Chapitre 9
Fonctions de référence

Objectifs

- Pour une fonction affine, connaître l'interprétation du coefficient directeur comme taux d'accroissement, variations selon son signe.
- Savoir relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine.
- Connaître les définitions, courbes représentatives et variations des fonctions carré, inverse, racine carrée et cube.
- Pour deux nombres a et b donnés et une fonction de référence f, savoir comparer $f(a)$ et $f(b)$, numériquement ou graphiquement.
- Pour les fonctions affines, carré, inverse, racine carrée et cube, savoir résoudre graphiquement ou algébriquement une équation ou une inéquation du type $f(x) = k$, $f(x) < k$.

Culture scientifique

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) est un mathématicien, astronome et physicien allemand. Il est surnommé «*le prince des mathématiciens*», et il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps. Il affirme que : «*Ce n'est pas la connaissance, mais l'apprentissage, pas la possession, mais ce qui y mène, qui donne le plus grand plaisir*».

Et sinon, dans la vraie vie ?

La vitesse d'un parachutiste en chute libre augmente rapidement après le saut, puis atteint une vitesse constante due à la résistance de l'air. On peut modéliser la vitesse du parachutiste en fonction du temps écoulé par une fonction du second degré puis par une fonction affine.

Cours et applications directes

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 120

A La fonction affine

↘ Définitions

On appelle **fonction affine** une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'expression est de la forme $f(x) = mx + p$, avec m et p deux réels donnés.

- m est appelé le **coefficient directeur** (ou **pente**) et p **l'ordonnée à l'origine**.
- Si $m = 0$ on dit que la fonction est **constante**.
- Si $p = 0$ on dit que la fonction est **linéaire**.

Propriété

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$.

Pour tous nombres a et b ($a \neq b$) on a : $m = \dfrac{f(a) - f(b)}{a - b}$.

Exemple

Soit f, la fonction affine telle que $f(-4) = -11$ et $f(5) = 7$.

$f(x)$ est de la forme $f(x) = mx + p$ avec :

$$m = \frac{f(5) - f(-4)}{5 - (-4)} = \frac{7 - (-11)}{9} = \frac{18}{9} = 2.$$

Donc $f(x)$ est de la forme $f(x) = 2x + p$
or $f(5) = 7$
donc $2 \times 5 + p = 7$
donc $p = -3$
donc f a pour expression $f(x) = 2x - 3$.

Propriété

La courbe représentative d'une fonction affine d'expression $f(x) = mx + p$ avec m, p réels est une **droite**.

- Si $m = 0$, c'est une droite parallèle à l'axe des abscisses.
- Si $p = 0$, c'est une droite passant par l'origine du repère.

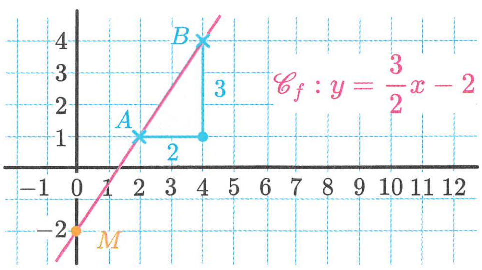
Exemple

$M(0\,;\,-2) \in \mathscr{C}_f$ donc $p = -2$,

$A(2\,;\,1) \in \mathscr{C}_f$ et $B(4\,;\,4) \in \mathscr{C}_f$

donc $m = \dfrac{4 - 1}{4 - 2} = \dfrac{3}{2}$

donc f a pour expression $f(x) = \dfrac{3}{2}\,x - 2$.



Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 121

1 Dans chaque cas, déterminer si l'expression donnée est celle d'une fonction affine, si oui préciser les valeurs de m et de p.

$f_1(x) = 5x + 4$ ....

$f_2(x) = \dfrac{-3x+2}{5}$ ....

$f_3(x) = \dfrac{7x-2}{x}$ ....

$f_4(x) = x^2 - 3$ ....

