1 Questions Flash BAC

Diaporama

20 diapositives pour maîtriser ses automatismes

lienmini.fr/10333-03

Effectuer une application numérique d'une formule

2 Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 5n - 2$. Donner la valeur de u_8.

3 Soit (v_n) une suite définie par $v_0 = 4$ et pour tout entier naturel n par $v_{n+1} = v_n - 2$. Donner la valeur de v_1.

4 Soit (w_n) une suite définie pour tout tout entier naturel n non nul par $w_n = 3 - \frac{1}{2n}$. Donner la valeur de w_6.

5 Soit (t_n) une suite définie par $t_1 = -2$ et pour tout entier naturel n non nul par $t_{n+1} = 3t_n + 1$. Donner la valeur de t_2.

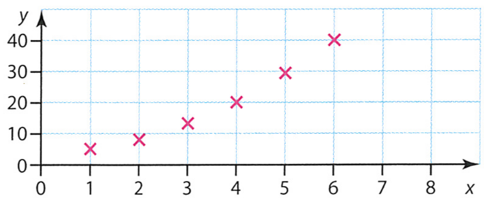
Développer, factoriser, réduire une expression algébrique

6 Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 3n + 1$. Donner l'expression de u_{n+1}.

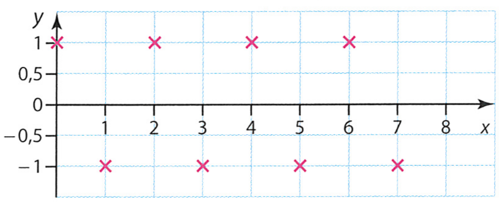
7 Soit (v_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = n(n+2) - 4n^2 + 6$. Donner l'expression de v_{n+1}.

Déterminer graphiquement des images

8 Soit (v_n) une suite dont la représentation graphique des premiers termes figure ci-dessous. Donner la valeur de v_5.

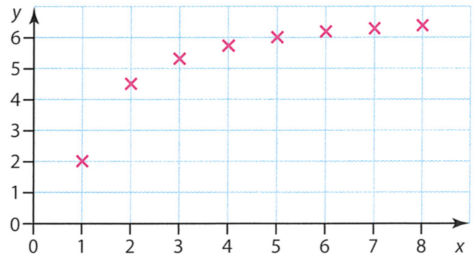


9 Soit (t_n) une suite dont la représentation graphique des premiers termes figure ci-dessous. Donner la valeur de t_5.

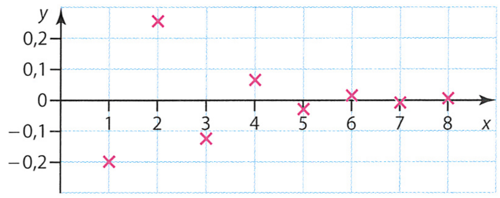


Conjecturer graphiquement les variations d'une suite

10 Soit (u_n) une suite dont la représentation graphique des premiers termes figure ci-dessous. Que peut-on conjecturer quant aux variations de la suite ?



11 Soit (v_n) une suite dont la représentation graphique des premiers termes figure ci-dessous. Que peut-on conjecturer quant aux variations de la suite ?



Déterminer le signe d'une expression du premier degré

12 Soit (t_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $t_n = -n + 4$. Déterminer le signe de l'expression $t_{n+1} - t_n$.

13 Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 1$. Déterminer le signe de l'expression $u_{n+1} - u_n$.

Effectuer des opérations sur les puissances

14 Soit (v_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 4^n$. Calculer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

15 Soit (w_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = (-0{,}5)^n$. Calculer $\frac{w_{n+1}}{w_n}$.

Effectuer des opérations entre des fractions simples

16 Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{1}{n}$. Calculer et simplifier au maximum $u_{n+1} - u_n$.

17 Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{1}{2n+1}$. Comparer u_{n+1} et u_n.

Exercices

Pour commencer

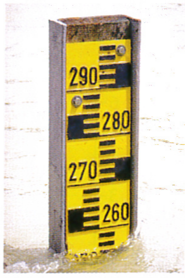
PASTILLE BLANCHE *L'exercice est corrigé en fin de manuel*

Mode de génération d'une suite

→ Aide Cours 1 p. 14

Question de cours

18 Le niveau d'eau d'une rivière est de 1,5 m. On a constaté, lors d'une nuit de fortes pluies, qu'à partir de minuit, sa hauteur augmentait de 4 cm par heure. On note u_n le niveau d'eau au bout de n heures écoulées après minuit.
1. Calculer le niveau d'eau à 4 h du matin.
2. Déterminer la relation de récurrence qui caractérise la suite (u_n).



19 Compléter les séries logiques par le nombre qui pourrait convenir :
1. 4 ; 12 ; 36 ; 108 ; ? **2.** 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; ?

20 Compléter les séries logiques par le nombre qui pourrait convenir :
1. (-1) ; 3 ; (-9) ; 27 ; (-81) ; ?
2. 2 ; 5 ; 9 ; 14 ; 20 ; ?

21 Compléter les séries logiques par le nombre qui pourrait convenir :
1. 10 ; –5 ; 2,5 ; –1,25 ; ? **2.** 1 ; 1 ; 2 ; 6 ;24 ; ?

