Terminale

CHAPITRE 5

THÈME 2 / Statistiques et probabilités

# Séries statistiques à deux variables quantitatives

Avant de démarrer !

Je fais le point sur ce que j'ai déjà vu : liennathan.fr/tsplmm

## Entretenir ses automatismes

### Proportion et pourcentage

**1.** Exprimer la proportion 3,5 % sous forme décimale.

**2.** Que valait 120 avant d'avoir augmenté de 20 % ?

**3.** Quelle évolution a subi une valeur qui est passée de 20 à 36 ?

**4.** On donne le tableau suivant :

| Valeur | 20 | 32 |
|---|---|---|
| Indice | 100 | |

Calculer l'indice manquant.

**5.** Quelle est l'évolution subie par une valeur qui a augmenté de 100 % puis de 150 % ?

**6.** Le taux d'évolution nécessaire à compenser une baisse de 20 % est : **a.** +20 % **b.** +25 % **c.** +10 %

### Calculs numériques et algébriques

**7.** Calculer sous forme de fraction irréductible $6 - \frac{4}{3} \times 2$.

**8.** Estimer l'ordre de grandeur de $719 \times 0{,}0189$.

**9.** Convertir 20 kg en tonnes.

**10.** Résoudre $2x^2 - 72 = 0$.

**11.** Construire le tableau de signes de $(2x + 6)(x - 3)$ sur $\mathbb{R}$.

**12.** On donne $\alpha = \frac{x_1 + x_2}{2}$. Exprimer $x_1$ en fonction de et $x_2$.

**13.** L'aire d'un disque est donnée par la formule $A = \pi r^2$ où $r$ est son rayon.
Que vaut l'aire exacte d'un disque de 6 cm de rayon ?

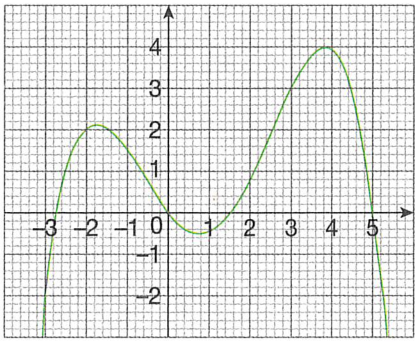
**14.** Factoriser $E = 3t^2 - 2t$.

**15.** Dériver $f(x) = -7x^3 + 3x - 5$.

**16.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2}{4} - 7x + 2$.
Soit $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de $f$.
Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.

### Fonctions et représentations

**17.** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.
**a.** Quelle est l'image de $-2$ par $f$ ?
**b.** Donner le nombre d'antécédents de 0 par $f$ ?
**c.** Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-3 ; 5]$.



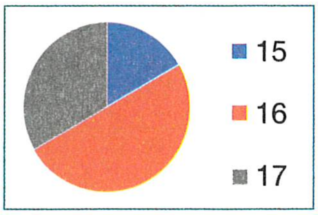

**18.** Construire le tableau de signes de $7(x + 8)(x + 4)$.

**19.** Déterminer les points de la courbe d'équation $y = \frac{x+1}{x^2+4}$ qui appartiennent à l'axe des abscisses.

**20.** On considère les points A(2 ; 3) et B(2 ; 6).
Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).

### Représentations graphiques de données chiffrées

**21.** La répartition des élèves selon leur âge est donnée par le diagramme circulaire ci-contre :




Sachant qu'il y a 15 élèves de 16 ans, présenter cette série sous forme d'un tableau d'effectifs.

# 1 Représenter un nuage de points et son point moyen

• Pour représenter un nuage de points, on place les points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal, en prenant soin de bien respecter les unités éventuellement données par l'énoncé et de préciser la légende sur chaque axe.

• Le point moyen G a pour coordonnées $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$ avec :

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \text{ et } \overline{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}$$

• On place ensuite le point G dans le repère précédent en utilisant une couleur différente afin de le distinguer des autres points.

## Exercice résolu A

Le tableau suivant donne l'évolution du prix du timbre au tarif lettre verte de 2010 à 2022 :

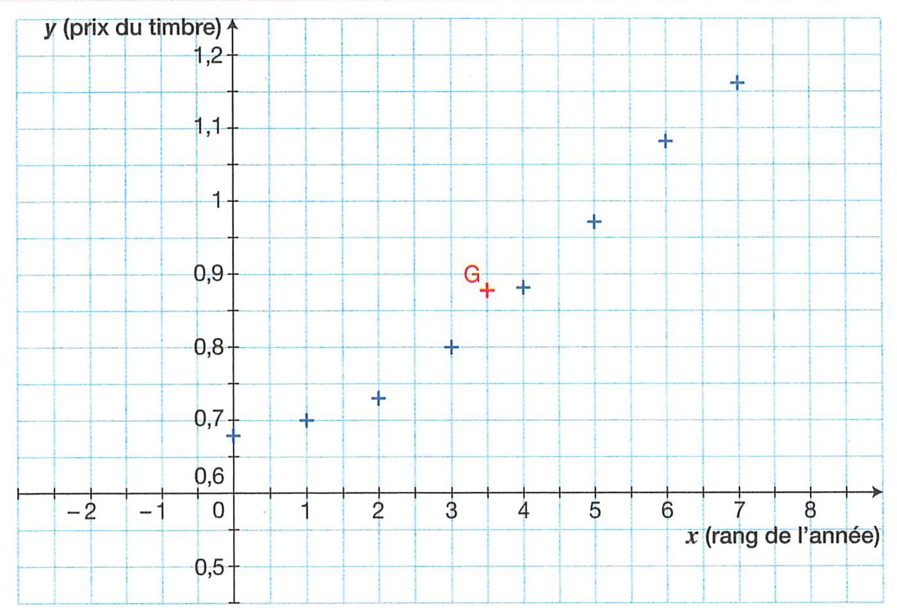
| Année | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Prix du timbre $y_i$ | 0,68 | 0,70 | 0,73 | 0,80 | 0,88 | 0,97 | 1,08 | 1,16 |

1 Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité en commençant à 0.
- axe des ordonnées : 1 cm pour 0,1 unité en commençant à 0,6.

2 Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent.