$f_5(x) = \sqrt{2}x$ ....

$f_6(x) = \sqrt{2x-3}$ ....

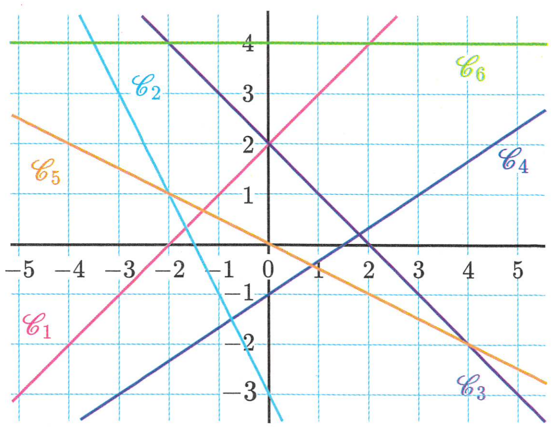
$f_7(x) = -7$ ....

2 Soit f, la fonction affine telle que $f(7) = -31$ et $f(-3) = 19$.
Déterminer l'expression de la fonction f.

....

3 Déterminer graphiquement l'expression de chacune des fonctions affines représentées dans le repère ci-contre.

....



Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 122

B Variations de la fonction affine

Propriété

Soit f une fonction affine dont l'expression est $f(x) = mx + p$.

- Si $m > 0$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
Variations de $f : x \mapsto mx + p$ avec $m > 0$	$\nearrow$

- Si $m < 0$ alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
Variations de $f : x \mapsto mx + p$ avec $m < 0$	$\searrow$

Exercice résolu

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 5$.
Montrer que f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$.
Il faut comparer leurs images par f : $f(a)$ et $f(b)$.

$a < b$ donc $-3a > -3b$ donc $-3a + 5 > -3b + 5$

donc $f(a) > f(b)$ ainsi les images de deux nombres quelconques sont rangées dans l'ordre contraire de celui de ces nombres. La fonction f est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.

C Signe d'une fonction affine

Propriété

Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto mx + p$ avec m non nul.

L'équation (E) : $f(x) = 0$ a une unique solution qui est $-\dfrac{p}{m}$.

La droite $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en un seul point de coordonnées $\left(-\dfrac{p}{m} \,; 0\right)$.

En utilisant les variations de f, on en déduit le tableau de signes de $f(x)$ selon les valeurs de m.

x	$-\infty$		$-\dfrac{p}{m}$		$+\infty$
Signes de $f(x)$ $m > 0$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$-\dfrac{p}{m}$		$+\infty$
Signes de $f(x)$ $m < 0$		$+$	0	$-$	

Compléments numériques

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 123

4 Montrer, avec la définition de la croissance d'une fonction, que la fonction $f : x \mapsto 2x+3$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

5 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x+2$.

a. En utilisant les coefficients de f, déterminer le sens de variation de la fonction f.

b. Résoudre l'inéquation $(I) : f(x) > 0$.

c. Compléter le tableau de variations et le tableau de signes de f.

x	
Variations de $f : x \mapsto -3x+2$	

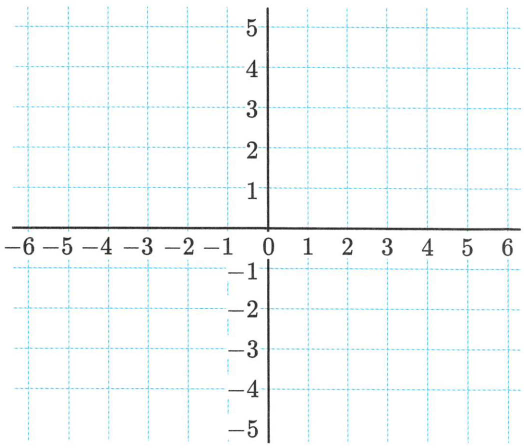
x	
Signes de $f(x)$	

6 a. Déterminer la fonction affine telle que $f(5) = 3$ et $f(0) = 1$.

b. En déduire les variations de f.

x	
Variations de f	

c. Dans le repère ci-contre, tracer la courbe représentative de f.



d. En déduire $f(10)$ et vérifier par le calcul.

e. Résoudre graphiquement $f(x) = 10$ et vérifier par le calcul.

f. Résoudre $f(x) = 50$.