22 Dans chacun des cas suivants, préciser si la suite (u_n) est définie de manière explicite ou par récurrence puis calculer u_1.
1. $u_n = 3n - 4$ **2.** $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 4$

23 Dans chacun des cas suivants, préciser si la suite (u_n) est définie de manière explicite ou par récurrence puis calculer u_1.
1. $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \dfrac{2}{u_n}$ **2.** $u_n = 4 \times 3^n - 1$

24 Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -2n^2 + 5n$. Utiliser la calculatrice pour obtenir les termes de cette suite et donner u_6.

25 Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = u_n - 2$. Utiliser la calculatrice pour obtenir les termes de cette suite et donner u_8.

26 Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{3n+8}{n+2}$. Utiliser la calculatrice pour obtenir les termes de cette suite et donner u_5.

27 Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = 2u_n^2 - 3$. Utiliser la calculatrice pour obtenir les termes de cette suite et donner u_6.

Dans les exercices 28 à 33, calculer les cinq premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

28 $u_n = 4n^2 - 2n + 6$.

29 $v_n = \dfrac{n+3}{n+1}$.

30 $w_n = 5n + \dfrac{3}{n+2}$

31 $t_n = \sqrt{n+6}$.

32 $u_p = p^3 - 4p + 7$.

33 $u_n = 4 \times 3^n$.

34 Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \dfrac{3}{n} + 2$.

Dans les exercices 35 à 43, calculer les 5 premiers termes de la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

35 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n - 4$.

36 $v_0 = 4$ et $v_{n+1} = 3v_n - 1$.

37 $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = w_n^2 + 3$.

38 $t_0 = -1$ et $t_{n+1} = t_n \times 3$.

39 $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$.

40 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n}$.

41 $u_1 = 1$ et pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 4}{u_n + 1}$.

42 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = n + u_n$.

43 $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = n^2 + 2u_n$.

44 Pour tout entier naturel n, la suite (u_n) est définie par : $u_n = 3n^2 + 4n$. Calculer u_0, u_1 et u_{10}.

45 Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n) dans chacun des cas suivants :
1. $u_n = \dfrac{-2n+6}{n+1}$ pour tout entier naturel n.
2. $u_n = 3^n$ pour tout entier naturel n.

46 Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n) dans chacun des cas suivants :
1. $u_n = 2 \times \dfrac{5}{n} + 3$ pour tout entier naturel n non nul.
2. $u_n = 120 \times 1{,}02^{n-1}$ pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1.

47 Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie dans chaque cas sur $\mathbb{N}$ par :
1. $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 5u_n - 1$. **2.** $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{-1}{u_n}$.

48 Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie dans chaque cas sur $\mathbb{N}$ par :

1. $u_1 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$.

2. $u_1 = -15$ et $u_{n+1} = 1,1u_n$.

49 TABLEUR On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont donnés dans le tableur ci-dessous.

	A	B
1	n	u_n
2	0	1,5
3	1	3
4	2	6
5	3	12
6	4	24

1. Combien de termes sont affichés ?

2. Quelle formule saisie en B3 et recopiée vers le bas jusqu'à la cellule B6 permet de calculer les premiers termes ?

50 TABLEUR On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont donnés dans le tableur ci-dessous.

	A	B
1	n	v_n
2	0	1440
3	1	720
4	2	360

1. Donner de façon logique les deux termes suivants.

2. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3. Quelle formule saisie en B3 permet de calculer les termes suivants ?

QCM

51 Soit la suite (v_n) une suite définie pour tout n entier naturel par $v_n = 8n - 3$.

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

1. Le premier terme de la suite est :

a. -3 **b.** 0 **c.** 5

2. Le deuxième terme de la suite est :

a. 13 **b.** v_2 **c.** v_1

3. L'expression de v_{n+1} en fonction de n est :

a. $8n-2$ **b.** $8n+5$ **c.** $8n+2$

52 Dans chacun des cas suivants, exprimer u_{n+1} en fonction de n.

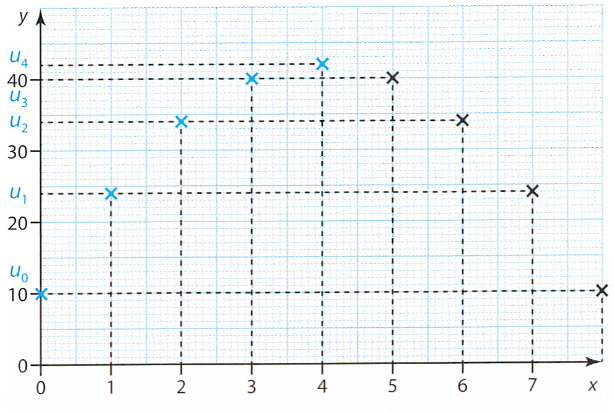
1. $u_n = 3n+6$ **2.** $u_n = n^2$ **3.** $u_n = 2n^2 - 3$

Représentation graphique des termes d'une suite

→ Aide Cours 2 p. 16

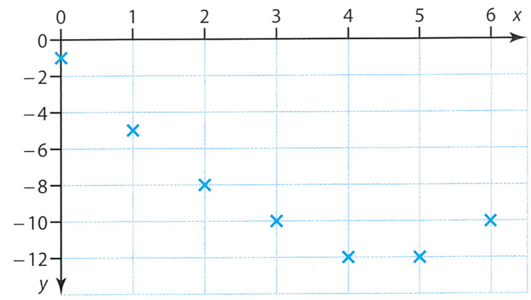
Question de cours

53 On donne ci-après la représentation graphique des premiers termes d'une suite (u_n). Lire les valeurs u_0, u_1, u_4.



54 On donne ci-dessous la représentation graphique des premiers termes d'une suite (v_n).

Lire les valeurs v_0, v_1, v_4.



