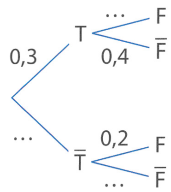
Réfléchir, parler & réagir

Calcul mental

1 Déterminer le plus rapidement possible la valeur exacte des nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible.

a. $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}$ **b.** $\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{4}{9}}$ **c.** $\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$ **d.** $\dfrac{0{,}03}{0{,}36}$

2 À l'aide de l'arbre pondéré ci-dessous, calculer $P(\mathrm{F})$.



3 VRAI OU FAUX

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
A et B sont deux évènements d'une même expérience aléatoire tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}3$, $P(\mathrm{B}) = 0{,}7$ et $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}2$.

a. A et B sont indépendants.

b. $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{2}{3}$

4 On choisit au hasard un élève dans un lycée. On définit les évènements A : « L'élève étudie l'anglais » et E : « L'élève est externe ».

1. On donne le tableau de probabilités suivant.

	E	$\overline{\mathrm{E}}$
A	0,12	0,28
$\overline{\mathrm{A}}$	0,08	…

Déterminer :

a. $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{E})$ **b.** $P(\overline{\mathrm{E}} \cap \overline{\mathrm{A}})$ **c.** $P_{\overline{\mathrm{E}}}(\overline{\mathrm{A}})$

2. Décrire les résultats précédents par une phrase.

5 Un professeur a prévu de donner un contrôle à ses élèves aujourd'hui.
Une fois sur cinq, il se trompe de salle et une fois sur dix il oublie les sujets dans son casier, ces évènements étant indépendants.

• Quelle est la probabilité que le contrôle commence à l'heure ?

6 On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. On considère les évènements A : « La carte tirée est un as » et B : « La carte tirée est un cœur ».

• Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

DIAPORAMA CALCUL MENTAL EN PLUS

Automatismes

7 A et B sont deux évènements d'une même expérience aléatoire.
Dans chacun des cas suivants, calculer $P(\mathrm{A})$.

1. $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{3}$ et $P(\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}) = \frac{1}{4}$.

2. $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = \frac{1}{2}$, $P_{\overline{\mathrm{B}}}(\mathrm{A}) = \frac{1}{6}$ et $P(\mathrm{B}) = \frac{2}{5}$.

3. $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0{,}3$, $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = 0{,}1$ et $P(\mathrm{B}) = 0{,}6$.

8 Dans un tiroir se trouvent 24 chaussettes rouges et 24 chaussettes noires.

• La pièce étant plongée dans le noir, combien faudra-t-il prendre de chaussettes pour être sûr d'avoir une paire de la même couleur ?

9 On lance successivement deux dés équilibrés numérotés de 1 à 6.

1. Est-ce une succession de deux épreuves indépendantes ?

2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux 6 lors des deux lancers ?

10 Une alarme incendie possède les propriétés suivantes : en cas de détection de fumée, elle se déclenche avec une probabilité égale à 0,99, mais elle se déclenche également en l'absence de fumée avec une probabilité égale à 0,02.
On suppose que la probabilité d'incendie est égale à 0,001.

1. Représenter cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité de l'évènement suivant : « Un incendie se déclare et l'alarme se déclenche ».

11 Une urne contient quatre boules vertes et cinq boules jaunes indiscernables au toucher.
On effectue deux tirages successifs d'une boule sans remise.
Soient A l'évènement « La première boule tirée est verte » et B l'évènement « La deuxième boule tirée est jaune ».

1. Calculer $P(\mathrm{A})$ et $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

2. En déduire $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

Préparation d'un oral

Préparer une trace écrite permettant de présenter à l'oral une argumentation indiquant si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

P est une loi de probabilité définie sur un univers Ω.

1. Quels que soient les évènements A et B tels que $P(\mathrm{A}) \neq 0$, $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) \leqslant P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.
2. Si A et B sont deux évènements indépendants, alors $\overline{\mathrm{A}}$ et $\overline{\mathrm{B}}$ le sont également.
3. Si A et B sont deux évènements tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}3$, $P(\mathrm{B}) = 0{,}7$ et $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}8$, alors A et B sont indépendants.
4. Quels que soient les évènements A et B tels que $P(\mathrm{A}) \neq 0$ et $P(\mathrm{B}) \neq 0$, on a $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) \Leftrightarrow P(\mathrm{A}) = P(\mathrm{B})$.

Travail en groupe

45 min

Constituer des groupes de 4 élèves qui auront chacun un des rôles suivants.
Résoudre tous ensemble la situation donnée. Remettre une trace écrite de cette résolution.

Animateur
- responsable du niveau sonore du groupe
- distribue la parole pour que chacun s'exprime

Rédacteur en chef
- responsable de la trace écrite rédigée par tous les membres du groupe

Ambassadeur
- porte-parole du groupe, seul autorisé à communiquer avec le professeur et, éventuellement, d'autres groupes

Maître du temps
- responsable de l'avancement du travail du groupe
- veille au respect du temps imparti

Dans le jeu télévisé américain *Let's make a deal*, un joueur devait choisir (sans l'ouvrir) une porte parmi trois, derrière lesquelles étaient cachés un lot de valeur et deux babioles… Le présentateur ouvrait alors une autre porte que celle choisie par le joueur et derrière laquelle on découvrait l'une des babioles. Le joueur avait alors le choix de conserver la porte qu'il avait initialement choisie ou d'en changer.

- L'un de ces deux choix était-il préférable à l'autre pour gagner le lot de valeur ?

Exposé

voir p. 272

Après avoir effectué les recherches indiquées, préparer une présentation orale, un poster ou un diaporama.

Dans son livre *Théorie analytique des probabilités* (1812), Laplace a énoncé le principe suivant.

> IIe PRINCIPE. *La probabilité d'un événement futur, tirée d'un événement observé, est le quotient de la division de la probabilité de l'événement composé de ces deux événemens, et déterminée* à priori, *par la probabilité de l'événement observé, déterminée pareillement* à priori.

Ce théorème a été appelé théorème de Bayes, car Thomas Bayes avait découvert ce résultat indépendamment de Laplace et un peu plus tôt, en 1763.

Énoncer le théorème de Bayes avec les notations actuelles et faire des recherches sur ce théorème et ses applications. Illustrer par des exemples.

Probabilités conditionnelles

1 A et B sont deux évènements d'une même expérience aléatoire tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}8$ et $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0{,}6$.
• Calculer $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

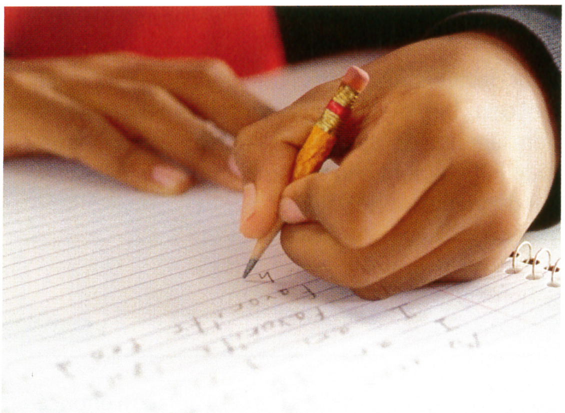
2 A et B sont deux évènements d'une même expérience aléatoire tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}3$, $P(\mathrm{B}) = 0{,}7$ et $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}9$.
• Calculer $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$, $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ et $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

3 On lance un dé cubique équilibré.
• Sachant que le résultat est pair, quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre inférieur à 4 ?

4 Soient A et B deux évènements d'une même expérience aléatoire tels que $P(\mathrm{B}) \neq 0$.
• Montrer que $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) + P_{\mathrm{B}}(\overline{\mathrm{A}}) = 1$.