**SOLUTION**

**1.**




**2.** Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$ avec :

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{0+1+2+3+4+5+6+7}{8} = \frac{28}{8} = 3{,}5$$

$$\overline{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n} = \frac{0{,}68+0{,}70+0{,}73+0{,}80+0{,}88+0{,}97+1{,}08+1{,}16}{8} = \frac{7}{8} = 0{,}875$$

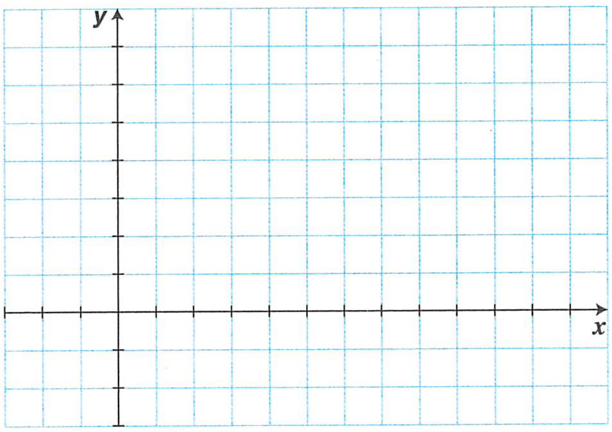
Donc les coordonnées de G sont (3,5 ; 0,875).

## Exercices d'application directe

**1** On considère la série statistique double $(x_i\,;y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 12,6 | 14,6 | 14,8 | 16,5 | 17 | 17,3 | 18,1 |

**a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité en commençant à 1.
- axe des ordonnées : 1 cm pour 1 unité en commençant à 12.




**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère. *On arrondira à 0,1 près.*

Les coordonnées de G sont $(\bar{x}\,;\bar{y})$ avec :

$\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ = ..............................

= ..............................

= ..............................

$\bar{y} = \dfrac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}$ = ..............................

= ..............................

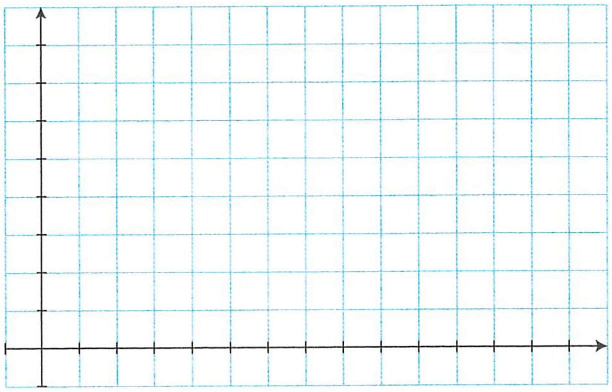
= ..............................

Donc les coordonnées de G sont ..............................

**2** On considère la série statistique double $(x_i\,;y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 5 | 8 | 12 | 13 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 35 | 50 | 52,5 | 60 | 67,5 | 75 |

**a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 0,5 cm pour 1 unité en commençant à 5.
- axe des ordonnées : 0,5 cm pour 5 unités en commençant à 35.



**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère. *On arrondira à 0,1 près.*

Les coordonnées de G sont : ..............................

..............................

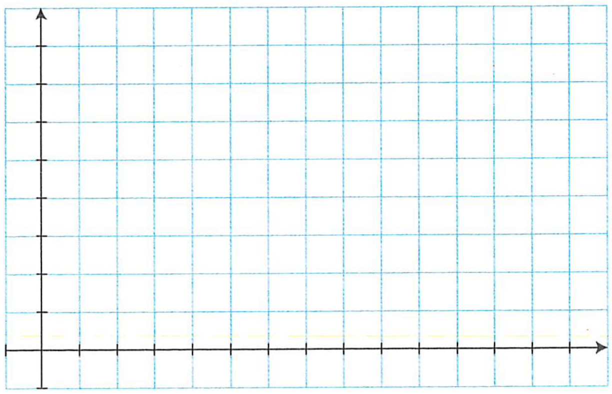
..............................

Donc les coordonnées de G sont ..............................

**3** On considère la série statistique double $(x_i\,;y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 1,7 | 1,8 | 1,95 | 2,1 | 2,15 | 2,25 | 2,3 | 2,35 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 16,6 | 16,1 | 16 | 16 | 15,7 | 15,2 | 15 | 14,8 |

**a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 1 cm pour 0,1 unité en commençant à 1,7.
- axe des ordonnées : 0,5 cm pour 0,2 unité en commençant à 15.



**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère. *On arrondira à 0,1 près.*

Les coordonnées de G sont : ..............................

..............................

..............................

..............................

Donc les coordonnées de G sont ..............................

## 2 Déterminer et utiliser un ajustement affine

**1.** Pour obtenir l'équation (réduite) de la droite de régression de $y$ en $x$ ou droite des moindres carrés, on utilise la calculatrice avec le protocole suivant :

| Calculatrice NumWorks | Calculatrice TI | Calculatrice Casio |
|---|---|---|
| • Menu Régressions<br>• Menu Données<br>• Saisir les données dans les colonnes X1 et Y1<br>• Menu Graphique<br>• Menu Régression<br>• Menu Linéaire<br>L'équation (réduite) de la droite des moindres carrés s'affiche alors dans le menu Régression. | • Menu stats<br>• Menu EDIT puis 1 : Edite<br>• Saisir les données dans les colonnes L1 et L2<br>• Menu stats<br>• Menu CALC puis 4 : RégLin(ax+b) (ou LinReg(ax+b))<br>• Taper L1,L2<br>• Entrer | • Menu STAT<br>• Saisir les données dans List 1 et List 2.<br>• Instruction Reg (touche F2)<br>• Instruction x (touche F1)<br>• Instruction ax+b (touche F2) |

**2.** Pour faire une estimation de $y$ à partir d'une valeur de $x$ à l'aide de la droite des moindres carrés, on remplace $x$ par la valeur considérée dans l'équation de la droite des moindres carrés et on obtient l'estimation de $y$.

**3.** Inversement, pour faire une estimation de $x$ à partir d'une valeur de $y$ à l'aide de la droite des moindres carrés, on remplace $y$ par la valeur considérée dans l'équation de la droite des moindres carrés et on obtient l'estimation de $x$ en résolvant l'équation correspondante.