55 Soit la suite (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \frac{3}{n} + 2$. Représenter les six premiers termes de la suite dans un repère orthonormé.

Dans les exercices 56 à 60, la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_0 s'il n'est pas donné ainsi que u_1, u_2, u_3 et u_4.

2. Placer dans un repère les cinq premiers points de la représentation graphique de la suite (u_n).

56 $u_n = n^2 - 2n - 5$.

57 $u_n = \frac{2n+6}{n+1}$.

58 $u_n = 2 \times (-1)^n$.

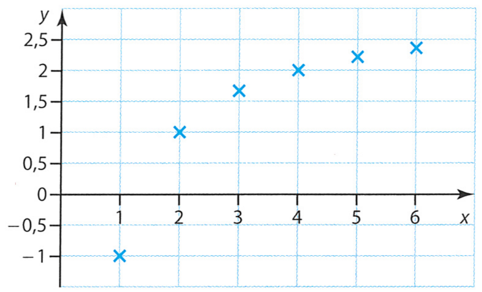
59 $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = 0,5u_n^2 - 2$.

60 $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2$.

Exercices — Pour commencer

Vrai ou faux

61 On donne ci-dessous la représentation graphique des termes d'une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$.
Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies, fausses ou si l'on ne peut pas répondre. Justifier.



1. $u_0 = 0$.
2. La suite (u_n) est croissante.
3. $u_4 = 2$.
4. $u_5 < u_6$
5. $u_9 < u_{10}$
6. Pour tout entier n compris entre 1 et 5, $u_n < u_{n+1}$.

Sens de variation d'une suite

→ Aide Cours 3 p. 18

Question de cours

62 Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 2n - 3$.
1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.
2. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.
3. Donner le signe de $u_{n+1} - u_n$.
4. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

En procédant comme dans l'exercice 62, déterminer dans les exercices 63 et 64 le sens de variation de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$.

63 $u_n = -4n + 5$.

64 $u_n = n^2 + 4$.

65 Utiliser la calculatrice pour obtenir la représentation graphique de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ et conjecturer son sens de variation.
1. $u_n = 7n - 5$.
2. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 2$.

66 Utiliser la calculatrice pour obtenir la représentation graphique de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ et conjecturer son sens de variation
1. $u_n = 0{,}5n^2 + n - 1{,}5$. **2.** $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{4}{u_n}$.

Vrai ou faux

67 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = -5n + 2$.
Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.
1. $u_0 < u_1$.
2. $u_{n+1} - u_n = -5$.
3. La suite (u_n) est strictement croissante.
4. Les points représentant la suite dans un repère du plan sont alignés.

QCM

68 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = -4n + 3$.
Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.
1. a. $u_0 = 0$ **b.** $u_0 = 3$ **c.** $u_0 = -1$
2. a. $u_{n+1} = -4n + 4$ **b.** $u_{n+1} = -4n + 1$ **c.** $u_{n+1} = -4n - 1$
3. a. $u_n + 1 = -3n + 3$ **b.** $u_n + 1 = -4n + 4$ **c.** $u_{n+1} = -4n - 1$
4. a. La suite (u_n) est croissante
b. La suite (u_n) est décroissante.
c. La suite (u_n) n'est pas monotone
5. Les points représentant les termes de la suite dans un repère du plan appartiennent :
a. à une droite. **b.** à une parabole.
c. à une hyperbole.

69 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 3$.
1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Représenter les premiers termes de la suite sur un graphique.
3. La suite semble-t-elle croissante ? Décroissante ?
4. Pour tout entier naturel n, calculer $u_{n+1} - u_n$.
5. On admet que, pour tout n entier naturel, $u_n < 6$.
En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
6. Quelle est la valeur affichée par le programme ci-dessous ? Interpréter dans le contexte de l'exercice.

```
from lycee import *

U=1
N=0
while U<5.9999:
    U=0.5*U+3
    N=N+1
print(N)
```

7. Est-ce que les résultats trouvés précédemment restent vrais si le premier terme de la suite est $u_0 = 7$?

Mode de génération d'une suite

70 Fabienne, qui pratique le football en salle, a pris une carte d'abonnement à 20 €, ce qui lui permet l'accès à la salle et des séances à tarif réduit de 4 €.

1. Quel est le prix total payé pour 5 séances pratiquées ?
2. On note p_n le prix payé pour n séances. Exprimer p_n en fonction de n.
3. Comment appelle-t-on ce mode de définition de la suite (p_n) ?