5 Une boîte de bonbons contient 30 caramels et 20 nougats. On choisit deux bonbons au hasard, successivement et sans remise.
1. Quelle est la probabilité que le deuxième bonbon choisi soit un caramel sachant que le premier est un nougat ?
2. Quelle est la probabilité que le deuxième bonbon choisi soit un nougat sachant que le premier était un nougat ?

6 **Élèves gauchers**



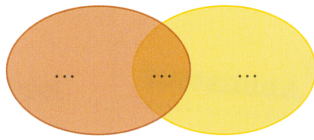
Une enquête sur les gauchers porte sur une population de 8 735 élèves de cinq régions françaises.
On a recensé 1 130 gauchères et gauchers répartis en 681 garçons et 449 filles.
On choisit au hasard un élève ayant participé à cette enquête.
On donnera les résultats arrondis au centième.
1. Quelle est la probabilité que l'élève soit gaucher ?
2. Quelle est la probabilité que l'élève soit une fille gauchère ?
3. Quelle est la probabilité que l'élève soit une fille sachant que c'est un élève gaucher ?

7 Le tableau ci-dessous donne la répartition des employés d'une entreprise selon deux critères : être cadre (C) ou non ; parler anglais (A) ou non.

	C	$\overline{\mathrm{C}}$	Total
A	20	20	40
$\overline{\mathrm{A}}$	10	50	60
Total	30	70	100

On interroge au hasard un employé de cette entreprise.
1. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas cadre et ne parle pas anglais ?
2. Sachant que ce n'est pas un cadre, quelle est la probabilité qu'il parle anglais ?

8 **Représenter**
Dans une population, 65 % des individus ont les yeux marron, 15 % ont les cheveux blonds et 5 % ont les yeux marron et les cheveux blonds.
1. Recopier et compléter le diagramme ci-dessous.



2. On choisit un individu au hasard dans cette population.
a. Quelle est la probabilité qu'il ait les yeux marron ou les cheveux blonds ?
b. On constate que cet individu a les yeux marron. Quelle est la probabilité qu'il ait aussi les cheveux blonds ?
c. On constate que cet individu a les cheveux blonds. Quelle est la probabilité qu'il ait aussi les yeux marron ?

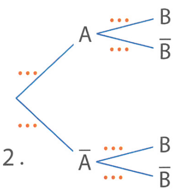
9 On considère une population d'adultes formée de 45 % d'hommes. On sait que 7 % des hommes et 3,7 % des femmes pratiquent la course à pied.
On choisit un individu au hasard dans cette population et on considère les évènements H : « L'individu est un homme » et C : « L'individu pratique la course à pied ».
• Donner toutes les probabilités qui peuvent être déduites de cet énoncé.

10 Dans un magasin de sport, une étude statistique a montré que 60 % des clients achètent des baskets. Parmi eux, 40 % achètent des articles soldés alors qu'une personne sur quatre qui n'achète pas de baskets profite des soldes.
On choisit un client au hasard et on considère les évènements B : « Le client achète des baskets » et S : « Le client profite des soldes ».
• Calculer les probabilités suivantes et les traduire par une phrase.
a. $P_{\mathrm{B}}(\overline{\mathrm{S}})$ **b.** $P(\mathrm{B} \cap \overline{\mathrm{S}})$ **c.** $P(\overline{\mathrm{B}} \cap \mathrm{S})$

Arbres pondérés

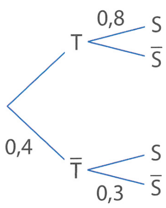
11 **1.** On a représenté une expérience aléatoire par l'arbre pondéré ci-contre. Recopier et compléter cet arbre sachant que :

$P(\overline{A}) = 0{,}7$; $P_A(B) = 0{,}6$ et $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}2$.



2. Même question sachant que $P(A) = 0{,}8$, $P_A(B) = 0{,}4$ et $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}1$.

12 On a représenté une expérience aléatoire par l'arbre pondéré ci-dessous.
Déterminer les probabilités suivantes.

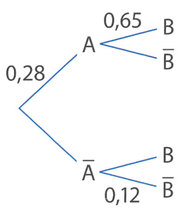


a. $P(T)$ **b.** $P_{\overline{T}}(\overline{S})$
c. $P_{\overline{T}}(S)$ **d.** $P(T \cap \overline{S})$
e. $P(\overline{T} \cap S)$

13 Dans le tiroir de Léo, il y a huit chaussettes vertes et douze chaussettes rouges. Le matin, n'étant pas très réveillé, il en choisit deux au hasard, successivement et sans remise.
1. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que Léo parte au lycée avec deux chaussettes de couleurs différentes ?

14 Dans une salle de réunion, il y a 65 % de femmes.
Parmi les femmes, une sur deux porte des lunettes, alors que c'est le cas d'un homme sur trois.
• Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard dans cette salle porte des lunettes ?

15 **1.** On a représenté une expérience aléatoire par l'arbre pondéré ci-dessous.
Recopier et compléter cet arbre.



2. En déduire les probabilités $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$, $P(B)$ et $P_B(A)$.

16 Une urne contient huit boules blanches et deux boules noires. On tire successivement et sans remise deux boules de cette urne.
a. Quelle est la probabilité que la deuxième boule du tirage soit blanche ?
b. Quelle est la probabilité que la deuxième boule du tirage soit noire ?

17 Dans une réserve africaine zoologique, il y a 20 % de lions, 30 % d'éléphants et 50 % de zèbres. La probabilité que ces animaux aient faim est respectivement de 50 %, 20 % et 30 %.
1. On croise un animal.
a. Quelle est la probabilité que ce soit un zèbre ?
b. Quelle est la probabilité qu'il soit affamé ?
2. On croise un animal affamé.
Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un lion ?

18 On sait que 1 % d'une population est atteint d'une certaine maladie orpheline.
On dispose de tests de dépistage de cette maladie ainsi que des données suivantes :
• si la personne est atteinte de cette maladie, alors le test est positif dans 90 % des cas ;
• si la personne n'est pas atteinte de cette maladie, alors le test est néanmoins positif dans 5 % des cas.
On considère les évènements M : « La personne est atteinte par la maladie » et T : « Le test est positif ».
1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que le test soit positif ?
3. Quelle est la probabilité qu'une personne soit réellement atteinte de la maladie sachant que son test est positif ?

19 **Discothèque**

Laurent, grand amateur de musique, classe ses albums selon le genre de musique et leur ancienneté (s'ils datent d'avant 2000, ils sont considérés comme anciens).
Sa discothèque se compose ainsi :
• les albums de rock représentent 45 % de l'ensemble et 50 % sont anciens.
• les albums de rap représentent 30 % de l'ensemble et 70 % sont anciens.
• les albums de jazz représentent le reste et 40 % sont anciens.
Il choisit un album de façon aléatoire et l'écoute.
1. Traduire cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que l'album écouté par Laurent soit ancien ?
3. Sachant que l'album écouté est ancien, quelle est la probabilité que ce soit du rock ?

20 Il y a deux types de jumeaux.

• des jumeaux monozygotes, dans un cas sur trois : ils sont issus d'un même œuf et ils ont exactement le même patrimoine génétique.

• des jumeaux hétérozygotes : ils sont issus de deux œufs distincts et ont donc des patrimoines génétiques différents.

On vient d'apprendre à Najla qu'elle attend des jumeaux.

• A-t-elle plus de chances de donner naissance à deux bébés de même sexe ou à deux bébés de sexes différents ?

21 ALGO

Pour simuler le déplacement aléatoire d'un mobile sur un axe dont l'unité graphique est le mètre, Yasmine a écrit l'algorithme suivant.

```
position ← 0
Pour i allant de 1 à 3 :
    Si un nombre aléatoire entier de l'intervalle
    [1 , 4] est égal à 1 alors :
        position ← position + 1
    sinon :
        position ← position – 1
```

1. Quelle est la distance parcourue par le mobile ?
2. Quelle est la probabilité qu'à la fin de cet algorithme, la variable *position* contienne la valeur 3 ?