**4.** Pour tracer la droite des moindres carrés, on place deux points de cette droite obtenus en choisissant deux valeurs de $x$ (pas trop proches) et en calculant les valeurs de $y$ correspondantes.

**Remarque :** on peut aussi utiliser le fait que la droite des moindres carrés passe par le point moyen G.

## Exercice résolu B

On reprend le tableau donnant l'évolution du prix du timbre au tarif lettre verte de 2010 à 2022 :

| Année | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Prix du timbre $y_i$ en € | 0,68 | 0,70 | 0,73 | 0,80 | 0,88 | 0,97 | 1,08 | 1,16 |

**1** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *On arrondira à 0,01 près.*

**2** Tracer cette droite sur le même graphique que le nuage de points.

**3** Faire une estimation du prix du timbre en 2030.

**4** À partir de quelle année peut-on estimer que le prix du timbre va dépasser 1,50 € ?

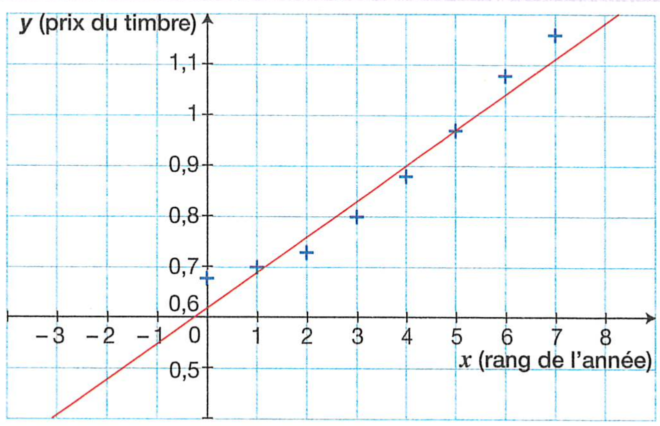
**SOLUTION**

**1.** À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite des moindres carrés est $y = 0{,}07x + 0{,}62$.

**2.** On choisit (par exemple) 0 et 5 pour valeurs de $x$ et on dresse le tableau de valeurs suivants pour la droite des moindres carrés :

| $x$ | 0 | 5 |
|---|---|---|
| $y$ | 0,62 | 0,97 |

On trace alors la droite des moindres carrés passant par les points de coordonnées (0 ; 0,62) et (5 ; 0,97) dans le repère ci-contre :



**3.** En 2030, $x = 15$.
Donc $y = 0{,}07 \times 15 + 0{,}62 = 1{,}67$
Donc on estime le prix du timbre en 2030 à 1,67 €.

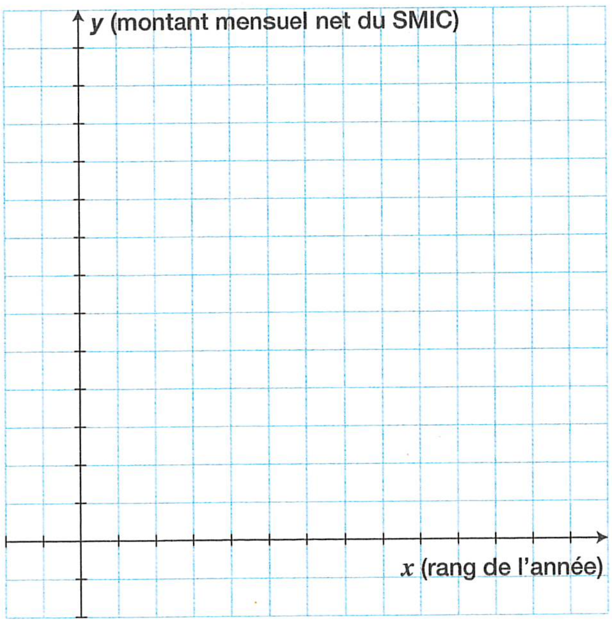
**4.** On résout :
$y \geqslant 1{,}5 \Leftrightarrow 0{,}07x + 0{,}62 \geqslant 1{,}5 \Leftrightarrow 0{,}07x \geqslant 1{,}5 - 0{,}62 \Leftrightarrow 0{,}07x \geqslant 0{,}88 \Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{0{,}88}{0{,}07}$
Or $\dfrac{0{,}88}{0{,}07} \approx 12{,}6$.
Donc on estime que c'est à partir de $x = 13$, c'est-à-dire de l'année 2028, que le prix du timbre dépassera 1,50 €.

## Exercices d'application directe

| Année | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Montant mensuel net du SMIC $y_i$ en € | 1120 | 1129 | 1136 | 1144 | 1153 | 1173 | 1204 | 1219 | 1230 | 1266 |

**4** Le tableau donnant l'évolution du montant mensuel net du SMIC en euros, pour 345 heures de travail hebdomadaire de 2013 à 2022 (au 1er janvier de chaque année).

**a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité en commençant à 0.
- axe des ordonnées : 0,5 cm pour 10 unités en commençant à 1120.




**b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *On arrondira à 0,01 près.*

..........

..........

..........

..........

**c.** Tracer cette droite sur le même graphique que le nuage de points.

On choisit ........ et ........ pour valeurs de $x$ et on dresse le tableau de valeurs suivant pour la droite des moindres carrés :

| $x$ | .......... | .......... |
|---|---|---|
| $y$ | .......... | .......... |

On trace alors la droite des moindres carrés passant par les points de coordonnées ..........

et .......... .

**d.** Faire une estimation du montant mensuel net du SMIC en 2035.

En 2035, $x =$ ..........

Donc $y =$ ..........

Donc on estime le prix du timbre en 2030 à .......... €.

**e.** À partir de quelle année peut-on estimer que le prix du timbre va dépasser 1400 € ?

On résout :

$y \geqslant 1400 \Leftrightarrow$ ..........

..........

..........

