

x	-7		-2		2		5		8
$u(x)$	1	↗	9	↘	0	↘	-6	↗	-1

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. u est monotone sur :

a. $[-7;8]$ **b.** $[2;8]$ **c.** $[-6;-4,5]$.

2. u est positive sur :

a. $[-7;-4]$ **b.** $[-4;5]$ **c.** $[5;8]$.

3. Le taux de variation de u entre 0 et 1 :

a. est positif **b.** est négatif

c. on ne peut pas donner son signe.

4. Le taux de variation de u entre -7 et -4 :

a. est positif **b.** est négatif **c.** est constant.

61 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=-2(x-1)^2+3$.
Soit a et b deux réels distincts appartenant à l'intervalle $[1;+\infty[$.

1. Montrer que : $g(b)-g(a)=-2(a+b-2)(b-a)$.

2. Déduire du **1.** que le taux de variation de g entre a et b est : $\tau(a,b)=-2(a+b-2)$.

3. Déterminer le sens de variation de g sur $[1;+\infty[$

→ Voir Exercice résolu 6 p. 63

62 Soit la fonction f définie sur $]2;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{-3}{x-2}$.
Soit a et b deux réels distincts appartenant à l'intervalle $]2;+\infty[$.

1. Vérifier que $\tau(a;b)=\dfrac{3}{(a-2)(b-2)}$.

2. En déduire le sens de variation de f sur $]2;+\infty[$.

63 STMG Soit le tableau suivant qui donne l'évolution de la population française en millions d'individus entre 1851 et 1911. Peu de données sont disponibles pour l'année 1871, aussi elle ne figure pas ici.

Année	1851	1861	1881	1891	1901	1911
Décennie (x_i)	0	1	3	4	5	6
Population M (y_i)	35	37,4	37,7	39,9	39	39,6

1. Placer dans un repère les points de coordonnées $(x_i;y_i)$. (Unités : 1 cm, l'axe des ordonnées sera gradué à partir de 30).

2. Pourquoi peut-on envisager, sur cette période, de modéliser la population française en fonction du rang de la décennie par une fonction affine f ?

3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite d d'équation $y=0{,}7x+35{,}9$.

a. Tracer d dans le même repère que dans le **1.**

b. À l'aide de ce modèle, estimer graphiquement puis par le calcul la population en 1871.

64 ST2S Le ministère de la Santé charge une agence de publicité de faire une campagne de sensibilisation au don du sang. Une étude prouve que la fréquence $f(t)$ de personnes connaissant cette campagne après t semaines de publicité est donnée par $f(t)=\dfrac{3t}{3t+2}$, avec t réel positif.

1. Calculer $f(2)$. En déduire le pourcentage de personnes ignorant cette campagne au bout de deux semaines.

2. Interpréter la valeur de l'image de 0 par f.

3. On se propose de calculer le taux de variation $\tau(x_1;x_2)$ de la fonction f entre x_1 et x_2, puis d'étudier le signe de $\tau(x_1;x_2)$. On utilise pour cela un logiciel de calcul formel.

a. En s'appuyant sur les captures d'écran suivantes, donner $\tau(x_1;x_2)$ puis son signe.

```
1 f(x):=3*x/(3*x+2)
```

$$x \to 3*\frac{x}{3*x+2}$$

```
2 (f(x_2)-f(x_1))/(x_2-x_1)
```

$$\frac{-\frac{3*x\_1}{3*x\_1+2}+\frac{3*x\_2}{3*x\_2+2}}{-x\_1+x\_2}$$

```
3 factoriser(simplifier((f(x_2)-f(x_1))/(x_2-x_1)))
```

$$\frac{6}{(3*x\_2+2)*(3*x\_1+2)}$$

b. En déduire le sens de variation de la fonction f.

Exercices

Pour faire le point

Tests
S'entraîner en ligne
lienmini.fr/10333-16

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

	V	F
65 Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-2x$. Si $f(x)=0$ alors $x=0$.		
66 Si $x=2$ ou $x=-\frac{3}{2}$ alors $g(x)=0$, où $g: x \mapsto 2x^2-x-6$.		
67 Soit h définie sur $[-3\,;2]$ par $h(x)=\frac{1}{x+4}$, alors le taux de variation de h entre 1 et -1 est $-\frac{1}{15}$.		
68 Soit m définie sur $\mathbb{R}$ par $m(x)=3x+2$ alors le taux de variation de h entre 1 et -1 est 3.		
69 $x^2 \leqslant 1 \Leftrightarrow x \leqslant 1$.		
70 Si une fonction f n'est pas croissante alors elle est décroissante.		
71 Une fonction constante est croissante.		
72 Si $f(2) \leqslant f(5)$ alors f est croissante sur $[2\,;5]$.		