22 PRISE D'INITIATIVE

Lors d'une soirée d'anniversaire, on compte 15 hommes, 20 femmes et 10 enfants. Sur une table, il y a trois sacs numérotés 1, 2 et 3 contenant des jetons de couleurs. Chaque sac contient respectivement 20 %, 40 % et 60 % de jetons rouges. Un animateur aux yeux bandés désigne une personne au hasard et lui demande :

• si c'est un homme, de tirer un jeton dans le sac 1 ;
• si c'est une femme, de tirer un jeton dans le sac 2 ;
• si c'est un enfant, de tirer un jeton dans le sac 3.

La personne annonce avoir tiré un jeton rouge.
L'animateur qui se dit magicien, décide d'annoncer si la personne désignée est un homme, une femme ou un enfant.

• Que doit-il annoncer pour avoir le moins de risque de se tromper ?

23 Un ballotin de chocolats contient 13 chocolats noirs et 7 chocolats au lait. On choisit au hasard un chocolat du ballotin, que l'on mange, puis un deuxième, que l'on mange également.

1. Calculer la probabilité de manger un chocolat de chaque sorte puis celle de manger au moins un chocolat noir.
2. Sachant qu'on a mangé au moins un chocolat noir, quelle est la probabilité d'avoir mangé un chocolat de chaque sorte ?

Indépendance

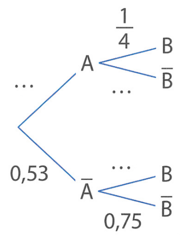
24 Pour une certaine expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}3$, $P(\mathrm{B}) = 0{,}2$ et $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}06$.

• Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

25 Pour une certaine expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B indépendants tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}3$ et $P(\mathrm{B}) = 0{,}7$.

• Calculer $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ et $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.

26 Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondéré suivant.



• Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

27 Une urne contient :

• cinq jetons jaunes qui portent chacun une lettre différente du mot « jaune ».

• cinq jetons blancs qui portent chacun une lettre différente du mot « blanc ».

On tire au hasard un jeton dans l'urne et on considère les évènements A : « Obtenir une voyelle », B : « Obtenir un jeton jaune » et C : « Obtenir un jeton blanc ».

1. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
2. Les évènements A et C sont-ils indépendants ?
3. Proposer un évènement D indépendant des évènements B et C.

28 Jeanne prend son parapluie pour se rendre au travail un jour sur dix.

Elle a remarqué que lorsqu'elle avait son parapluie, il pleuvait dans 80 % des cas et, lorsqu'elle ne l'avait pas, il pleuvait dans 15 % des cas.

Les évènements A : « Jeanne prend son parapluie » et B : « Il pleut » sont-ils indépendants ?

29 Un réparateur a identifié deux causes de panne sur les ordinateurs portables. 20 % des ordinateurs ont des problèmes de batterie et 17 % des problèmes de processeur. On choisit au hasard un ordinateur.

On considère les évènements B : « L'ordinateur a un problème de batterie » et P : « L'ordinateur a un problème de processeur ».

On suppose que les évènements B et P sont indépendants.

• Calculer la probabilité que l'ordinateur choisi ait au moins l'un des deux problèmes.

30 **Étude de satisfaction**

Une association de consommateurs a réalisé une étude de satisfaction auprès des clients de trois fournisseurs internet : Orage, Boggie et Fluide.

• 70 % des clients sont abonnés à Orage et, parmi eux, 80 % sont satisfaits.

• 20 % des clients sont abonnés à Boggie et, parmi eux, 90 % sont satisfaits.

• Les autres clients sont abonnés à Fluide et, parmi eux, 60 % sont satisfaits.

On choisit un client au hasard.

On considère les évènements O : « Le client est abonné à Orage », B : « Le client est abonné à Boggie », F : « Le client est abonné à Fluide » et S : « Le client est satisfait ».

1. Calculer $P(\mathrm{S})$.

2. Les évènements suivants sont-ils indépendants ? Justifier.

a. O et S. **b.** B et S.
c. F et S. **d.** O et B.

3. Sachant qu'un client n'est pas satisfait, quelle est la probabilité qu'il soit abonné à Orage ?

31 On choisit au hasard un élève dans un lycée. On définit les évènements A : « L'élève étudie l'anglais » et E : « L'élève est externe ». On suppose que les évènements A et E sont indépendants.

• Compléter le tableau de probabilités suivant.

	E	$\overline{\mathrm{E}}$
A	0,12	0,48
$\overline{\mathrm{A}}$	…	…

32 VRAI OU FAUX

Raisonner, communiquer

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier la réponse.

A et B sont deux évènements d'une même expérience aléatoire.

1. $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \times P(\mathrm{B})$

2. Si A et B sont indépendants et $P(\mathrm{B}) \neq 0$, alors $P(\mathrm{A}) = \dfrac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{B})}$.

3. Si $P_{\overline{\mathrm{B}}}(\mathrm{A}) = P(\mathrm{A})$, alors les évènements A et B sont des évènements indépendants.

4. Si $P(\mathrm{A}) = 0{,}2$; $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0{,}15$ et $P_{\overline{\mathrm{A}}}(\overline{\mathrm{B}}) = 0{,}9$, alors les évènements A et B sont des évènements indépendants.

33 Michel prend son scooter tous les matins pour se rendre au lycée, mais il est souvent en retard. En effet, il a une panne de réveil une fois sur quinze, son scooter ne démarre pas une fois sur vingt et il croise un camion-poubelle qui ralentit la circulation une fois sur quatre, ces trois évènements étant indépendants deux à deux.

• Quelle est la probabilité que Michel arrive à l'heure au lycée aujourd'hui ?

34 **Expériences indépendantes ?**

communiquer

Dire si les expériences aléatoires suivantes sont des successions d'épreuves indépendantes, en justifiant la réponse, puis calculer la probabilité demandée.

1. Une urne contient deux boules vertes et cinq boules noires. On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne.

Quelle est la probabilité de tirer deux boules vertes ?

2. Une branche compte deux fleurs blanches et huit fleurs roses réparties au hasard. On cueille successivement deux fleurs.

Quelle est la probabilité d'avoir deux fleurs blanches ?

3. On lance deux fois un dé à six faces bien équilibré.

Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois le numéro 6 ?

35 ALGO PYTHON

Une urne contient cinq bulletins verts et trois bulletins bleus.

Jérôme a écrit le script Python d'une fonction tirage.

```python
from random import randint
def tirage():
    tirage=[]
    for i in range(2):
        if randint(1,8)<=3:
            tirage.append("bleu")
        else :
            tirage.append("vert")
    return(tirage)
```

1. Que renvoie cette fonction ?

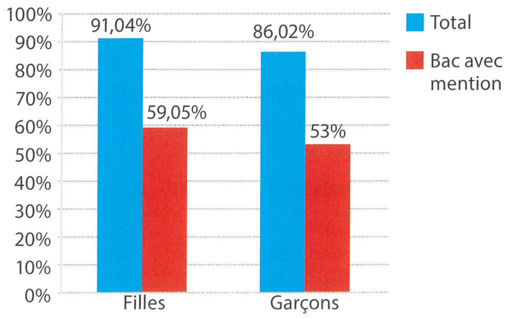
2. Quelle est la probabilité que cette fonction renvoie le couple ['bleu','bleu'] ?

3. Modifier le script de la fonction tirage pour qu'elle renvoie le nombre de bulletins bleus obtenus lors de deux tirages sans remise dans l'urne.

36 **Indépendance et statistiques**

Représenter, communiquer

En 2018, le taux global de réussite au bac était de 88,3 %. Le document suivant donne le taux de réussite pour les filles et les garçons ainsi que le taux des mentions.



• À l'aide de ce document et en utilisant un vocabulaire lié aux probabilités, justifier que le fait d'être une fille a une influence sur la réussite au baccalauréat.