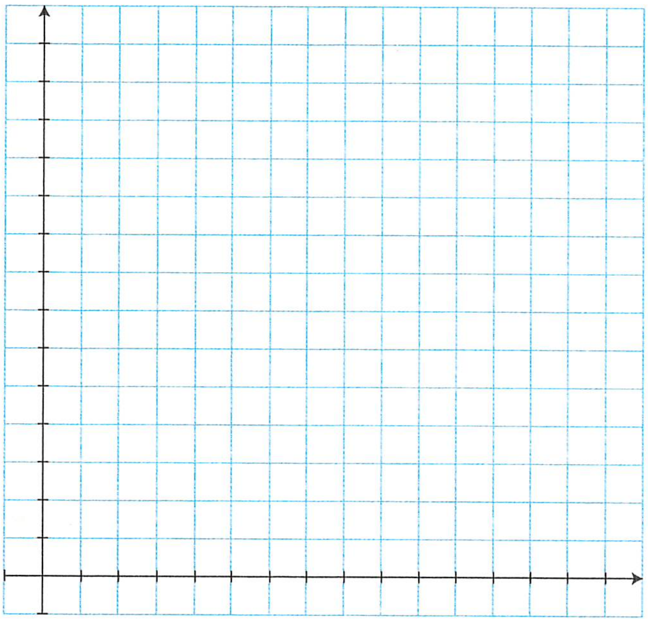
..........

Donc on estime que c'est à partir de $x =$ .........., c'est-à-dire de l'année .........., que le montant mensuel net du SMIC dépassera 1400 €.

**5** On considère la série statistique double $(x_i\,;\,y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 27 | 26,5 | 25 | 24,5 | 22 | 20,5 |

**a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité en commençant à 3.
- axe des ordonnées : 1 cm pour 1 unité en commençant à 20.



**b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *On arrondira à 0,1 près.*

..............................................................................................................

**c.** Tracer cette droite sur le même graphique que le nuage de points.
On choisit .................. et .................. pour valeurs de $x$ et on dresse le tableau de valeurs suivants pour la droite des moindres carrés :

| $x$ | ............ | ............ |
|---|---|---|
| $y$ | ............ | ............ |

On trace alors la droite des moindres carrés passant par

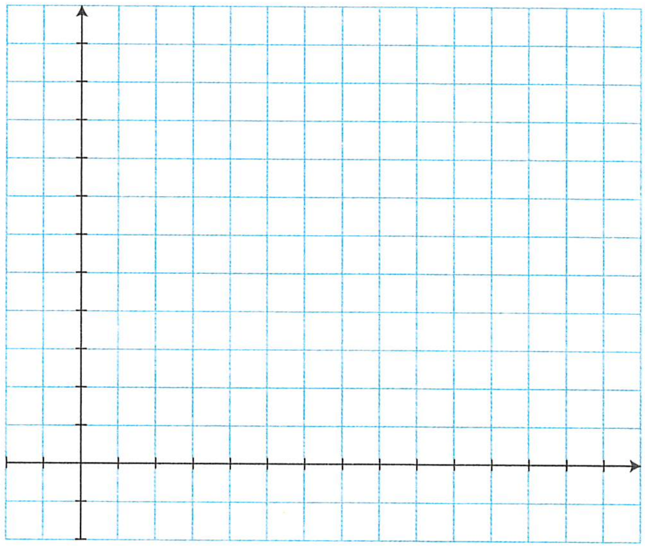
les points de coordonnées ..............................................

et .............................................................................................. .

**6** Le tableau suivant donne l'évolution mensuelle du chiffre d'affaires (CA) en milliers d'euros d'une petite entreprise.

| Mois $x_i$ | 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| CA $y_i$ en k€ | 358 | 363 | 381 | 392 | 401 | 404 |

**a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal en prenant les unités graphiques suivantes :
- axe des abscisses : 0,5 cm pour 1 unité en commençant à 0.
- axe des ordonnées : 1 cm pour 10 unités en commençant à 360.



**b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$.
*On arrondira à 0,1 près.*

..............................................................................................................

**c.** Tracer cette droite sur le même graphique que le nuage de points.

On choisit .................. et .................. pour valeurs de $x$ et on dresse le tableau de valeurs suivant pour la droite des moindres carrés :

| $x$ | ............ | ............ |
|---|---|---|
| $y$ | ............ | ............ |

On trace alors la droite des moindres carrés passant par

les points de coordonnées ..............................................

et .............................................................................................. .

**d.** Faire une estimation du CA au mois 15.

Au mois 15, $x =$ ..................

Donc $y =$ ..............................................................................

Donc on estime le CA au mois 15 à .................. €.

**e.** À partir de quel mois peut-on estimer que le CA va dépasser 500 000 € ?

On résout :

$y \geqslant 600 \Leftrightarrow$ ..............................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

..............................................................................................................

Donc on estime que c'est à partir de $x =$ .............................. ,

c'est-à-dire au mois .............................................................. ,

que le montant du CA dépassera 500 000 €.

**7** Un commercial du secteur automobile récapitule le nombre de ses ventes annuelles de voiture de 2016 à 2020 dans le tableau suivant :

| Année $x_i$ | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de ventes $y_i$ | 54 | 67 | 85 | 99 | 110 |

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *On arrondira à 0,1 près.*

b. Faire une estimation du nombre de ventes annuelles en 2030.

c. À partir de quelle année peut-on estimer que le nombre de ventes va dépasser 150 ?

**8** L'évolution du classement ATP d'un tennisman est donnée par le tableau suivant :

| Année | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Classement $y_i$ | 382 | 327 | 278 | 234 | 199 | 146 | 102 |

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *On arrondira à 0,01 près.*

b. Faire une estimation du classement du tennisman en 2023.

c. Faire une estimation du classement du tennisman en 2025. Que peut-on dire de la pertinence des estimations à partir de 2025 ?

**9** Un fournisseur d'accès à internet décide d'étudier l'évolution depuis 7 ans du nombre de ses abonnés en milieu urbain. Il a relevé dans le tableau ci-dessous le nombre de ses abonnés sur cette période.

| Année | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Nombre d'abonnés en millions : $y_i$ | 0,7 | 2,9 | 6 | 8,4 | 12,1 | 15 | 18 |

a. Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *Arrondir à 0,1 près.*

b. On suppose que le nombre d'abonnés évolue en suivant cet ajustement.
Déterminer une estimation du nombre d'abonnés en 2021.

c. Déterminer par un calcul à partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera 32 millions.