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 124

D La fonction carré

Définition

On appelle **fonction carré** la fonction c définie sur $\mathbb{R}$ par $c : x \mapsto x^2$.

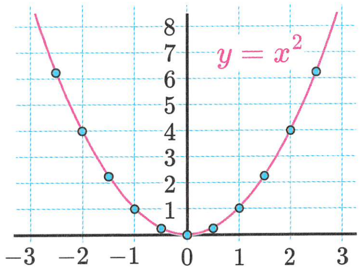
Propriétés

· La **fonction carré** est décroissante sur $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $c : x \mapsto x^2$	↘	0	↗

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signes de $c(x) = x^2$	$+$	0	$+$

· Pour tout nombre réel x, $c(-x) = (-x)^2 = x^2 = c(x)$.
La fonction carré est **paire**.
Dans un repère orthogonal, sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



x	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2	$2{,}5$
$c(x)$	$6{,}25$	4	$2{,}25$	1	$0{,}25$	0	$0{,}25$	1	$2{,}25$	4	$6{,}25$

Remarque
La courbe représentative de la fonction carré est une **parabole** qui a pour sommet l'origine du repère.

Exercice résolu
Comparer π^2 et 3^2.
$\pi \in [0\,;+\infty[$, $3 \in [0\,;+\infty[$ et $\pi > 3$ or la fonction carré est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$ donc $\pi^2 > 3^2$.

E La fonction cube

Définition

On appelle **fonction cube** la fonction c_3 définie sur $\mathbb{R}$ par $c_3 : x \mapsto x^3$.

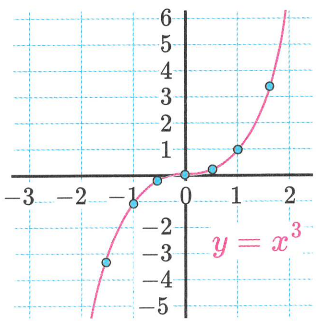
Propriétés

· La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $c_3 : x \mapsto x^3$	↗	

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signes de $c_3(x) = x^3$	$-$	0	$+$

· Pour tout nombre réel x, $c_3(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -c_3(x)$.
La fonction cube est **impaire**.
Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.



x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$
$c_3(x)$	$-3{,}375$	-1	$-0{,}125$	0	$0{,}125$	1	$3{,}375$

Exercice résolu
Utiliser les variations de la fonction cube pour comparer $(3{,}2)^3$ et π^3.
$3{,}2 > \pi$ or la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ donc $(3{,}2)^3 > \pi^3$.

Compléments numériques

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **125**

7 Comparer sans calculer :

· 4^2 et $(\pi + 1)^2$ ....

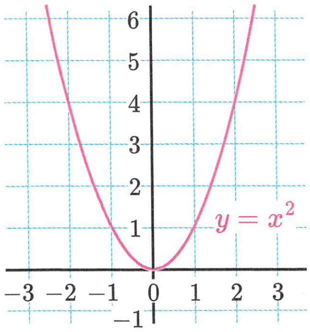
· $(-11,3)^2$ et $(-11,29)^2$ ....

8 On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction carré.
Résoudre graphiquement puis algébriquement les équations suivantes :

$(E_1) : x^2 = 4$ ....

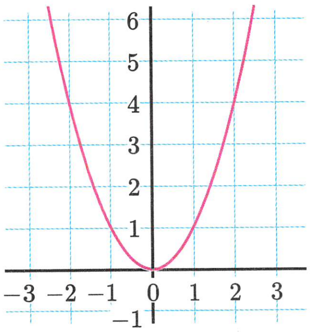
$(E_2) : x^2 = 3$ ....