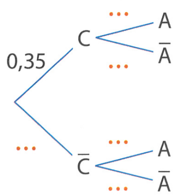
37 Étude de marché

Modéliser, représenter

En 2018, une étude marketing est réalisée sur un échantillon représentatif de la population française composé de 1 500 individus. La première question posée est : « Connaissez-vous le commerce équitable ? »
Le tableau ci-dessous donne la répartition des réponses par âge.

	Moins de 25 ans	25-39 ans	40-59 ans	60 ans et plus	Total
Oui	156	171	150	48	525
Non	258	297	273	147	975
Total	414	468	423	195	1 500

1. On interroge une personne au hasard.
a. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse le commerce équitable ?
b. On sait que cette personne a moins de 25 ans. Quelle est la probabilité qu'elle connaisse le commerce équitable ?
c. On sait que cette personne connaît le commerce équitable.
Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans ?
2. On pose à présent une seconde question : « Connaissez-vous le label AB de l'agriculture biologique ? »
• Parmi les personnes connaissant le commerce équitable, 504 connaissent le label AB.
• Parmi les personnes ne connaissant pas le commerce équitable, 546 connaissent le label AB.
On interroge une personne au hasard et on considère les évènements A et C suivants :
• A : « La personne interrogée connaît le label AB » ;
• C : « La personne interrogée connaît le commerce équitable ».
a. Montrer que $P_C(A) = 0{,}96$ et $P_{\overline{C}}(A) = 0{,}56$.
b. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.



c. Calculer les probabilités $P(C \cap A)$ et $P(\overline{C} \cap A)$.
d. Un journaliste déclare : « 70 % de la population française connaît le label AB. »
L'affirmation du journaliste est-elle vraie ?
e. Les évènements A et C sont-ils indépendants ?

38 Tournoi de foot

Lors d'un tournoi de football, il y a huit équipes engagées parmi lesquelles celles de Paul et de Killian.
L'organisateur détermine par tirage au sort les matchs du premier tour.
• Quelle est la probabilité que les équipes de Paul et de Killian se rencontrent au premier tour ?

39 Classe de risque

Une compagnie d'assurance répartit ses clients en trois classes : R1, les risques forts, R2, les risques moyens et R3, les risques faibles.
Les effectifs de ces trois classes représentent 20 % de la population totale des clients pour la classe R1, 50 % pour la classe R2 et 30 % pour la classe R3. Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours de l'année, pour une personne de chacune de ces trois classes, sont respectivement de 0,05, 0,15 et 0,3.
1. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les clients de cette compagnie ait un accident dans l'année ?
2. Gaëlle n'a pas eu d'accident cette année.
Quelle est la probabilité qu'elle appartienne à la classe R1 ? à la classe R2 ? à la classe R3 ?

40 Lutte anti-dopage

Une agence de lutte contre le dopage a mis au point un test pour détecter un nouveau produit dopant.
On estime que :
• 2 % des sportifs utilisent ce produit dopant ;
• si un sportif a ingéré ce produit, le test est positif dans 99 % des cas ;
• s'il n'a pas pris le produit, le test est positif dans 1,5 % des cas (on parle alors de faux positifs).
1. Un sportif est testé positif.
Quelle est la probabilité qu'il soit dopé ?
2. Suite à diverses améliorations, la probabilité d'avoir un faux positif, notée p, a pu être diminuée de telle sorte que la probabilité qu'un sportif soit dopé, sachant qu'il est testé positif, soit égale à 0,95 %.
Calculer la valeur de p.

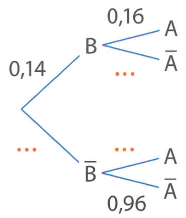
41

Une compagnie aérienne a étudié le profil de ses passagers.
• 72 % de ses clients ont acheté leur billet par internet et parmi eux, 68 % sont des femmes.
• Quatre femmes sur cinq ont acheté leur billet par internet.
a. On choisit au hasard la fiche de réservation d'un client. Quelle est la probabilité que ce soit celle d'une femme ?
b. On choisit un client au hasard parmi les hommes. Quelle est la probabilité qu'il ait acheté son billet sur internet ?

42 Une expérience aléatoire consiste à lancer un dé bien équilibré à six faces.
On dispose de six urnes numérotées de 1 à 6 contenant chacune un ticket gagnant et un nombre de tickets perdants égal au numéro de l'urne.
On lance le dé. Le numéro obtenu indique l'urne dans laquelle on doit piocher un ticket.
• Quelle est la probabilité de piocher un ticket gagnant ?

43 Une boîte contient cinq jetons numérotés de 1 à 5.
On tire un premier jeton, on note son numéro puis on le remet dans la boîte et on en tire un second.
1. Les deux tirages sont-ils indépendants ?
2. On considère les évènements P : « Le produit des deux numéros est supérieur à 11 » et S : « La somme des deux numéros est impaire ».
Les évènements P et S sont-ils indépendants ?

44 QCM
Raisonner
Pour chacune des situations décrites, donner la seule bonne réponse parmi les trois proposées.
1. On a représenté une expérience aléatoire par l'arbre pondéré suivant.



ⓐ $P(A) = 0{,}16$ ⓑ $P(A) = 0{,}0224$
ⓒ $P(A) = 0{,}0568$

2. Dans un club sportif, 60 % des adhérents ont moins de 18 ans. 70 % des moins de 18 ans participent à des compétitions contre seulement 30 % parmi les plus de 18 ans.
Un adhérent participe à une compétition, la probabilité qu'il ait moins de 18 ans est :
ⓐ inférieure à 0,5 ;
ⓑ comprise entre 0,5 et 0,75 ;
ⓒ supérieure à 0,75.

3. Dans un restaurant, on a constaté que trois personnes sur cinq prennent une entrée. Parmi elles, une sur quatre prend un dessert. On choisit un client au hasard. On considère les évènements A : « Le client prend une entrée » et B : « Le client prend un dessert ».
ⓐ A et B sont indépendants ;
ⓑ A et B ne sont pas indépendants ;
ⓒ On ne peut pas savoir si A et B sont indépendants.

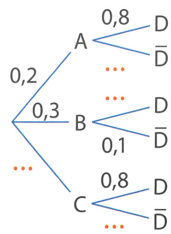
4. On lance deux fois de suite une pièce bien équilibrée. La probabilité d'obtenir exactement une fois « Face » est égale à :
ⓐ $\frac{1}{2}$; ⓑ $\frac{1}{4}$; ⓒ $\frac{3}{4}$.

45 ALGO PYTHON
On lance deux fois un dé bien équilibré. Pour simuler cette expérience aléatoire, Jules a écrit le script en Python suivant.

```python
from random import randint
def deux_lancers():
    nombre=0
    for i in range(2):
        if randint(1,6)==6:
            nombre=nombre+1
    return nombre
```

1. Que renvoie la fonction `deux_lancers` ?
2. On considère l'évènement A : « Obtenir exactement une fois le numéro 6 lors des deux lancers ».
a. À l'aide la fonction précédente, écrire le script d'une fonction `repetition` d'argument n qui simule n expériences aléatoires et qui renvoie la fréquence de réalisation de l'évènement A.
b. En déduire une estimation de la probabilité de A.
3. Retrouver le résultat précédent par le calcul.

46 **Raisonner**
Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondéré suivant.



1. Vérifier que les évènements C et D ne sont pas indépendants.
2. Est-il possible, en modifiant uniquement la valeur de $P_C(D)$, que les évènements C et D soient indépendants ?

47 Un joueur de tennis a une probabilité $p \in]0\,;1[$ de réussir son premier service. Si le joueur rate son premier service, il a alors une probabilité $q \in]0\,;1[$ de réussir son second service.
1. Exprimer en fonction de p et de q la probabilité que le joueur fasse une double faute, c'est-à-dire qu'il rate ses deux services. Réaliser l'application numérique dans le cas où $p = 0{,}9$ et $q = 0{,}3$.
2. On suppose que $q = 1 - p$.
Pour quelle valeur de p la probabilité de faire une double faute est-elle maximale ?