→ Voir **Exercice résolu 1** p. 15

71 ALGO **Lire un programme**
On considère l'algorithme ci-dessous permettant de définir la suite (u_n).

$U \leftarrow 900$
Pour N allant de 1 à 4
  $U \leftarrow 0{,}75U + 1$
Fin Pour

1. Quelle est la valeur de la variable à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
2. À quoi correspond cette valeur pour la suite (u_n) ?
3. Quelle relation de récurrence permet de calculer les termes de la suite (u_n) ?

→ Voir **Exercice résolu 2** p. 15

72 Une voiture neuve vaut 12 000 €. On estime que chaque année, sa valeur diminue de 600 €.
Définir une suite pouvant modéliser la situation.

→ Voir **Exercice résolu 2** p. 15

73 Un ballon est lancé du haut d'un immeuble de 15 m.
À chaque rebond, la hauteur atteinte par le ballon correspond aux deux tiers de la hauteur précédente du ballon.

1. Calculer la hauteur du ballon au 3[e] rebond.
2. Définir une suite pouvant modéliser cette situation.

→ Voir **Exercice résolu 1** p. 15

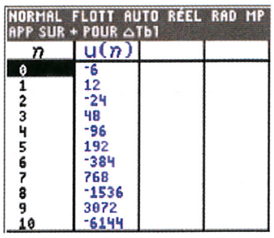
74 On considère la suite de carrés construits de la façon suivante : le 1[er] carré est de côté 1 cm, le 2[e] de côté 2 cm…
1. Pour n entier supérieur ou égal à 1,on note p_n le périmètre du carré de côté n cm.
a. Calculer p_1, p_2, p_3.
b. Exprimer p_n en fonction de n. Comment appelle-t-on ce mode de définition de (p_n) ?
2. Pour n entier supérieur ou égal à 1, on note a_n l'aire du carré de côté n cm.
a. Calculer a_1, a_2, a_3.
b. Définir la suite (a_n) de façon explicite.

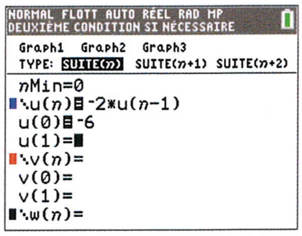
75 ALGO **Interpréter un algorithme donné**
(u_n) désigne une suite définie par récurrence ; l'algorithme suivant permet de calculer u_N pour un entier naturel N donné.

$u \leftarrow 3$
Pour I allant de 1 à N
  $u \leftarrow 4u - 7$
Fin Pour

1. Faire fonctionner l'algorithme pour en déduire u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Établir la formule de récurrence donnant u_{n+1} en fonction de u_n.

76 À partir des copies d'écran de calculatrice ci-dessous, répondre aux questions suivantes :





1. Quelles sont les valeurs de u_0, u_1 et u_3?
2. Établir la relation donnant u_{n+1} en fonction de u_n.

77 ALGO **Interpréter un algorithme donné**
On donne l'algorithme suivant où U est un réel et N un entier naturel.

$U \leftarrow 3$
Pour I allant de 0 à N
  $U \leftarrow U \times 2 + 4$
  $N \leftarrow N + 1$
  Construire le point de coordonnées $(N\,;U)$
Fin Pour

1. Faire fonctionner cet algorithme pour $N = 4$.
2. Même question pour $N = 8$.
3. Que permet de construire cet algorithme ?

Exercices

Pour s'entraîner

78 TABLEUR On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = -3u_n + 5$. On souhaite utiliser un tableur pour calculer la somme des vingt premiers termes de la suite.

	A	B
1	n	u_n
2	0	20
3		
4		

1. Quelle formule doit-on saisir en B3 ?

2. Dans quelle cellule sera le vingtième terme de la suite ?

3. Quelle formule doit-on entrer dans une cellule pour obtenir la somme des vingt premiers termes de la suite ?

4. À l'aide d'un tableur, donner la valeur de cette somme.

Représentation graphique des termes d'une suite

79 TABLEUR PYTHON On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $u_n = (-1{,}5)^n$.

1. À l'aide de la calculatrice, du tableur ou d'un algorithme, déterminer la valeur des dix premiers termes de cette suite.

2. Représenter graphiquement ces dix premiers termes.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 17

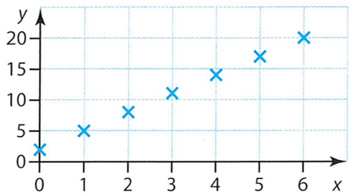
80 TABLEUR PYTHON On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n, par $v_{n+1} = \dfrac{-1}{v_n + 2}$.

1. À l'aide de la calculatrice, du tableur ou d'un algorithme, déterminer la valeur des dix premiers termes de cette suite.

2. Représenter graphiquement ces dix premiers termes.

→ Voir Exercice résolu 4 p. 17

81 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n et ses sept premiers termes représentés sur le graphique ci-contre.

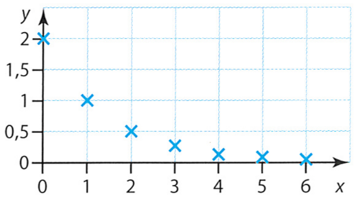


1. Donner la définition par récurrence de cette suite.

2. Peut-on également définir cette suite de façon explicite ? Si c'est le cas, donner cette forme explicite.

→ Voir Exercice résolu 3 p. 17

82 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n et ses sept premiers termes représentés sur le graphique ci-contre.