**10** Un commercial de la société Logical, société spécialisée dans la micro-informatique pour les PMI, fait le bilan mensuel du montant de ses ventes sur les 7 premiers mois de l'année. Il classe ses données dans le tableau suivant, le montant des ventes étant donné en milliers d'euros.

| Rang du mois : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Montant des ventes : $y_i$ | 60 | 65 | 72 | 73 | 81 | 84 | 91 |

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. *On arrondira au dixième près.*

b. Faire une estimation du nombre de ventes en décembre de la même année.

c. Déterminer à partir de quel mois on peut estimer que le montant des ventes va dépasser 120 000 euros.

## 3 Faire un changement de variable dans un nuage de points

Lorsque l'ajustement affine n'est pas judicieux, on effectue un changement de variable (donné par l'énoncé) en remplaçant la variable $y$ par une nouvelle variable $z$ afin de se ramener à un ajustement affine.

On considère alors la série statistique à deux variables $(x\ ;\ z)$ qu'on représente à l'aide d'un tableau usuel.

### Exercice résolu C

Le tableau suivant donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en France de 2008 à 2018.
On désigne par $x$ le rang de l'année et par $y$ le pourcentage de logiciels piratés.

| Année | 2008 | 2010 | 2012 | 2014 | 2016 | 2018 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| Pourcentage de logiciels piratés $y_i$ | 85 | 73 | 57 | 47 | 43 | 35 |
| $z_i = \log(y_i)$ | | | | | | |

**1** Compléter le tableau. *On arrondira à $10^{-2}$ près.*

**2** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $z$ en fonction de $x$. *On arrondira à $10^{-2}$ près.*

**3** Faire une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2024.

**4** À partir de quelle année peut-on estimer que le pourcentage de logiciels piratés va devenir inférieur ou égal à 10 %?

**SOLUTION**

**1.**

| $z_i = \log(y_i)$ | 1,93 | 1,86 | 1,76 | 1,67 | 1,63 | 1,54 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**2.** À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite des moindres carrés est :
$z = -0{,}04x + 1{,}93$.

**3.** En 2024, $x = 16$
Donc $z = -0{,}04 \times 16 + 1{,}93 = 1{,}29$
Or $z = \log(y)$
Donc $y = 10^z = 10^{1{,}29} \approx 19$.
Donc on estime le pourcentage de logiciels piratés en 2024 à 19 %.

**4.** On résout :
$y \leqslant 10 \Leftrightarrow \log(y) \leqslant \log(10)$ car log est croissante sur $]0\ ;+\infty[$
$\Leftrightarrow z \leqslant \log(10)$
$\Leftrightarrow -0{,}04x + 1{,}93 \leqslant \log(10)$
$\Leftrightarrow -0{,}04x \leqslant 1 - 1{,}93$ car $\log(10) = 1$
$\Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{-0{,}93}{-0{,}04} = 23{,}25$
Donc on estime que c'est à partir de l'année 24, c'est-à-dire de 2032, que le pourcentage de logiciels piratés deviendra inférieur ou égal à 10 %.

## Exercices d'application directe

**11** Dans une région de 1000 km², la superficie des terrains urbanisés entre 1990 et 2018 est donnée par le tableau ci-dessous.

| Année | 1990 | 1994 | 1998 | 2002 | 2006 | 2010 | 2014 | 2018 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 20 | 24 | 28 |
| Superficie en km² $y_i$ | 80 | 94 | 110 | 129 | 152 | 178 | 205 | 236 |
| $z_i = \log(y_i)$ | ........ | ........ | ........ | ........ | ........ | ........ | ........ | ........ |

**a.** Compléter le tableau. *On arrondira à $10^{-2}$ près.*

**b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $z$ en fonction de $x$. *On arrondira à $10^{-2}$ près.*

..............................................................................................

**c.** Faire une estimation de la superficie des terrains urbanisés en 2022.

En 2022, $x$ = ....................

Donc $z$ = ..............................................................................

Or $z = \log(y)$

Donc $y$ = ..............................................................................

Donc on estime la superficie des terrains urbanisés en 2022

à .................... km².

**d.** À partir de quelle année peut-on estimer que la superficie des terrains urbanisés va devenir supérieure ou égale à 400 km² ?
On résout :

$y \geqslant 400 \Leftrightarrow \log(y) \geqslant \log(400)$ car ..............................................

$\Leftrightarrow$ ..............................................................................

$\Leftrightarrow$ ..............................................................................

$\Leftrightarrow$ ..............................................................................

$\Leftrightarrow$ ..............................................................................

Donc on estime que c'est à partir de l'année ...................,

c'est-à-dire de ...................., que la superficie des terrains urbanisés deviendra supérieure ou égale à 400 km².

**12** Le tableau suivant donne l'évolution de la température en degrés en fonction des jours dans une station de ski.

| Rang du jour $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Température $y_i$ | 18 | 8 | 5 | 2 | 1 |
| $z_i = \dfrac{1}{y_i}$ | ........ | ........ | ........ | ........ | ........ |

**a.** Compléter le tableau. *On arrondira à $10^{-2}$ près.*

**b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $z$ en fonction de $x$. *On arrondira à $10^{-3}$ près.*

..............................................................................................

**c.** Faire une estimation de la température au jour 10.

Au jour 10, $x$ = ....................

Donc $z$ = ..............................................................................

Or $z = \dfrac{1}{y}$

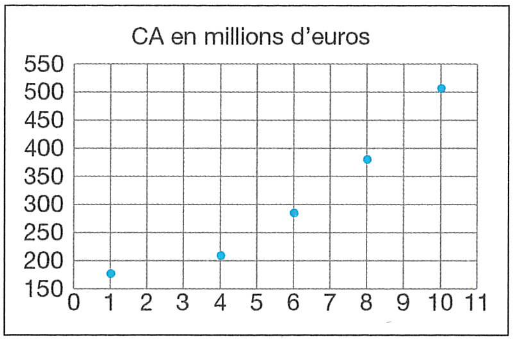
Donc $y$ = ..............................................................................

Donc on estime la température au jour 10 à ................ °C.