48 **Raisonner, communiquer**
Soit P une loi de probabilité définie sur un univers Ω.
Soient A et B deux évènements de Ω.
1. Déterminer une condition nécessaire pour que A et B soient indépendants et incompatibles.
2. Cette condition est-elle suffisante ?

49 On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On considère les évènements A : « Le numéro obtenu est pair » et B : « Le numéro obtenu est au moins égal à 5 ».
1. Si le dé est bien équilibré, les évènements A et B sont-ils indépendants ?
2. On se place dans le cas où le dé est truqué. Une étude statistique a conduit à l'estimation suivante.
- Les faces de 1 à 5 ont la même probabilité de sortie.
- La probabilité d'obtenir la face 6 est le double de celle d'obtenir 1.

Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

50 **Pôle emploi**
Une agence de Pôle emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et le niveau d'étude. Les résultats de l'étude sont résumés dans le tableau suivant.

	Sans diplôme	Bacheliers	Diplôme niveau bac +5	Total
Homme	23 %	16 %	9 %	48 %
Femme	26 %	20 %	6 %	52 %
Total	49 %	36 %	15 %	100 %

On prend la fiche d'un demandeur d'emploi au hasard et on note les évènements :
- F : « La fiche tirée est celle d'une femme » ;
- S : « La fiche tirée est celle d'une personne sans diplôme » ;
- B : « La fiche tirée est celle d'un bachelier » ;
- D : « La fiche tirée est celle d'un diplômé niveau bac +5 ».

1. Déterminer les probabilités suivantes.
a. $P(\text{B})$ **b.** $P(\overline{\text{F}})$ **c.** $P_{\text{F}}(\text{S})$
d. $P_{\text{D}}(\overline{\text{F}})$ **e.** $P(\text{F} \cap \text{S})$ **f.** $P(\overline{\text{F}} \cup \text{D})$
2. Les évènements F et B sont-ils indépendants ?

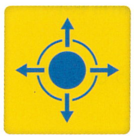
51 Tous les lundis, Marie interroge au hasard un de ses élèves de CE1 sur la poésie du mois.
On a remarqué que la probabilité qu'un élève du premier rang soit interrogé est $\frac{1}{7}$, et qu'un élève situé au fond de la classe a deux fois plus de chances d'être interrogé qu'un élève situé entre le premier et le dernier rang.
Romain, qui a du mal à apprendre ses poésies, n'arrive à se mettre au premier rang qu'un lundi sur cinq, et se retrouve contraint de s'asseoir au fond de la classe trois lundis sur cinq.
- Calculer la probabilité que Romain récite la poésie.

52 **Accidents de la route**
Le document ci-dessous donne la répartition des accidents de la route répertoriés en France métropolitaine pendant l'année 2017 selon la typologie du conducteur impliqué.
(source ONISR-bilan de la sécurité routière 2017).

Conducteur…	Nombre de personnes tuées	Nombre de personnes blessées
avec un taux d'alcool supérieur à 0,5 g/L	778	3 410
avec un test positif aux stupéfiants	494	1 653
avec une attention perturbée	231	2 913
fatigué ou ayant eu un malaise	349	1 772
de poids lourd	418	1 405
Total	3 448	27 732

1. Quelle est la probabilité qu'une personne blessée lors d'un accident de la route en 2017 l'ait été à cause d'un manque d'attention du conducteur ?
2. À l'aide de ce document et en utilisant un vocabulaire lié aux probabilités, classer les causes d'accidents mortels.

53 ALGO PYTHON
Modéliser
Un robot est posé au centre d'une table en forme de carré de 90 cm de côté. Toutes les secondes, il effectue de façon aléatoire un pas de 10 cm dans une des quatre directions.



1. Écrire un algorithme en langage naturel simulant cette expérience.
2. Programmer cet algorithme en Python et déterminer une estimation du temps durant lequel le robot reste sur la table.

54 Un sac contient trois jetons. L'un de ces jetons a deux faces noires, un autre deux faces blanches et le troisième a une face blanche et une face noire.
On tire au hasard un jeton du sac et on le pose sur la table. La face visible est noire.
- Quelle est la probabilité que le jeton tiré ait deux faces noires ?

55 PRISE D'INITIATIVE

Une urne contient au départ trois boules blanches et une boule noire indiscernables au toucher. On tire au hasard une boule de l'urne.

• Si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et on ajoute n boules blanches supplémentaires.

• Si la boule tirée est noire, on la remet dans l'urne et on ajoute n boules noires supplémentaires.

On tire ensuite au hasard une seconde boule de l'urne.

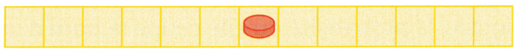
On note A l'évènement : « Les deux boules tirées sont de même couleur ».

• Existe-t-il une valeur de n pour laquelle $P(\text{A}) = \frac{3}{4}$?

56 TABLEUR

Chercher, communiquer

Une boîte contient treize cases. Un pion est placé dans la case centrale.



On lance une pièce de monnaie bien équilibrée. Si on obtient « Face », on déplace le pion d'une case vers la droite ; sinon, on le déplace d'une case vers la gauche. Un trajet est une succession de six déplacements. On s'intéresse à l'évènement A : « Le pion est revenu à la case départ après six déplacements ».

On a simulé l'expérience sur la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Simulation n°	Départ	Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5	Etape 6	Fréquence de A
2	1	0	1	0	1	0	-1	0	
3	2	0	1	2	3	4	3	4	
4	3	0	1	0	-1	0	-1	0	
5	4	0	-1	-2	-3	-2	-1	-2	
6	5	0	-1	-2	-3	-2	-3	-4	

1. a. Dans quelle case est arrivé le pion à la première simulation ?

b. Quelle est la fréquence de l'évènement A à l'issue des cinq simulations affichées ?

2. Quelle formule écrire dans la cellule C2 puis étirer vers la droite pour simuler un trajet ?

3. Recopier cette feuille de calcul sur un tableur et simuler 10 000 expériences.

4. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule I2, pour calculer la fréquence de l'évènement A ?

5. En déduire une estimation de la probabilité de l'évènement A.

57 **Représenter**

Un sachet contient dix bonbons, certains au goût cola, d'autres au goût fraise.

On tire successivement de façon aléatoire et sans remise deux bonbons du sachet.

La probabilité d'avoir au moins un bonbon cola est égale à $\frac{8}{15}$.

• Combien y a-t-il de bonbons cola dans le sachet ?

58 Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques emportés par les voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.

On note les évènements :

• S : « Le voyageur fait sonner le portique ».

• M : « Le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

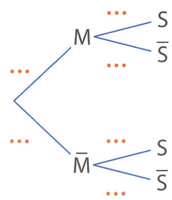
On admet que :

• lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98 ;

• lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. a. Interpréter les données de l'énoncé en termes de probabilités.

b. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant.



c. Montrer que $P(\text{S}) = 0{,}021\,92$.

d. En déduire la probabilité qu'un passager porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique (arrondir le résultat à 10^{-3}).

2. Deux personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que, pour chaque personne, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,021 92. Calculer la probabilité qu'une seule des deux personnes fasse sonner le portique.

D'après Bac Liban 2018

59 **Approfondissement**

Une urne contient trois jetons sur lesquels est inscrite la lettre A, deux jetons sur lesquels est inscrite la lettre B et un jeton sur lequel est inscrite la lettre C.

Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

1. On tire successivement trois jetons de l'urne avec remise.

a. Représenter cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Quelle est la probabilité d'obtenir les lettres B, A et C dans cet ordre ?

c. Calculer la probabilité d'obtenir un tirage où ne figure pas la lettre A.

2. Reprendre les questions précédentes en supposant que le tirage s'effectue sans remise.

3. Si l'on souhaite avoir le maximum de chances d'obtenir les lettres B, A et C dans cet ordre, faut-il procéder à un tirage avec ou sans remise ?