1. Donner la définition par récurrence de cette suite.

2. Peut-on également définir cette suite de façon explicite ? Si c'est le cas, donner cette forme explicite.

83 On considère quatre suites (u_n), (v_n), (w_n) et (t_n), définies pour tout entier naturel n respectivement par :

$u_n = 2n + 5$,

$v_n = n^2 - 1$,

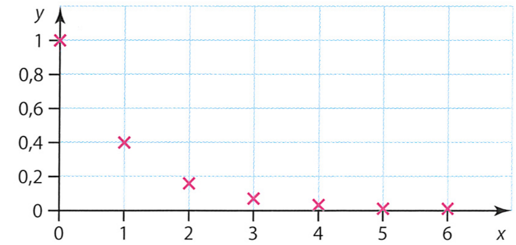
$w_n = 0{,}4^n$

et $t_n = \sqrt{n}$.

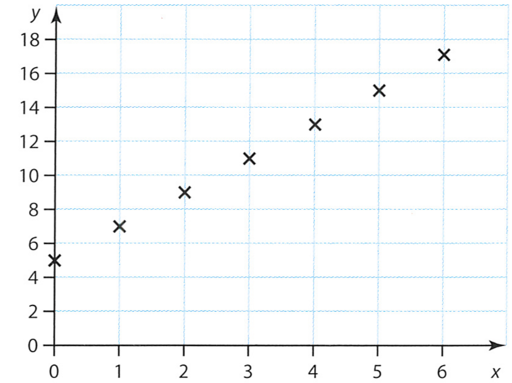
On a représenté ci-dessous les premiers termes de chacune ces suites.

Associer chacun des graphiques à une de ces suites.

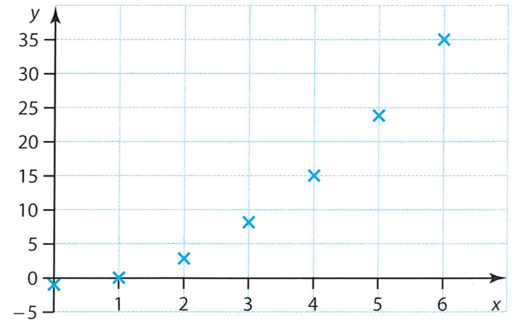
1



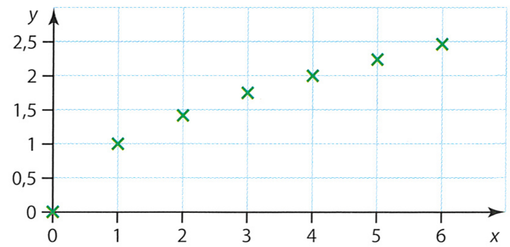
2



3



4



→ Voir Exercice résolu 5 p. 19

Sens de variation d'une suite

84 **1.** On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = (1{,}5)^n$. Déterminer le sens de variation de la suite (v_n).
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n, par $w_n = (-1{,}5)^n$. Calculer les premiers termes de cette suite. Que peut-on en conclure quant aux variations de cette suite ?

85 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.
1. En calculant les premiers termes de la suite, conjecturer son sens de variation.
2. Démontrer cette conjecture.

→ Voir Exercice résolu 6 p. 19

86 Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout n entier naturel non nul par $u_n = \dfrac{2n-1}{n}$.

→ Voir Exercice résolu 6 p. 19

87 On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n, par $v_{n+1} = \dfrac{1}{v_n + 2}$.
Étudier le sens de variation de la suite (v_n).

88 On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, par $v_{n+1} = \dfrac{1-v_n}{v_n+1}$.
Déterminer le sens de variation de la suite (v_n).

89 On considère la suite (u_n) définie pour tout n entier naturel, par $u_n = 2^n - 10n + 4$.
Montrer que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

90 STMG La directrice des ventes d'un site de jeux vidéo en ligne a recensé 3 000 abonnés au 1er juin 2017.
Elle est inquiète car le nombre d'abonnés ne peut être inférieur à 2 000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :
– entre le 1er juin et le 31 octobre, 80 clients s'abonnent ;
– entre le 1er novembre et le 31 mai, le nombre d'abonnés subit une baisse de 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.
On modélise l'évolution du nombre d'abonnés par une suite (u_n).
Selon ce modèle, pour tout entier naturel n, u_n désigne le nombre d'abonnés au 1er juin de l'année $2017 + n$.
On a donc $u_0 = 3\,000$.
1. Justifier que $u_1 = 2\,926$.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}95u_n + 76$.
3. Les craintes de la directrice sont-elles justifiées ?
Si oui, déterminer avec le tableur ou la calculatrice l'année où le nombre d'abonnés sera inférieur à 2 000.

91 STI2D En 1648, Blaise Pascal a demandé à son beau-frère Florin Périer de mesurer la hauteur de mercure dans deux baromètres, l'un situé à Clermont-Ferrand et l'autre en haut de la montagne la plus proche, le Puy de Dôme.
Florin Périer a constaté que la hauteur de mercure dans le baromètre situé en haut du Puy de Dôme était inférieure à la hauteur de mercure dans le baromètre situé plus bas, à Clermont-Ferrand. Cette expérience a permis de montrer que la pression atmosphérique diminue lorsque l'altitude augmente.