**13** Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires (CA) en millions d'euros, sur une période allant de 2011 à 2020 :

| Année | 2011 | 2014 | 2016 | 2018 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $(x_i)$ | 1 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| CA en millions d'euros $(y_i)$ | 176 | 209 | 284 | 380 | 508 |

**a.** Le nuage de points $(x_i\,;y_i)$ pour $i$ variant de 1 à 5 est représenté dans le repère orthogonal ci-dessous.




Un ajustement affine semble-t-il adapté ? Quel autre ajustement peut-on utiliser ?

..............................................................................................

**b.** On pose $z_i = \log(y_i)$.
Calculer, en arrondissant a $10^{-2}$ près, pour $i$ variant de 1 à 5, les valeurs de $z$ associées aux rangs $x_i$ du tableau.

..............................................................................................

..............................................................................................

**c.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de $z$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés. Arrondir a 0,01 près.

..............................................................................................

**d.** À partir de quelle année peut-on estimer que le chiffre d'affaires va dépasser 600 millions d'euros ?

..............................................................................................

..............................................................................................

..............................................................................................

# Exercices d'approfondissement

**14** On considère la série statistique double $(x_i\,;\,y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 8,6 | 10,6 | 10,8 | 12,6 | 13 | 14,3 |

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 1 graduation pour 1 unité en commençant à 0 ;
– axe des ordonnées : 1 graduation pour 1 unité en commençant à 8.

**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G. Arrondir à 0,1 près.

**c.** Placer, sur le graphique précédent, le point G.

**15** On considère la série statistique double $(x_i\,;\,y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 48 | 53 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 10 | 50 | 112 | 155 | 376 | 684 | 1 287 |

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 1 graduation pour 10 unités en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 graduation pour 100 unités en commençant à 0.

**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G. Arrondir à 0,01 près.

**c.** Placer, sur le graphique précédent, le point G.

**16** On considère la série statistique double $(x_i\,;\,y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 0 | 3 | 6 | 10 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 9 | 6 | 4 | 2 | 1 | 0 |

Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. Arrondir au centième.

**17** On considère la série statistique double $(x_i\,;\,y_i)$ du tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 20 | 29 | 40 | 43 | 58 | 61 | 88 |

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 1 graduation pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 graduation pour 10 unités en commençant à 10.

**b.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. Arrondir à l'unité.

**c.** Tracer cette droite sur le graphique.

**18** Le tableau suivant donne l'évolution de la population de la ville A de 1980 à 2015 :

| Année | 1980 | 1985 | 1990 | 1995 | 2000 | 2005 | 2010 | 2015 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Population en milliers d'habitants : $y_i$ | 149 | 157,5 | 170 | 174 | 177 | 191 | 198,5 | 207 |

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 2 cm pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 5 unités en commençant à 140.

**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G.

**c.** Placer, sur le graphique précédent, le point G.

**d.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$.

**e.** Tracer cette droite sur le graphique.

**f.** En utilisant cet ajustement, quelle population peut-on prévoir pour l'année 2020 ?

**19** PYTHON Le tableau ci-dessous fournit les résultats de l'enquête de l'Insee pour les connexions à l'Internet mobile et présente la part des personnes de plus de 15 ans résidant en France (en pourcentage arrondi au dixième) qui se sont connectées sur une période fixe.

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Part en % : $y_i$ | 26,4 | 28,4 | 39,5 | 46,5 | 53,4 | 55,8 | 55,1 | 62,4 |

**a.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. Arrondir au dixième.

**b.** On considère le script ci-dessous de la fonction python nommée pourcentage :

```
def pourcentage(n) :
  y = 5,3 * n + 27,6
  return(y)
```

Que renvoie l'algorithme pour $n = 9$ ? Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**c.** On considère le script ci-dessous de la fonction python nommée annee :

```
def annee(P) :
  n = 0
  y = 27,6
  While y ≤ P
        n = n + 1
        y = 5,3 * n + 27,6
  return(n + 2010)
```

Que renvoie l'algorithme pour P = 83 ? Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

# Exercices d'approfondissement

## 20 Prévoir un bénéfice

Dans cet exercice, on arrondira les résultats à 0,1 près. Le tableau suivant donne le bénéfice, en milliers d'euros, obtenu chaque année par une entreprise pour les années 2015 à 2019.

| Année | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Bénéfice de l'entreprise : $y_i$ | 10 | 9 | 12 | 8 | 11 |
| Bénéfices cumulés croissants : $z_i$ | 10 | 19 | | | |

**a.** Compléter le tableau.

**b.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $z$ en fonction de $x$.

**c.** En utilisant cet ajustement, quel bénéfice cumulé croissant peut-on prévoir pour 2020 ?

**d.** En déduire le bénéfice que l'entreprise peut prévoir pour 2020.

## 21 Prévoir un nombre de ventes

Représenter – Calculer

Dans cet exercice, vous arrondirez vos résultats à l'unité. Dans un magasin, le nombre annuel de ventes d'un appareil électroménager, relevé pendant 6 années, est donné par le tableau suivant :

| Année | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Nombre d'appareils : $y_i$ | 623 | 712 | 785 | 860 | 964 | 1073 | 1125 |

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 2 cm pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 50 appareils en commençant à 600.

**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G.

**c.** Placer, sur le graphique précédent, le point G.

**d.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$.

**e.** Tracer cette droite sur le graphique.

**f.** En utilisant cet ajustement, quel nombre d'appareils peut-on prévoir vendre en 2021 ?

*D'après sujet Amérique du Nord, juin 2003.*

## 22 Ajustement affine et suite

Représenter – Calculer

Un fournisseur d'accès à Internet décide d'étudier l'évolution depuis 7 ans du nombre de ses abonnés en milieu urbain.

**Partie A : Un ajustement affine**

**1.** Il a relevé dans le tableau ci-dessous le nombre de ses abonnés sur cette période.

| Année | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Nombre d'abonnés en millions : $y_i$ | 0,7 | 2,9 | 6 | 8,4 | 12,1 | 15 | 18 |

**1.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 2 cm pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 2 millions d'abonnés en commençant à 0.

**2.** Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent. Arrondir les résultats à l'unité.

**3.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. Arrondir à 0,1 près.

**4.** Dans la suite de l'énoncé, on prendra comme ajustement la droite d'équation affine $y = 3x - 3$. Construire la droite (D) sur le graphique précédent.