60 ALGO PYTHON

Chercher, calculer

Arnaud, Béa et Charline jouent à la balle.

On sait que :

• lorsqu'Arnaud a la balle, la probabilité qu'il l'envoie à Béa est de 0,75 et la probabilité qu'il l'envoie à Charline est de 0,25 ;

• lorsque Béa a la balle, la probabilité qu'elle l'envoie à Arnaud est de 0,75 et la probabilité qu'elle l'envoie à Charline est de 0,25 ;

• Charline envoie toujours la balle à Béa.

Pour n entier naturel supérieur ou égal à 1, on s'intéresse aux probabilités a_n, b_n et c_n des évènements « Arnaud a la balle à l'issue du n-ième lancer », « Béa a la balle à l'issue du n-ième lancer » et « Charline a la balle à l'issue du n-ième lancer ».

1. On suppose qu'Arnaud a la balle au départ.
Donner les valeurs de a_1, b_1 et c_1 puis celles de a_2, b_2 et c_2.

2. Exprimer a_{n+1}, b_{n+1} et c_{n+1} en fonction de a_n, b_n et c_n.

3. a. Compléter le script de la fonction suivante pour qu'elle renvoie les valeurs de a_n, b_n et c_n lorsque $a_0 = a$, $b_0 = b$ et $c_0 = c$.

```
def suite(a,b,c,n):
    for i in range(n):
        a,b,c=...
    return a,b,c
```

b. En déduire quel est le joueur qui a la plus grande probabilité d'avoir la balle à l'issue du centième lancer. Ce résultat dépend-il du joueur qui avait la balle au départ ?

61 **Approfondissement** PRISE D'INITIATIVE

Modéliser

On lance plusieurs fois une pièce de monnaie.

1. La pièce est bien équilibrée. A-t-on plus de chances d'obtenir une fois « Face » sur deux lancers ou deux fois « Face » sur quatre lancers ?

2. Reprendre la question précédente en supposant que la pièce est truquée de telle sorte que la probabilité d'obtenir « Face » est deux fois plus grande que celle d'obtenir « Pile ».

62 PRISE D'INITIATIVE

Modéliser

Une alarme anti-intrusion installée au domicile d'un particulier indique dans sa notice les statistiques suivantes.

• La probabilité d'être victime d'un cambriolage pendant les vacances est de 0,01.

• La probabilité que l'alarme se déclenche, sachant que les cambrioleurs sont présents, est de 0,98.

• La probabilité que l'alarme se déclenche sans raison est de 0,03.

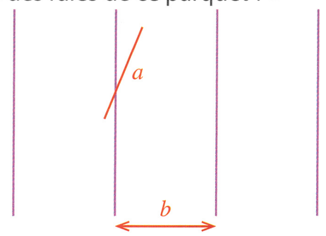
Un client veut étudier la fiabilité de ce modèle.

• Pour cela, quels évènements peut-il définir et quelles probabilités peut-il calculer ?

63 ALGO PYTHON **Une approximation de π**

Chercher, raisonner

Dans son *Essai d'arithmétique morale* publié en 1777, Georges Louis Leclerc comte de Buffon présente le célèbre problème de l'aiguille : « Si on laisse tomber une aiguille de longueur a sur un parquet formé de lames de largeur b, quelle est la probabilité que l'aiguille coupe une des raies de ce parquet ? »



1. Une démonstration selon Émile Borel (1871-1956)

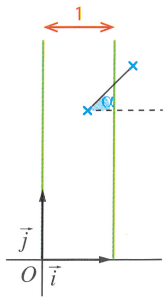
On ne tient pas compte de la longueur des lames du parquet. On admet que, quelle que soit la forme de l'aiguille, la probabilité qu'elle coupe le bord d'une lame est proportionnelle à sa longueur et inversement proportionnelle à la largeur des lames ; elle peut donc s'écrire $\frac{ka}{b}$.

On souhaite déterminer k.

a. Borel a imaginé une aiguille de forme circulaire, de diamètre b. Quelle est alors la valeur de a ? En déduire la valeur de k.

b. Quelle est alors la probabilité qu'une aiguille coupe le bord d'une lame ?

2. Une simulation



À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on souhaite simuler le lancer de N aiguilles de longueur 1 sur un plancher dont les lames parallèles ont pour largeur 1, puis calculer la fréquence de l'évènement « L'aiguille est à cheval sur deux lames ». On se place dans un repère et, pour chaque lancer, on choisit aléatoirement l'abscisse x_1 d'une extrémité de l'aiguille dans une bande de largeur 1, ainsi que l'angle α que fait l'aiguille avec l'axe des abscisses. On calcule ensuite l'abscisse x_2 de l'autre extrémité de l'aiguille.

a. Compléter cet algorithme.

```
Acheval ← 0
Pour i allant de 1 à N faire
    x1 ← un nombre réel au hasard entre 0 et 1
         (1 exclu)
    α ← un nombre réel au hasard entre 0 et 2π
         (2π exclu)
    x2 ← ...
    Si x1 = 0 ou x2 ⩽ ... ou x2 ⩾ ... alors
         Acheval = Acheval + 1
fréquence = Acheval / N
```

b. Comment peut-on modifier cet algorithme afin d'obtenir une approximation de π ?

c. Programmer cet algorithme en Python et le tester pour différentes valeurs de N.

64 ALGO PYTHON **Approfondissement**

Chercher, modéliser

Un homme à la démarche titubante tente de rentrer chez lui à pied en empruntant un pont sans garde-corps de quinze pas de long et quatre pas de large. Sa démarche est très particulière :

• soit il avance d'un pas en avant ;

• soit il se déplace d'un pas en diagonale vers la gauche (c'est-à-dire un pas vers la gauche et un pas vers l'avant) ;

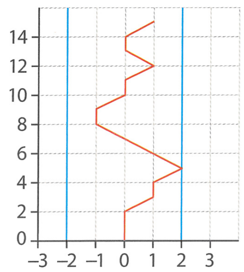
• soit il se déplace d'un pas en diagonale vers la droite (c'est-à-dire un pas vers la droite et un pas vers l'avant).

Ces trois déplacements sont aléatoires et équiprobables.

On suppose qu'au début de la traversée, l'individu se situe au milieu du pont (dans le sens de la largeur).

1. Écrire en Python une fonction titube permettant de représenter le trajet effectué par l'individu.

On obtient par exemple le graphique suivant (pour gagner en vitesse, il est préférable de construire les listes de points, avant de faire tracer le parcours).



2. a. Modifier la fonction précédente pour simuler N traversées du pont, où N est un entier naturel supérieur ou égal à 1, et renvoyer la fréquence des traversées réussies.

b. Conjecturer une valeur approchée de la probabilité qu'a l'individu d'arriver de l'autre côté du pont sain et sauf.

65 **Hérédité et risque génétique**

Représenter, raisonner

On considère une maladie génétique humaine due à la présence d'un gène spécifique noté M réparti dans la population indépendamment du sexe, et on suppose que seuls les porteurs de la combinaison homozygote MM développent la maladie. Les porteurs de la combinaison MX (où X désigne un allèle autre que M) sont des porteurs sains (c'est-à-dire qu'ils ne développent pas la maladie).

Par ailleurs, le père et la mère transmettent chacun un allèle à leur enfant de manière équiprobable. Par exemple, si le père et la mère sont porteurs de la combinaison MX, on peut résumer ainsi les possibilités de génotype pour l'enfant :

		Allèle transmis par le père	
		M	X
Allèle transmis par la mère	M	MM (malade)	MX (porteur sain)
	X	MX (porteur sain)	XX (non porteur)

1. Dans cette question, on suppose que la maladie est telle que les personnes porteuses de la combinaison homozygote ne peuvent pas avoir d'enfant. On appelle f la proportion de malades et s la proportion de porteurs sains.

a. Montrer à l'aide d'un arbre pondéré que f et s vérifient la relation $f = \frac{s^2}{4}$ et en déduire l'expression de s en fonction de f.

b. La mucoviscidose est une maladie correspondant approximativement à ce modèle. En France, environ 1 enfant sur 2 000 en est atteint. Quelle est la proportion des porteurs sains du gène responsable de cette maladie en France ?