Dans cet exercice, la pression atmosphérique est exprimée en hectopascal (hPa).
On rappelle que la pression atmosphérique vaut 1 013,25 hPa au niveau de la mer.
Pour évaluer la pression atmosphérique, les alpinistes utilisent la règle simplifiée suivante : « la pression atmosphérique diminue de 0,11 hectopascal quand l'altitude augmente de 1 mètre ».
1. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant cette règle :

Altitude (en mètre)	0	800	1 500	2 000
Pression atmosphérique (en hPa)	1 013,25			

2. Pour tout entier naturel n, on note u_n la pression atmosphérique en hPa à l'altitude de n mètres calculée avec la règle simplifiée. Ainsi $u_0 = 1\,013{,}25$.
a. Calculer u_1 et u_2.
b. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 - 0{,}11n$.
c. Déterminer les variations de la suite (u_n) ainsi définie.
d. Déterminer l'altitude, exprimée en mètre, à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 950 hPa.

Exercices

Pour faire le point

Tests

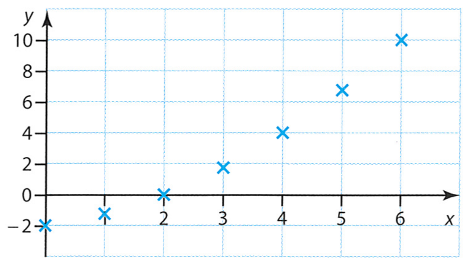
S'entraîner en ligne

lienmini.fr/10333-04

Vrai ou Faux

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

	V	F
92 La suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_1 = 3$ et $u_{n+1} = u_n + n^2 - 1$ est croissante.		
93 La suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -u_n + 3n^2 - n$ est définie par récurrence.		
94 La suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \frac{1}{n} + 6$ est croissante.		
95 On a représenté les premiers termes de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ sur le graphique ci-contre. On a $u_{10} = 6$.		
96 D'après le graphique ci-contre, on peut affirmer que la suite (u_n) est croissante.		
97 La suite définie pour tout entier naturel n non nul par $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = v_n - 3n + 1$ est croissante.		
98 La suite définie par récurrence par $u_0 = 20$ et pour tout entier naturel n non nul par $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 3$ peut être définie sous forme explicite par $u_n = -17{,}5 \times 0{,}92^n + 37{,}5$.		



→ Vérifier les résultats p. 294

QCM

Indiquer dans chaque cas la bonne réponse.

99 Soit (v_n) la suite définie tout n entier naturel par $v_0 = 11$ et $v_{n+1} = v_n + n - 4$. Alors :

a. $v_2 = 5$ **b.** $v_2 = 9$ **c.** $v_2 = 4$

100 Soit (t_n) la suite définie tout n entier naturel par $t_0 = -1$ et $t_{n+1} = t_n + n - 4$. Alors :

a. La suite est croissante. **b.** La suite est décroissante. **c.** La suite n'est pas monotone.

101 Soit (u_n) la suite définie tout n entier naturel par $u_n = 2n^2 - 4n + 3$. Alors les points représentant les termes de la suite dans un repère du plan :

a. sont alignés **b.** appartiennent à une parabole **c.** appartiennent à une hyperbole

102 Soit (u_n) la suite définie tout n entier naturel par $u_n = \frac{-1}{n+3}$. Alors :

a. La suite est croissante. **b.** La suite est décroissante. **c.** La suite n'est pas monotone.

103 Soit (v_n) la suite définie tout n entier naturel par $v_n = (-0{,}25)^n$. Alors :

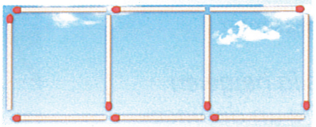
a. La suite est croissante. **b.** La suite est décroissante. **c.** La suite n'est pas monotone.

104 Soit (t_n) la suite définie tout n entier naturel non nul par $t_1 = 1$ et $t_{n+1} = \frac{t_n}{n}$. Alors :

a. $t_3 = 1$ **b.** $t_3 = \frac{1}{6}$ **c.** $t_3 = \frac{1}{2}$

→ Vérifier les résultats p. 294

105 In English

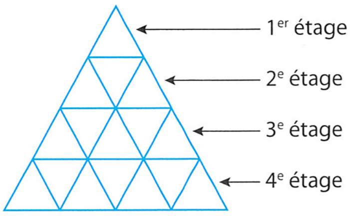


A single square is made from 4 matchsticks. To make two squares in a row takes 7 matchsticks, while three square in a row takes 10 matchsticks.

1. Write the first four terms of the sequence.
2. What is the common difference ?
3. Determine the formula for the general term.
4. How many matchsticks are in a row of 25 squares?
5. If there are 109 matchsticks, calculate the number of squares in the row.

106 TABLEUR COMPÉTENCE Modéliser

On réalise un château de cartes. On désigne par (u_n) le nombre de triangles formés par les cartes au nième étage et par (v_n) le nombre de cartes au total pour une pyramide de n étages.