$(E_3) : x^2 = -1$ ....

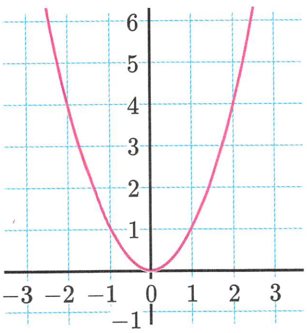


9 Résoudre graphiquement :

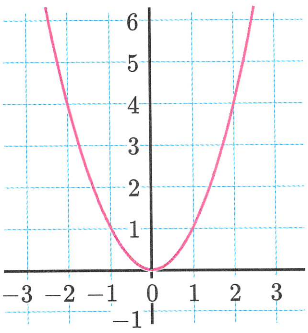
a. $x^2 < 4$



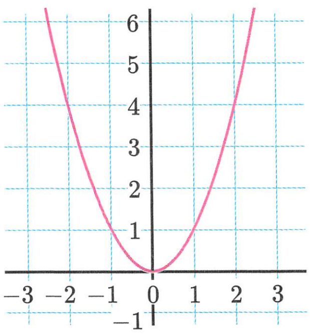
b. $x^2 \leq 2$



c. $x^2 > 5$



d. $1 < x^2 < 4$



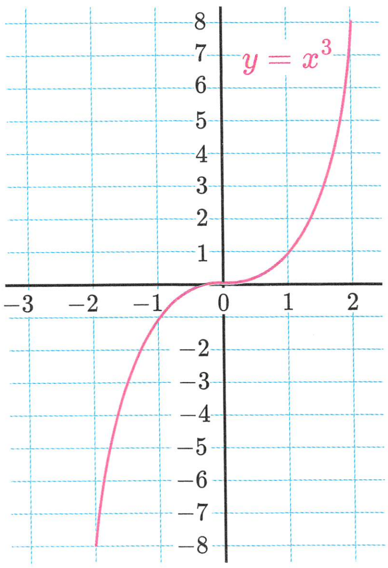
10 Comparer sans calculer :

· $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3$ et 2^3 ....

· $\left(-\sqrt{7}\right)^3$ et $(-3)^3$ ....

11 On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction cube.
Résoudre graphiquement l'inéquation : $(I) : x^3 \leq 8$.

....



Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 126

F La fonction inverse

↘ Définition

La **fonction inverse** est la fonction i définie sur $]-\infty\,;0[\ \cup\ ]0\,;+\infty[$ par $i(x)=\dfrac{1}{x}$.

Propriétés

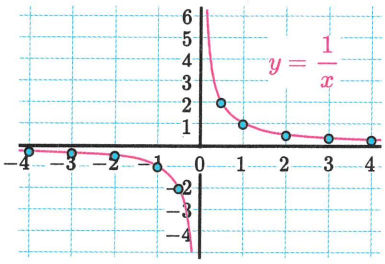
· La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $i : x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$\searrow$	‖	$\searrow$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signes de $i(x)=\dfrac{1}{x}$	$-$	‖	$+$

· Pour tout nombre réel x non nul, $i(-x)=\dfrac{1}{-x}=-\dfrac{1}{x}=-i(x)$.
La fonction inverse est **impaire**.
Sa courbe représentative est donc symétrique par rapport à l'origine du repère.

x	-4	-3	-2	-1	$-0{,}5$	$0{,}5$	1	2	3	4
$i(x)$	$-\dfrac{1}{4}$	$-\dfrac{1}{3}$	$-\dfrac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$



<u>Remarque</u>
La courbe représentative de la fonction inverse s'appelle une **hyperbole** dont l'équation est $y=\dfrac{1}{x}$.

<u>Exercice résolu</u>
Utiliser les variations de la fonction inverse pour comparer $\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{1}{\pi}$.
$3 \in\ ]0\,;+\infty[$, $\pi \in\ ]0\,;+\infty[$ et $3<\pi$ or la fonction inverse est décroissante sur $]0\,;+\infty[$ donc $\dfrac{1}{3}>\dfrac{1}{\pi}$.