2. On suppose à présent que les personnes malades peuvent avoir des enfants.

a. Montrer à l'aide d'un arbre pondéré que la probabilité qu'un enfant soit malade est égale à $f^2 + fs + \frac{s^2}{4}$.

b. Expliquer pourquoi on doit avoir $f^2 + fs + \frac{s^2}{4} = f$ et en déduire que $s = 2(\sqrt{f} - f)$.

c. L'hémochromatose génétique est une maladie correspondant à ce modèle. La fréquence de cette maladie est de $\frac{5}{1000}$.

Quelle est la proportion des porteurs sains du gène responsable de cette maladie en France ?

Source : statistix.fr (par le Groupe Recherche Formation « Statistique » de l'IREM de Strasbourg)

66 **Approfondissement**

À chaque lancer, un tireur de fléchettes a une probabilité de 0,1 de tirer dans le mille.

1. Il lance quatre fléchettes.

a. Représenter cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Déterminer la probabilité qu'il réussisse le premier tir et qu'il rate les trois suivants.

c. Calculer la probabilité qu'il réussisse exactement un tir.

d. Quelle est la probabilité qu'il rate au moins deux tirs ?

2. Il lance dix fléchettes.

Calculer la probabilité qu'il réussisse le premier tir et qu'il rate les neuf suivants.

67 **Approfondissement**

On a mélangé dans un sac 30 pièces équilibrées et 20 pièces truquées. La probabilité d'obtenir « Face » avec une pièce truquée est trois fois plus élevée que celle d'obtenir « Pile ».

On prend une pièce au hasard dans le sac et on la lance trois fois. Les lancers sont indépendants. Si on obtient trois fois « Face », on la retire du sac.

On note A l'évènement « On élimine une pièce équilibrée ou on garde une pièce truquée ».

Quelle est la probabilité de A ?

VERS
L'épreuve écrite

68 **Raisonner**

Une entreprise conditionne du sucre blanc provenant de deux exploitations U et V en paquets de 1 kg et de différentes qualités. Le sucre extra fin est conditionné séparément dans des paquets portant le label « extra fin ».

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

3 % du sucre provenant de l'exploitation U est extra fin et 5 % du sucre provenant de l'exploitation V est extra fin. On prélève au hasard un paquet de sucre dans la production de l'entreprise et, dans un souci de traçabilité, on s'intéresse à la provenance de ce paquet.

On considère les évènements suivants :

• U : « Le paquet contient du sucre provenant de l'exploitation U ».

• V : « Le paquet contient du sucre provenant de l'exploitation V ».

• E : « Le paquet porte le label "extra fin" ».

1. Dans cette question, on admet que l'entreprise fabrique 30 % de ses paquets avec du sucre provenant de l'exploitation U et les autres avec du sucre provenant de l'exploitation V, sans mélanger les sucres des deux exploitations.

a. Quelle est la probabilité que le paquet prélevé porte le label « extra fin » ?

b. Sachant qu'un paquet porte le label « extra fin », quelle est la probabilité que le sucre qu'il contient provienne de l'exploitation U ?

2. L'entreprise souhaite modifier son approvisionnement auprès des deux exploitations afin que, parmi les paquets portant le label « extra fin », 30 % d'entre eux contiennent du sucre provenant de l'exploitation U. Comment doit-elle s'approvisionner auprès des exploitations U et V ?

Toute trace de recherche sera valorisée dans cette question.

D'après Bac Pondichéry 2018

69 Une entreprise est composée de trois services A, B et C d'effectifs respectifs 450, 230 et 320 employés. Une enquête sur le temps de trajet quotidien entre le domicile des employés et l'entreprise a montré que 40 % des employés du service A, 20 % de ceux du service B et 80 % de ceux du service C résident à moins de 30 minutes de l'entreprise.

On choisit au hasard un employé de cette entreprise et on considère les évènements suivants :

A : « L'employé fait partie du service A ».

B : « L'employé fait partie du service B ».

C : « L'employé fait partie du service C ».

T : « L'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ».

1. a. Justifier que $P(\text{A}) = 0{,}45$.

b. Donner $P_{\text{A}}(\text{T})$.

c. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré en indiquant les probabilités associées à chaque branche.

2. Déterminer la probabilité que l'employé choisi soit du service A et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail.

3. Montrer que $P(\text{T}) = 0{,}482$.

4. Sachant qu'un employé de l'entreprise réside à plus de 30 minutes de son lieu de travail, déterminer la probabilité qu'il fasse partie du service C.

D'après Bac Polynésie 2018

70 **Vaccin contre la grippe**

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville. La vaccination contre la grippe est possible ; elle doit être renouvelée chaque année.

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné. Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

• 40 % de la population est vaccinée ;

• 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;

• 20 % de la population a contracté la grippe.

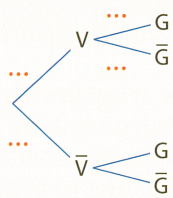
On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les évènements :

V : « La personne est vaccinée contre la grippe ».

G : « La personne a contracté la grippe ».

1. a. Donner la probabilité de l'évènement G.

b. Reproduire l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés indiqués sur quatre de ses branches.



2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

D'après Bac Métropole 2018

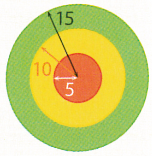
71 Les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.
Une chocolaterie fabrique des tablettes de chocolat noir, de 100 grammes, dont la teneur en cacao annoncée est de 85 %. À l'issue de la fabrication, la chocolaterie considère que certaines tablettes ne sont pas commercialisables : tablettes cassées, mal emballées, mal calibrées, etc.
La chocolaterie dispose de deux chaînes de fabrication :
• la chaîne A, lente, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est égale à 0,98.
• la chaîne B, rapide, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est 0,95.
À la fin d'une journée de fabrication, on prélève au hasard une tablette et on définit les évènements suivants :
A : « La tablette de chocolat provient de la chaîne de fabrication A ».
C : « La tablette de chocolat est commercialisable ».
On note x la probabilité qu'une tablette de chocolat provienne de la chaîne A.
1. Montrer que $P(\mathrm{C}) = 0{,}03x + 0{,}95$.
2. À l'issue de la production, on constate que 96 % des tablettes sont commercialisables et on retient cette valeur pour modéliser la probabilité qu'une tablette soit commercialisable. Justifier que la probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est deux fois égale à celle que la tablette provienne de la chaîne A.
3. Les événements A et C sont-ils indépendants ?
4. Une tablette n'est pas commercialisable : quelle est la probabilité qu'elle provienne de la chaîne A ?

D'après Bac Pondichéry 2017

72 **Communiquer, raisonner**
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.
1. Pour se rendre à son examen, une personne a le choix entre quatre itinéraires : A, B, C et D. La probabilité de choisir A est $\frac{1}{3}$, celle de choisir B est $\frac{1}{4}$ et celle de choisir C est $\frac{1}{4}$.
La probabilité d'arriver en retard avec A est $\frac{1}{20}$, celle d'arriver en retardss avec B est $\frac{1}{10}$ et celle d'arriver en retard avec C est $\frac{1}{5}$. En empruntant D, la personne est certaine d'arriver à l'heure.
Affirmation : La probabilité que la personne arrive à l'heure est inférieure à $\frac{11}{12}$.
2. Une boîte contient quinze chaussettes vertes et cinq chaussettes bleues. Une personne tire successivement et sans remise deux chaussettes.
Affirmation : La probabilité qu'elle obtienne deux chaussettes de la même couleur, arrondie à 10^{-3}, est égale à 0,605.