	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	1		
3	2		
4	3		

En vous aidant d'un tableur comme indiqué ci-dessus, évaluer combien d'étages l'on peut faire avec 4 jeux de 52 cartes.

107 TABLEUR COMPÉTENCE Modéliser, calculer

Une entreprise exploite un filon de minerai de fer depuis 1950. La première année d'extraction, l'entreprise a récupéré 20 000 tonnes de fer. Cependant, depuis 1950, en raison des difficultés croissantes d'extraction, de l'appauvrissement du filon, les quantités extraites diminuent de 1 % par an.
On appelle T_n le nombre de tonnes extraites l'année $(1950 + n)$.
On a donc $T_0 = 20\ 000$.
Les résultats seront arrondis à la tonne.

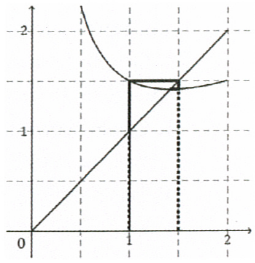
1. Justifier que $T_1 = 19\,800$ puis calculer T_2 et T_3.
2. Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n.
3. À l'aide d'un tableur :
a. Déterminer la quantité extraite en 2008.
b. Déterminer la quantité totale extraite entre 1950 et 2008.
4. En 1950, les géologues estimaient que ce filon recelait 1 000 000 de tonnes de métal. Ils cherchent à déterminer en quelle année théoriquement le filon sera épuisé.
a. Écrire un algorithme qui permet de résoudre ce problème.
b. En quelle année théoriquement le filon sera-t-il épuisé ?

108 PYTHON COMPÉTENCE Raisonner

On considère la suite (a_n) définie par $a_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, par $a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{2}{a_n}\right)$.

1. Calculer a_1 et a_2.
2. Construire la courbe représentative de la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$.

On admet que f est strictement croissante sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$ et strictement décroissante sur l'intervalle $]0\,;1]$.



3. On remarque que $a_1 = f(a_0)$: a_1 est l'image de a_0 par f. Placer a_1 sur l'axe des ordonnées.
4. On remarque que $a_2 = f(a_1)$. Le graphique ci-contre montre comment réaliser la construction. On a représenté une partie de la courbe représentative de f ainsi que la droite d'équation $y = x$.
Écrire le programme de construction.

109 ALGO COMPÉTENCE Communiquer

En mars 2017, le marché français des véhicules « 100 % électrique » a franchi le cap des 100 000 immatriculations cumulées depuis 2010. À l'horizon 2020, il devrait y en avoir 350 000.

1. On suppose qu'à partir de 2017, l'augmentation annuelle de véhicules « 100 % électrique » sera constante et égale à 40 %. Dans le cadre de ce modèle, pour tout entier naturel n, on note u_n une estimation du nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France au 31 décembre de l'année $(2016 + n)$ avec $u_0 = 93\,100$.
a. Déterminer le nombre de véhicules « 100 % électrique » au 31 décembre 2017.
b. L'estimation de 350 000 véhicules pour 2020 est-elle validée par le modèle proposé ? Justifier la réponse.
2. À l'aide d'un algorithme, on souhaite estimer l'année au cours de laquelle le nombre de véhicules électriques dépassera 1 000 000 avec ce modèle.
a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il réponde au problème.

```
n ← 0
u ← 93100
Tant que..............
    n ←...............
    u ←...............
Fin tant que
```

b. Laquelle des variables n ou u est-il utile d'afficher après l'exécution de cet algorithme pour répondre au problème ? Quelle est la valeur de cette variable? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

TP

Suites numériques et graphique

CAPACITÉ Déterminer une liste de termes d'une suite et les représenter.

Un marcheur un peu farfelu décide d'avancer dans la neige en lançant un dé à 6 faces. À chaque fois qu'il veut faire un déplacement, il lance le dé et avance du nombre de pas indiqué par le dé. On veut modéliser son déplacement sur un graphique.

PARTIE 1 Simulation avec tableur

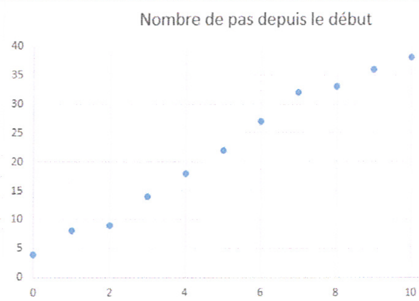
On a utilisé un tableur pour simuler le déplacement du marcheur (pour 10 déplacements).

1. Quelle formule écrire dans la cellule B2 qui permette de simuler le lancer d'un dé ?

2. Quelle formule écrire dans la cellule C3 qui, par recopie vers le bas, permette d'obtenir le nombre de pas cumulés ?

3. En observant la courbe ci-contre, conjecturer le sens de variation de la suite. Peut-on valider cette conjecture ?

	A	B	C
1	Etape ...	Lancer de dé	Nombre de pas depuis le début
2	0	4	4
3	1	4	8
4	2	1	9
5	3	5	14
6	4	4	18
7	5	4	22
8	6	5	27
9	7	5	32
10	8	1	33
11	9	3	36
12	10	2	38
13			



PARTIE 2 Simulation avec algorithmique

Pour ce faire, on crée une suite de nombre dont le premier est nul et dont les suivants sont aléatoirement ajoutés (cf. ligne 8 et ligne 9).