G La fonction racine carrée

↘ Définition

La **fonction racine carrée** est la fonction r définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$.

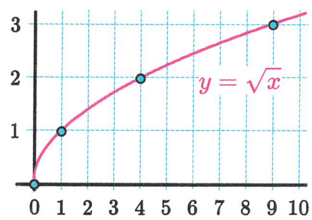
Propriété

· La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
Variations de $r : x\mapsto\sqrt{x}$	0 $\nearrow$	

x	0	$+\infty$
Signes de $r(x)=\sqrt{x}$	0	$+$

x	0	1	4	9
$r(x)$	0	1	2	3

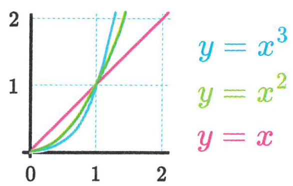


H Positions relatives des courbes de x, x^2 et x^3

Propriété

· Si $0\leq x\leq 1$ alors $x\geq x^2\geq x^3$.

· Si $x\geq 1$ alors $x\leq x^2\leq x^3$.



Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 127

12 En utilisant les variations de la fonction inverse, comparer sans les calculer :

· $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{\pi}$ ....

· $-\frac{1}{\sqrt{11}}$ et $-\frac{1}{3}$ ....

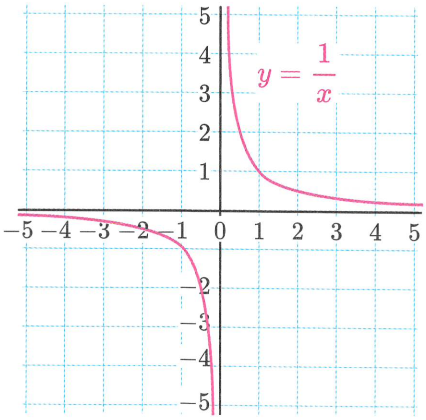
13 On a représenté dans le repère ci-contre la fonction inverse.
Résoudre graphiquement les équations et inéquations données.

$(E_1) : \frac{1}{x} = 5$ ....

$(E_2) : \frac{1}{x} = -3$ ....

$(I_1) : \frac{1}{x} > 1$ ....

$(I_2) : \frac{1}{x} \leq 4$ ....



14 En utilisant les variations de la fonction racine carrée, comparer sans les calculer :

· $\sqrt{6}$ et $\sqrt{2\pi}$ ....

· $\sqrt{\sqrt{3}+1}$ et 2 ....

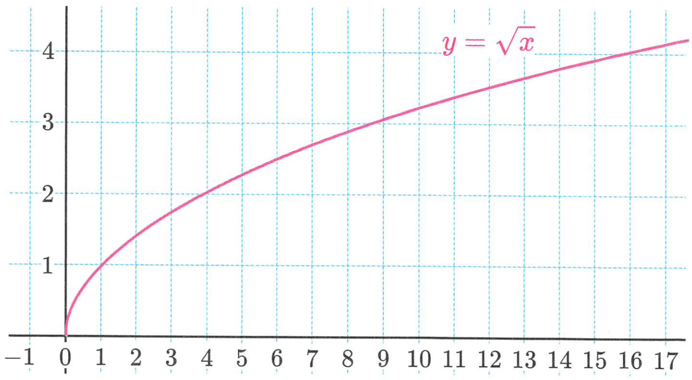
15 On a représenté dans le repère ci-contre la fonction racine carrée.
Résoudre graphiquement les équations et inéquations données.

$(E_1) : \sqrt{x} = 4$ ....

$(E_2) : \sqrt{x} = 2$ ....

$(I_1) : \sqrt{x} > 1$ ....

$(I_2) : \sqrt{x} \leq 4$ ....