D'après concours d'entrée Science Po

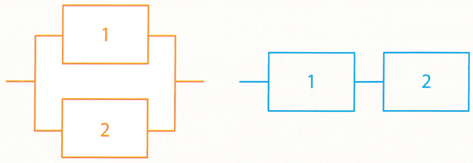
73 **Modéliser**
Albert observe un entraînement au tir à la carabine sur une cible. La cible est constituée de trois disques concentriques de rayons respectifs 5 cm, 10 cm et 15 cm, comme schématisé ci-contre.



Un débutant touche la cible une fois sur deux. Lorsqu'il atteint la cible, la probabilité qu'il atteigne une zone donnée est proportionnelle à l'aire de cette zone.
1. Un tireur débutant touche la cible.
Quelle probabilité a-t-il d'atteindre la couronne extérieure (partie verte) ?
2. Un tireur débutant va appuyer sur la détente. Quelle probabilité a-t-il de toucher la cible et d'atteindre son cœur (partie rouge) ?

D'après CRPE

74 Un circuit électronique est constitué de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'évènement « Le composant 1 est défaillant avant un an » et D_2 l'évènement « Le composant 2 est défaillant avant un an ». On suppose que les deux évènements D_1 et D_2 sont indépendants et que $P(\mathrm{D}_1) = P(\mathrm{D}_2) = 0{,}39$.
Deux montages possibles sont envisagés et présentés ci-dessous.



Circuit en parallèle A — Circuit en série B

1. Lorsque les deux composants sont montés « en parallèle », le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps.
Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
2. Lorsque les deux composants sont montés « en série », le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant.
Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

D'après Bac Antilles Guyane 2015

75 P étant une loi de probabilité sur un univers Ω, on donne deux évènements A et B tels que $P(\mathrm{A}) = \frac{1}{5}$, $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{1}{3}$ et $P(\bar{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}) = \frac{2}{3}$. Justifier si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

a. $P_{\bar{\mathrm{A}}}(\mathrm{B}) = \frac{5}{6}$

b. $P(\mathrm{A} \cap \bar{\mathrm{B}}) = \frac{1}{3}$

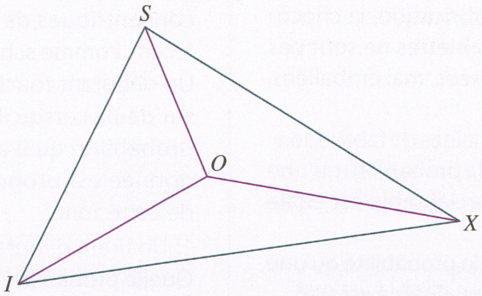
c. $P(\mathrm{B}) = \frac{11}{15}$

d. $P_{\bar{\mathrm{B}}}(\mathrm{A}) = \frac{2}{15}$

D'après concours FESIC

76 Déplacement de robots

Des robots se trouvent au centre de gravité O d'un triangle de sommets S, I et X.



Chacun se déplace de la manière suivante :

- à chaque étape, il passe par l'un des trois sommets S, I et X puis il rejoint le point O ;
- les robots sont programmés de telle sorte que, lors d'une étape, la probabilité de passer par le sommet S est égale à celle de passer par le sommet X, et la probabilité de passer par le sommet S est le double de celle de passer par le sommet I ;
- les différentes étapes sont indépendantes les unes des autres ;
- on ne tient pas compte des passages par O.

Questions Va piano

Un seul robot se trouve au point O.
On note P(S), P(I) et P(X) les probabilités respectives de passer par les sommets S, I et X.

1. Démontrer qu'à chaque étape, la probabilité que le robot passe par le sommet I est égale à $\frac{1}{5}$.
En déduire les valeurs de P(S) et P(X).

2. Le robot effectue deux déplacements successifs.
On note E l'évènement « Le robot passe deux fois au sommet I ».
a. Représenter la situation par un arbre pondéré.
b. Calculer P(E).
c. Calculer la probabilité que le robot ne passe pas deux fois par le même sommet.

Questions Moderato

ALGO PYTHON

1. On suppose qu'un seul robot se trouve au point O et qu'il effectue deux déplacements.
L'algorithme ci-dessous, écrit en langage naturel, simule un déplacement du robot.

$a \leftarrow$ nombre réel aléatoire entre 0 et 5
Si $a < 1$ alors
    Pos $\leftarrow I$
Sinon
    Si ... alors
        Pos $\leftarrow S$
    Sinon
        Pos $\leftarrow$ ...

a. Justifier les deux premières lignes de cet algorithme.
b. Recopier et compléter l'algorithme.

2. Écrire un algorithme permettant de simuler deux déplacements successifs du robot et renvoyant le parcours effectué par le robot sous la forme d'un couple constitué des lettres S, I et X.

Questions Allegro

Approfondissement ALGO PYTHON

Chaque robot effectue trois déplacements successifs.

1. Déterminer la probabilité qu'un robot ne passe pas par les sommets S, I et X dans cet ordre.

2. Des robots se trouvent au point O, leurs déplacements étant indépendants les uns des autres.
a. Écrire en Python une fonction `robot` permettant de simuler le déplacement d'un robot et renvoyant une liste avec le trajet effectué.
b. Écrire une fonction `Simul_n_robots` prenant en argument un nombre n de robots, simulant leur déplacement, et renvoyant la fréquence du nombre de robots ayant réalisé le parcours S, I, X dans cet ordre.
c. Conjecturer à l'aide du programme précédent le nombre de robots nécessaires pour qu'au moins 3 % des robots aient effectué le parcours S, I, X dans cet ordre.

No problem!

1 Keep your coins

Two fair coins are tossed simultaneously. Let us consider the probability to obtain one head and one tail. Prove that this probability is not one third.

1. Draw a table with all the possible outcomes and their probabilities.

2. Prove that the two events "at least one head" and "at least one tail" are not independent.

2 Managing

The manager of a sports store has received a supply of running shoes. 5 % of the boxes have been damaged because of the rain during the trip.

The manager thinks that:

- 60% of the damaged boxes contain at least one damaged shoe.
- 98% of the undamaged boxes do not contain any damaged shoe.

A runner buys one pair of shoes. We denote E the event "The box is damaged" and A the event "The box contains at least one damaged shoe".

1. Find the following probabilities $P(\mathrm{E})$, $P(\overline{\mathrm{E}})$, $P_{\mathrm{E}}(\mathrm{A})$ and $P_{\overline{\mathrm{E}}}(\overline{\mathrm{A}})$.

2. Prove that $P_{\mathrm{E}}(\overline{\mathrm{A}}) = 0.4$ and work out $P_{\overline{\mathrm{E}}}(\mathrm{A})$.

3. Represent this information on a tree-diagram.

4. Find $P(\mathrm{A})$.

5. The customer realizes that one of the shoes he has bought is damaged.
Prove that the probability that the shoe comes from a damaged box is greater than 60%.

3 Cookies

If Paul eats a cookie one day, the probability that he will eat one cookie the next day is 0.3.

If he doesn't eat any cookies for one day, the probability that he won't eat any the next day is 0.1.

1. He eats one cookie on Monday. What is the probability that he will eat one cookie on Thursday?

2. Find the probability that he has eaten more than two cookies in four days?

3. Are the events "He eats one cookie on Thursday" and "He eats more than two cookies in four days" independent?

Teamwork Creation

Work in groups of three students.

You have to create an exercise using at least three points from the list below.

Give your exercise to another group and try to solve their exercise.

- Two fair six-sided dice.
- A jar contains red, black and white balls.
- We play with counters numbered 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8.
- We repeat the experiment twice.
- We look at the sum of all the results.
- Probability law.
- Tree diagram.
- Grid with all the outcomes.
- Independent.
- Equally likely.
- Even number.
- Multiple of 3.
- Smaller than 3.