**5.** On suppose que le nombre d'abonnés évolue en suivant cet ajustement. Déterminer une estimation du nombre d'abonnés en 2021 et vérifier la réponse par un tracé en pointillé sur le graphique précédent.

**Partie B : Avec des suites**

Après une étude, le distributeur constate que le nombre d'abonnés en milieu rural correspond à une suite géométrique dont le premier terme, correspondant à l'année 2013, est $u_1 = 170\,000$ et la raison est $q = 1{,}8$ (on désigne par un le nombre d'abonnés l'année de rang $n$).

**1. a.** Vérifier qu'en 2014, le nombre d'abonnés est $u_2 = 306\,000$.

**b.** Calculer $u_3$ et $u_4$. On arrondira à l'entier le plus proche, si nécessaire.

**c.** Exprimer $u_n$ en fonction de $n$.

*D'après sujet Métropole, juin 2006.*

## 23 Deux nuages de points simultanés

Représenter – Raisonner

Le tableau suivant donne l'espérance de vie à la naissance des femmes et des hommes pour les années 1998 à 2018 en France.

| Année : $x_i$ | 1998 | 2003 | 2008 | 2013 | 2018 |
|---|---|---|---|---|---|
| Espérance de vie des femmes : $y_i$ | 82,4 | 82,5 | 84,4 | 85,0 | 85,4 |
| Espérance de vie des hommes : $z_i$ | 74,8 | 75,2 | 77,6 | 78,8 | 79,5 |

**a.** Représenter dans un même repère orthogonal, les nuages de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ et $(x_i\,;\,z_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 1 cm pour 5 unités en commençant à 1998.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 1 unité en commençant à 74,5.

**b.** Donner à l'aide de la calculatrice, les équations des droites d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$ et de $z$ en fonction de $x$.

**c.** Tracer les deux droites sur le graphique.

**d.** Par lecture graphique, indiquer l'espérance de vie à la naissance des femmes quand celle des hommes sera de 81 ans. On fera apparaître les constructions utilisées.

*D'après sujet La Réunion, juin 2004.*

## 24 Comparaison de deux ajustements affines

Modéliser – Chercher

Dans une petite ville du sud de la France, deux fournisseurs d'accès au réseau Internet sont en concurrence. Pour étudier l'évolution du nombre d'abonnés à ces deux fournisseurs A et B, on a reporté dans le tableau suivant, à la fin de chaque année, le nombre total d'abonnés déclaré par chacun des deux fournisseurs.

| Année : $x_i$ | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nombre d'abonnés par le fournisseur A : $a_i$ | 681 | 731 | 771 | 804 | 840 | 868 |
| Nombre d'abonnés par le fournisseur B : $b_i$ | 844 | 849 | 860 | 892 | 901 | 919 |

**a.** Représenter dans un même repère orthogonal, les nuages de points de coordonnées $(x_i\,;\,a_i)$ et $(x_i\,;\,b_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 50 unités en commençant à 650.

**b.** Donner à l'aide de la calculatrice, les équations des droites d'ajustement affine obtenues par la méthode des moindres carrés de $a$ en fonction de $x$ et de b en fonction de $x$. Arrondir les résultats à l'unité.

**c.** Tracer les deux droites sur le graphique.

**d.** En admettant que les ajustements affines restent pertinents, calculer le nombre d'abonnés du fournisseur A en 2023.

**e.** En admettant que les ajustements affines restent pertinents, calculer pour quel rang, les nombres d'abonnés des deux fournisseurs seront égaux. Calculer l'année et le nombre d'abonnés correspondants.

*D'après sujet Nouvelle-Calédonie, novembre 2005.*

## 25 TABLEUR Taux d'évolution et ajustement affine

Calculer – Raisonner

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de bactéries, en culture, une boite de Pétri en fonction du nombre de jours. La plage des cellules C3:I3 est au format pourcentage arrondi au centième.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Nombre de jours : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | Nombre de bactéries par mL : $y_i$ | 1 570 | 1 590 | 1 700 | 1 840 | 2 010 | 2 200 | 2 300 | 2 360 |
| 3 | Taux d'évolution annuel | X | 1,27 % | | | | | | |

**Partie A**

**a.** Donner la formule qui, saisie dans la cellule C3, permet d'obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution annuels successifs de la ligne 3.

**b.** Calculer le taux d'évolution global du nombre de bactéries entre les jours 3 et 6.

**c.** Calculer le taux d'évolution moyen du nombre de bactéries entre les jours 3 et 6. Arrondir à $10^{-4}$ près.

**Partie B**

**a.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. Arrondir les résultats au dixième.

**b.** Dans la suite de l'énoncé, on prendra comme équation de la droite d'ajustement affine : $y = 128x + 1\,498$

**c.** Donner, à l'aide de cet ajustement, une estimation du nombre de bactéries du jour 9.

**d.** Grâce à ce modèle, estimer le jour à partir duquel le nombre de bactéries dépassera 2 850.

*D'après sujet Centres étrangers, STMG 2019.*

## 26 Ajustement exponentiel $z_i = \log(y_i)$

Modéliser – Raisonner

Le tableau suivant donne l'évolution de la production annuelle de caviars (en kg) dans une ferme aquacole du sud-ouest de la France entre 2012 et 2017 :

| Année | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Production annuelle de caviar (en kg) : $y_i$ | 650 | 760 | 1 190 | 1 620 | 2 600 | 4 050 |

**Partie A**

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 2 cm pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 500 kg en commençant à 500.

**b.** D'après l'allure du nuage, quel type d'ajustement peut-on envisager ?

**Partie B**

Dans cette partie, vous arrondirez vos résultats à $10^{-2}$ près.