L'instruction `suite[−1]` renvoie le dernier terme de la suite construite.

Ainsi, à la première étape, `suite[−1]` renvoie 0.

L'instruction `suite.append` permet d'ajouter à la suite un nouveau terme.

1. Expliquer ce qui est fait ligne 8.

2. Expliquer ce qui est fait ligne 9.

3. Quelle instruction faut-il ajouter pour pouvoir afficher les 10 premiers termes de la suite ?

4. On obtient après exécution du programme :

Donner les valeurs obtenues par `randint(1,6)` à chaque étape.

```
3 from lycee import *
4
5 suite=[0]
6
7 for i in range(100):
8     somme=suite[-1]+randint(1,6)
9     suite.append(somme)
10
```

```
...module lycee actif....
[0, 1, 3, 9, 15, 20, 23, 25, 28, 34, 35]
>>>
```

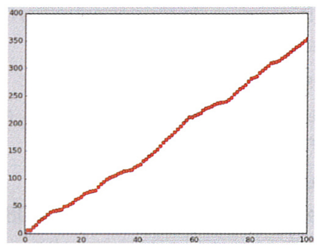
PYTHON *En salle informatique* lienmini.fr/10333-05

1. Programmer l'algorithime ci-dessus et vérifier la dernière valeur trouvée.

2. Peut-on trouver un déplacement supérieur à 600 pas ? 500 ? 400 ?

3. À l'aide d'un graphique, visualiser le déplacement et lancer plusieurs fois le programme pour confirmer ou non votre ressenti précédent.

```
n=0
for y in suite:
    repere.plot(n,y,"ro")
    n=n+1
repere.show()
```



4. Un autre marcheur se déplace également mais n'aime pas du tout le hasard ! Il avance à chaque déplacement de 3 pas.

a. Représenter la situation sur le graphique précédent.

b. Pourquoi semble-t-il à la traîne ?

110 Nourrir des poules avec les restes alimentaires permet de réduire la quantité de déchets à incinérer. Afin de réduire le volume des ordures ménagères, une communauté de communes offre en 2017 des poules à 50 foyers et décide ensuite, chaque année, d'augmenter le nombre de nouveaux foyers à qui l'on offre des poules, de 18 % par an.

On modélise le nombre de foyers ayant reçu des poules au cours de l'année $(2017+n)$ par une suite (u_n).

1. Vérifier que $u_1 = 59$.

2. La suite (u_n) est à termes strictement positifs ; vérifier que $u_n < u_{n+1} \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.

3. Après avoir donné la relation de récurrence permettant de calculer les termes de (u_n), montrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

4. Déterminer, par la méthode de votre choix que vous expliquerez, l'année à partir de laquelle la communauté de communes offrira des poules à plus de 1 000 foyers.

111 On considère la suite récurrente (u_n) de premier terme $u_0 = 0$ et telle que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 2n - 11$.

1. En utilisant un tableur ou une calculatrice, calculer et représenter graphiquement les 20 premiers termes de cette suite.
Le nuage de points obtenus a-t-il une particularité ?
Si oui, laquelle ?

2. On admet que (u_n) est donnée de façon explicite, pour tout entier naturel n, par $u_n = an^2 + bn$ où a et b sont deux nombres réels à déterminer.

a. En utilisant les valeurs de u_1 et u_2, monter que les nombres a et b vérifient le système :

$a + b = -11$

$2a + b = -10$

b. Résoudre ce système et en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

112 En 2016, on comptait en France 650 000 colonies d'abeilles. Du fait du taux de mortalité important chez ces insectes, on observe que le nombre de colonies baisse de 7,5 % par an et on considère que cette tendance devrait se poursuivre dans les années à venir.
On note u_n le nombre de colonies d'abeilles l'année $(2016 + n)$ et $u_0 = 650\,000$.

1. Calculer u_1.

2. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
  u ← 650 000
  n → 0
Tant que u > 100 000
    n → n+1
    u → 0,925 × u
Fin tant que
```

À la fin de l'exécution de cet algorithme, n prend une certaine valeur. Expliquer ce que représente cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. Par la méthode de votre choix, déterminer au bout de combien d'années le nombre de colonies d'abeilles passera en dessous de 100 000. Expliquer votre démarche.

113 On place 1 000 euros sur un livret qui rapporte 0,5 % par mois à intérêts composés. Chaque fin de mois, on y verse la somme de 30 euros. Ce livret est bloqué pour 5 ans ce qui signifie que, sur cette période, il est donc impossible de retirer de l'argent.

1. Vérifier qu'à la fin du premier mois, la somme présente sur le livret est égale à 1 035 euros.

2. Donner un algorithme qui permet de calculer la somme présente sur ce livret au bout d'une année.

114 On souhaite étudier la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel
$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$.

1. À l'aide de la calculatrice, donner dans un tableau les 5 premiers termes de la suite (u_n).

2. Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite.

3. Conjecturer le sens de variation de la suite.