→ Vérifier les résultats p. 294

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

73 Le volume d'un cône de rayon R et de hauteur h est donné par la formule $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$. On a alors :

a. $h=\frac{3V}{\pi R^2}$ **b.** $h=\frac{V}{3\pi R^2}$ **c.** $h=\frac{\pi R^2}{3V}$

74 Soit f la fonction affine qui vérifie $f(1)=-2$ et $f(2)=-6$. f est définie par :

a. $f(x)=4x-6$ **b.** $f(x)=\frac{1}{4}x-\frac{9}{4}$ **c.** $f(x)=-4x+2$

75 Soit g la fonction linéaire qui vérifie $g(2)=3$. g est définie par :

a. $g(x)=\frac{2}{3}x$ **b.** $g(x)=1{,}5x$ **c.** $g(x)=2x+1$

76 Le tableau ci-contre correspond à un relevé de température t heures après minuit. Lors des deux périodes 6-9 h et 9-13 h, la température a augmenté :

Heures (24 h)	6	9	13
Températures (°C)	19	25	31

a. le plus vite entre 6 h et 9 h
b. le plus vite entre 9 h et 13 h
c. à la même vitesse sur les deux périodes

77 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=x^2+5x$.

1. Le taux de variation de h entre -3 est 2 est :

a. $-1{,}6$ **b.** $7{,}6$ **c.** 4

2. Le taux de variation de h entre x_1 et x_2, où x_1 et x_2 sont deux réels distincts est :

a. $\tau(x_1,x_2)=x_1+x_2+5$ **b.** $\tau(x_1,x_2)=x_2^2-x_1^2$ **c.** $\tau(x_1,x_2)=x_1-x_2+5$

→ Vérifier les résultats p. 294

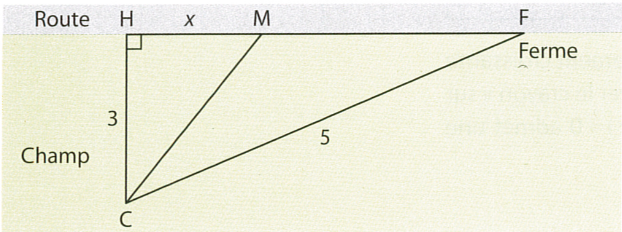
78 In English

$f(x)$ is a linear function, and $(1\,;-2)$ and $(5\,;2)$ are points on the line.

1. Find the slope.
2. Is this function increasing or decreasing ?
3. Graph $f(x)$ using the y-intercept and slope.

79 Geogebra COMPÉTENCE Raisonner

Un agriculteur doit se rendre du point C de son champ à sa ferme F. Il se trouve à 3 kilomètres de la route qui mène à la ferme, et à 5 kilomètres de cette dernière, comme indiqué sur la figure suivante :



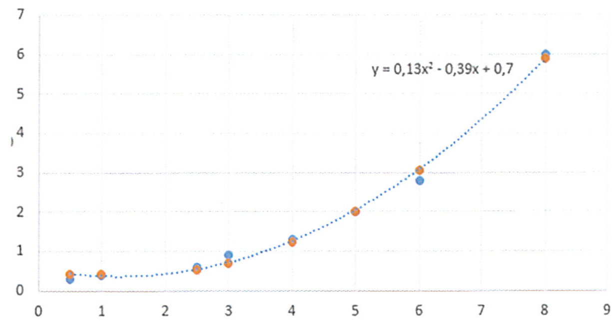
1. On a HF = 4. Pourquoi ?
2. On suppose que $\mathrm{HM} = x$ avec $x \in [0\,;4]$. Pour se rendre à la ferme, l'agriculteur peut couper à travers champs pour rejoindre la route au point M. Il parcourt donc la distance CM + MF.
Sa consommation de carburant est de 1 litre par kilomètre parcouru sur la route et de k litres (avec $k > 1$) par kilomètre parcouru à travers champs. Vérifier que sa consommation de carburant est $c(x) = k\sqrt{x^2+9} + 4 - x$.
3. On suppose dans cette question que $k = 2$. Où doit-il rejoindre la route pour minimiser sa consommation de carburant ? Vous pourrez pour cela vous aider de la calculatrice ou d'un logiciel de géométrie dynamique.

80 Tableur COMPÉTENCE Modéliser

Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos courtes sur Internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction du nombre d'internautes connectés simultanément. Le tableau ci-dessous représente les mesures constatées :

Nombre d'internautes connectés x_i (milliers)	0,5	1	2,5	3	4	5	6	8
Durée de chargement de la vidéo y_i (secondes)	0,3	0,4	0,6	0,9	1,3	2	2,8	6

1. À l'aide d'un tableur, on a obtenu la courbe ci-après qui ajuste ce nuage de points. Quelle fonction f permet de modéliser la durée de chargement en fonction du nombre d'internautes connectés ? Pourquoi ne pas avoir choisi un modèle affine ?