**a.** On pose $z_i = \log(y_i)$.
Reproduire et compléter le tableau suivant :

| Année | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $z_i = \log(y_i)$ | | | | | | |

**b.** Calculer les coordonnées du point moyen G associé à ce nouveau nuage de points $(x_i\,;\,z_i)$.

**c.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $z$ en fonction de $x$.

**d.** En utilisant cet ajustement, quelle production peut-on prévoir en 2020 ?

*D'après sujet Liban, juin 2003.*

## 27 Ajustement hyperbolique $z_i = \dfrac{1}{y_i}$

Modéliser – Raisonner

Dans le cadre d'une étude, un laboratoire expose une culture de 10 millions de bactéries à des rayons ultraviolets (UV). Ces rayons ont un effet désinfectant et provoquent la diminution du nombre de bactéries.
On suppose que le nombre (en millions) de bactéries présentes au bout du temps $t$ (exprimé en heures) écoulé depuis le début de l'exposition aux UV est donné dans le tableau ci-dessous par la fonction $f$ définie sur $[0\,;\,12]$ par :

| Nombre d'heures d'exposition : $x_i$ | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de bactéries en millions : $y_i$ | 6,7 | 4,5 | 4,2 | 2,9 | 2,1 | 1,4 |

**Partie A**

**a.** Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$.
Unités graphiques :
– axe des abscisses : 1 cm pour 1 unité en commençant à 0.
– axe des ordonnées : 1 cm pour 1 unité en commençant à 0.

**b.** D'après l'allure du nuage, quel type d'ajustement peut-on envisager ?

**Partie B**

**a.** On pose $z_i = \dfrac{1}{y_i}$.
Reproduire et compléter le tableau suivant. On arrondira les résultats à $10^{-2}$ près.

| Nombre d'heures d'exposition : $x_i$ | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de bactéries en millions : $y_i$ | 6,7 | 4,5 | 4,2 | 2,9 | 2,1 | 1,4 |
| $z_i = \dfrac{1}{y_i}$ | | | | | | |

**b.** Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $z$ en fonction de $x$.
Arrondir au millième.

**c.** En utilisant cet ajustement, quel nombre de bactéries, en milliers, peut-on prévoir au bout de 7 h ?

**d.** On considère le script ci-dessous de la fonction python nommée heures. Il retourne le nombre d'heures nécessaire pour atteindre N millions de bactéries.

```
def heures(N) :                     Ligne 1
  x = 0                             Ligne 2
  y = 10                            Ligne 3
  While y > N                       Ligne 4
      x = x + 1                     Ligne 5
      z = 0,099 * x + 0,107         Ligne 6
      y = 1 / z                     Ligne 7
  return (x)                        Ligne 8
```

À l'aide de l'algorithme précédent, donner le temps nécessaire pour que soient éliminées 90 % des bactéries.

*D'après sujet Métropole, septembre 2019.*

## 28 Problème ouvert

Le tableau ci-dessous donne le nombre des unions civiles, PACS ou mariages, enregistrées en France entre 2006 et 2016.

| Année | 2006 | 2008 | 2010 | 2012 | 2014 | 2016 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Range de l'année : $x_i$ | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| Nombre de mariages en milliers : $y_i$ | 274 | 265 | 252 | 246 | 241 | 233 |
| Nombre de pacs en milliers : $z_i$ | 108 | 151 | 160 | 160 | 174 | 192 |

Peut-on prévoir à partir de quelle année le nombre de PACS sera supérieur au nombre de mariages ?

# Travaux pratiques

## TABLEUR 1 Ajustement affine sur les terrains acquis par le conservatoire du littoral

**SITUATION** Le conservatoire du littoral, créé en 1976, acquiert des terrains sur le littoral français. Voici les superficies, en milliers d'hectares, du patrimoine cumulées depuis sa création :

| Année | 1976 | 1981 | 1986 | 1991 | 1996 | 2001 | 2006 | 2011 | 2016 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année ($x_i$) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Superficie ($y_i$) en milliers d'hectares | 2 | 16 | 28 | 38 | 50 | 65 | 84 | 98 | 106 |

⇨ **Il cherche à trouver une estimation de la superficie des terrains en sa possession en 2021.**

**1** Recopier le tableau ci-dessous ou télécharger le fichier tableur.

**Fichier tableur**
liennathan.fr/8vj31z

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Rang de l'année (xi) | 1 | 2 | | | | | | | |
| 2 | Superficie (yi) en milliers d'hectare | 2 | 16 | 28 | 38 | 50 | 65 | 84 | 98 | 106 |

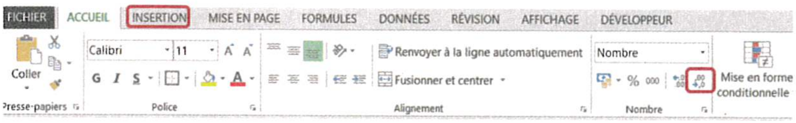
**2** Donner la formule qui, saisie dans la cellule D1, permet d'obtenir par recopie vers la droite le rang de l'année ($x_i$) de la ligne 1.

**3** Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées ($x_i$ ; $y_i$).

**4** Donner la formule qui, saisie dans la cellule C5, permet d'obtenir par recopie vers le bas les coordonnées du point moyen G.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 4 | | | |
| 5 | Cooordonnées du point moyen G : | xG | |
| 6 | | yG | |

*Aide : Les coordonnées du point moyen s'obtiennent en utilisant la formule de la moyenne.*



Faire afficher les résultats de la cellule C6 au dixième.

**5** Donner, à l'aide du tableur, une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés de $y$ en fonction de $x$. Mettre les cellules B10 et B11 au format nombre arrondi au dixième.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 8 | | | |
| 9 | Calcul des coefficients de la droite de régression d'équation y = a x + b : | | |
| 10 | a = | | |
| 11 | b = | | |

*Aide :*
- *Dans la cellule B10, mettre :* =PENTE(B2:J2 ; B1:J1) B2:J2 est la plage des y.
- *Dans la cellule B11, mettre :* =ORDONNEE.ORIGINE(B2:J2 ; B1:J1) B1:J1 est la plage des x.

**6** Tracer la droite d'ajustement affine sur le graphique.

*Aide : Cliquez sur le graphique, puis sur la croix qui s'affiche et cochez « courbe de tendance ».*

**7** À l'aide du tableur, donner la prévision de superficie des terrains appartenant au conservatoire du littoral en 2021. Mettre la cellule B14 au format nombre arrondi au dixième.

| | A | B |
|---|---|---|
| 13 | | |
| 14 | Prévision en 2021 : | |

*Aide : Dans la cellule B14, mettre :* =PREVISION(10 ; B2 : J2 ; B1 : J1)