Exercices | Parcours 1

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 128

1 Identifier le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des fonctions affines suivantes :

a. $f_1(x) = 8x - 8$ ....

b. $f_2(x) = -2x + 9$ ....

c. $f_3(x) = \dfrac{7x + 5}{10}$ ....

d. $f_4(x) = \dfrac{-3x + 2}{5}$ ....

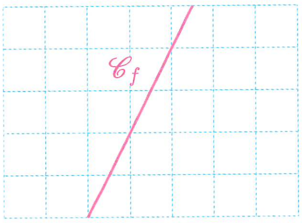
2 Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = -2$ et $f(9) = -26$. Calculer son coefficient directeur.

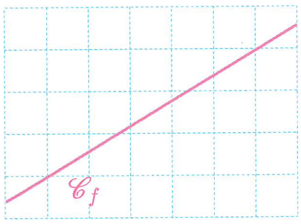
....

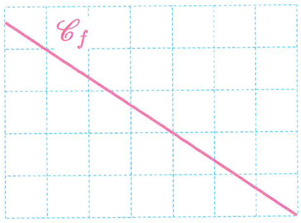
....

....

3 Dans un repère orthonormé, on a représenté les courbes de trois fonctions affines.
Déterminer graphiquement leur coefficient directeur.







a. .... b. .... c. ....

4 Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,5x + 3$.

a. En utilisant l'expression de f, identifier m et p.

....

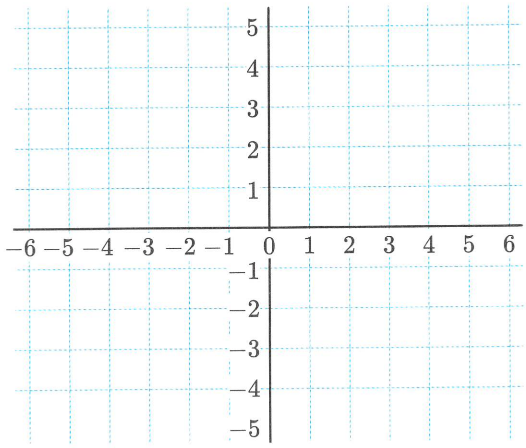
b. Prouver que le point $A(4\,;\,1)$ appartient à $\mathscr{C}_f$.

....

....

c. Déterminer les coordonnées d'un autre point de $\mathscr{C}_f$.

....



d. Construire dans le repère ci-contre la courbe $\mathscr{C}_f$, en justifiant la construction.

....

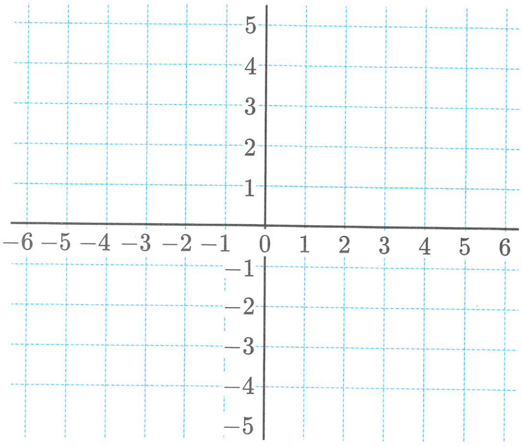
e. Construire dans ce même repère la courbe de la fonction g, définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - 4$.

Exercices | **Parcours 2**

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **129**

1 Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-3) = 17$ et $f(-5) = 23$.
Déterminer par le calcul son expression $f(x)$.

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.



a. Montrer que f est croissante sur $\mathbb{R}$.

b. Résoudre l'équation $(E) : f(x) = 0$, puis en donner une interprétation graphique.

c. Résoudre l'inéquation $(I) : f(x) > 0$, puis en donner une interprétation graphique.