1. Calculer $f(8)$.
2. Après avoir calculé le taux de variation de f entre deux réels x_1 et x_2 distincts de l'intervalle $[0\,;8]$, étudier le sens de variations de f.
3. Pour combien d'internautes connectés la vitesse de chargement est-elle minimale ? Ce modèle est-il pertinent ?

Coup de pouce
- Vérifier que $\tau(x_1, x_2) = 0{,}13(x_1 + x_2 - 3)$.

81 Python COMPÉTENCE Calculer

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = x^2 - 2$.

1. Vérifier que pour tous nombres réels x_1 et x_2 distincts et strictement positifs $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1} = x_1 + x_2$.
2. En déduire le sens de variation de f.
3. On admet que si une fonction f, strictement monotone et dont la courbe représentative peut être tracée sans lever le crayon sur un intervalle $[a\,;b]$, change de signe sur cet intervalle, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur cet intervalle.
Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1;2]$.
4. On se propose de déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-1} de la solution de l'équation $f(x) = 0$. On considère l'algorithme ci-contre.

$a \leftarrow 1$
$b \leftarrow 2$
Tant que $b - a \leqslant 0{,}1$
  $m \leftarrow \dfrac{a+b}{2}$
  $P \leftarrow f(a) \times f(m)$
  Si $P > 0 : a \leftarrow m$
  Si $P \leqslant 0 : b \leftarrow m$
Fin Tant que

a. Que représente m pour a et b ?
b. Reproduire et compléter :
À la première étape, $m = \ldots$; ainsi $f(m) = \ldots$
On a $P = f(a) \times f(m) \ldots 0$, donc $\ldots < \alpha < \ldots$
On prend donc $\ldots \leftarrow m$.
Ainsi, après la première étape, $a = \ldots$ et $b = \ldots$ et $\ldots < \alpha < \ldots$.
c. Donner les valeurs de a et b à la fin de la seconde étape.
d. Quelles sont les valeurs prises par a et b à la fin de cet algorithme ?
5. Programmer cet algorithme pour en déduire un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude 10^{-6}.

TP

Méthode du balayage

CAPACITÉ Calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation par balayage.

PARTIE 1 Émettre une conjecture

À partir des tableaux suivants, conjecturer le nombre de solutions pour chaque équation : $g(x)=0$ et $i(x)=0$.

x	-5		4
$g(x)$	4	$\searrow$	2

x	-5		1		2
$i(x)$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3

On admet le résultat suivant : f désigne une fonction strictement croissante et dont la courbe représentative peut être tracée sans « lever le crayon » sur un intervalle $[a\,;b]$. Si $f(a)\leqslant 0\leqslant f(b)$ alors l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[a\,;b]$.

PARTIE 2 Simulation avec tableur et calculatrice

On se propose de donner un encadrement de α à l'aide du tableur et de la calculatrice. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3+5x+1$.

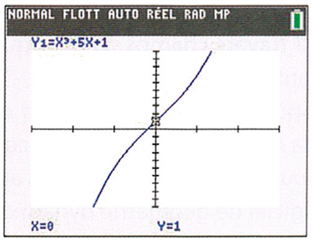
1. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$.

2. Sur la feuille de calcul ci-contre, quelle formule peut-on écrire dans la cellule B2 qui, par recopie vers le bas, permet d'obtenir la colonne B ?

3. Déduire du tableau de valeurs données par la feuille de calcul ci-contre un encadrement de α d'amplitude 0,1.

4. Retrouver cet encadrement à l'aide de l'écran de la calculatrice ci-contre.

	A	B
1	x	$f(x)$
2	-1	-5
3	-0,9	-4,23
4	-0,8	-3,51
5	-0,7	-2,84
6	-0,6	-2,22
7	-0,5	-1,63
8	-0,4	-1,06
9	-0,3	-0,53
10	-0,2	-0,01
11	-0,1	0,5
12	0	1



PYTHON En salle informatique lienmini.fr/10333-17

On se propose de donner un encadrement de α à l'aide d'un algorithme : la méthode du balayage.

Elle consiste à parcourir l'intervalle $[-1\,;-0{,}5]$ dans lequel se trouve α en partant de -1 avec un pas fixé p, par exemple 0,1.

```
1  from lycee import *
2
3  def f(x):
4      return x**3+5*x+1
5  def balayage(a,b,n):
6      L=[]
7      while a<=b:
8          L.append((a,f(a)))
9          a=round(a+10**(-n),n)
10         print(a)
11     return (L)
```

On calcule les images des réels de l'ensemble $\{-1\,;-0{,}9\,;-0{,}8\,;-0{,}7\,;-0{,}6\,;-0{,}5\}$.

1. Expliquer ce qui est fait ligne 8.

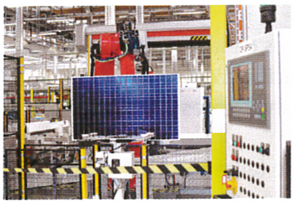
2. L'instruction « round » ligne 9 permet de contourner les problèmes d'écriture des nombres dans Python. Expliquer ce qui est fait ligne 9.

3. a. Entrer le programme ci-contre.

b. Donner un encadrement de la solution de l'équation $f(x)=0$ d'amplitude 0,001.

4. Modifier ce programme pour déduire une valeur approchée au millième de $\sqrt{2}$.

82 Une entreprise produit des panneaux solaires. Une étude de marché permet d'estimer les ventes pour le mois à venir : entre 1 500 et 3 000 panneaux solaires. On s'intéresse au bénéfice de l'entreprise sur la vente des panneaux solaires produits.



On décide de modéliser l'évolution du bénéfice de l'entreprise, exprimé en centaines d'euros, par la fonction f définie sur l'intervalle $[15\,;30]$ par :
$f(x) = -2x^2 + 90x - 400$.

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants que vous pourrez utiliser pour la suite.

```
1  f(x):=-2*x^2+90*x-400
       x -> (-2)*x^2+90*x-400
2  T(x_1,x_2):=(f(x_2)-f(x_1))/(x_2-x_1)
       (x_1, x_2 )>-2*(x_1+x_2-45)
```

1. À l'aide de la calculatrice, conjecturer les variations de f sur l'intervalle $[15\,;30]$.

2. Soit x_1 et x_2 deux réels distincts de l'intervalle $[15\,;30]$. Donner le taux de variations de f entre x_1 et x_2. En déduire les variations de f sur l'intervalle $[15\,;30]$.

3. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[15\,;30]$ puis en déduire son maximum.

4. Pour quel nombre de panneaux solaires le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

83 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;8]$ par : $f(x) = 0{,}5x^3 - 12x^2 + 65{,}625x + 20$.

Partie A : Étude d'une fonction

On admet que f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;3{,}5]$ et strictement croissante sur l'intervalle $[3{,}5\,;8]$.
En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;8]$.

Partie B : Application

L'OMS a fixé à 50 milligrammes par litre (mg.L^{-1}) la concentration limite de nitrates dans l'eau destinée à la consommation, considérant qu'au-delà il y a des risques pour la santé.
Suite à un incident industriel, une importante quantité de nitrates a été déversée dans un cours d'eau sur lequel se situe un point de captage pour l'alimentation d'une ville.
Un expert indépendant est alors consulté afin de prévoir l'évolution du taux de nitrates dans ce cours d'eau au niveau du point de captage pendant les 8 jours suivant l'incident.
L'expert décide de modéliser le taux de nitrates, x jours après le début de l'incident, à l'aide de la fonction f de la Partie A.

1. D'après ce modèle, quel sera le taux maximal de nitrates atteint pendant la phase de surveillance de 8 jours ?

2. En cas d'incident, un décret impose de fermer le point de captage pendant 8 jours.
D'après le modèle choisi par l'expert, sera-t-on au terme des 8 jours dans les conditions fixées par l'OMS ?

84 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[20\,;100]$ par $f(x) = 0{,}06x^2 - 9x + 1500$.

Partie A

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants :

```
1  f(x):=6/100*x^2-9*x+1500
       x -> 6/100*x^2-9*x+1500
2  T(x_1,x_2):=(f(x_2)-f(x_1))/(x_2-x_1)
       (x_1, x_2 )> 3*(x_1+x_2-150)/50
```

1. Donner le taux de variation de f entre x_1 et x_2.

2. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;75]$, puis sur l'intervalle $[75\,;100]$.

3. Dresser le tableau de variations de f.

Partie B

Le métabolisme de base d'un organisme correspond aux besoins énergétiques indispensables de l'organisme, c'est-à-dire l'énergie minimale quotidienne permettant à l'organisme de survivre. Il dépend essentiellement de la taille, du poids, de l'âge et du sexe.
Le tableau ci-dessous donne, en fonction de l'âge, le métabolisme de base en kcal (kilocalorie) d'une femme mesurant 1,60 m et pesant 55 kg.

Âge t_i (années)	23	27	34	40	48	62
Métabolisme de base m_i (kcal)	1 325	1 297	1 259	1 233	1 204	1 165

1. Représenter le nuage de points $M_i(t_i\,;m_i)$ dans un repère du plan.

2. Construire dans ce repère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f de la Partie A.
Que remarque-t-on ?

3. Donner une estimation du métabolisme de cette femme à 70 ans.

4. À quel âge son métabolisme était-il de 1 180 kcal ?