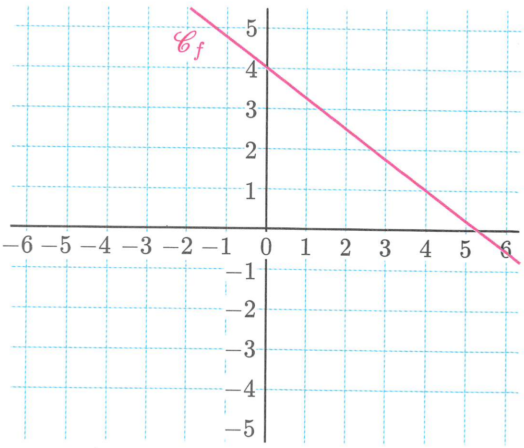
d. Dresser le tableau de variations et le tableau de signes de f.

x	

x	

e. Construire dans le repère ci-dessus $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f.

3 Dans le repère ci-contre, on a représenté une fonction affine f.



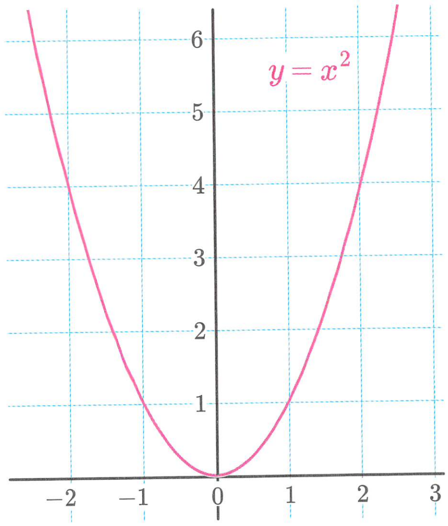
a. À l'aide de sa représentation graphique, déterminer l'expression de f.

b. Construire la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par
$g : x \mapsto \frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$.

c. Résoudre algébriquement l'équation $(E) : -\frac{3}{4}x + 4 = \frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$, puis en donner une interprétation graphique.

d. Résoudre algébriquement l'inéquation $(I) : -\frac{3}{4}x + 4 > \frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$, puis en donner une interprétation graphique.

4 Dans le repère ci-contre, on a représenté la fonction carré.



a. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto x + 3$.
Construire sa courbe représentative dans le repère donné.

b. Résoudre graphiquement l'équation $(E) : x^2 = x + 3$.

c. Résoudre graphiquement l'inéquation $(I) : x^2 > x + 3$.

5 Dans chaque cas, utiliser les variations des fonctions de référence pour effectuer les comparaisons. Justifier.

a. Soit a et b deux nombres réels tels que $a > b$. Comparer $-3a + 2$ et $-3b + 2$.

b. Soit a et b deux nombres réels tels que $0 > a > b$. Comparer a^2 et b^2.

c. Soit a un nombre réel tel que $a < 2$. Comparer a^3 et b^3.

d. Soit a un nombre réel tel que $a < -2$. Comparer $\frac{1}{a}$ et $-\frac{1}{2}$.

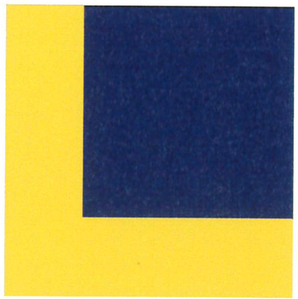
e. Soit a un nombre réel tel que $a > 25$. Comparer $\sqrt{a}$ et 5.

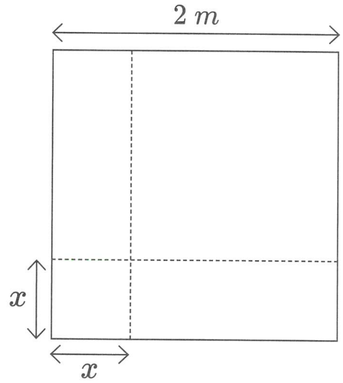
f. Soit a un nombre réel tel que $0 < a < 1$. Comparer a^3 et a.

6 Une entreprise de pêche *LAMER* veut concevoir un nouveau logo : il s'agit d'un « L » jaune avec une surface bleue, le tout dessiné sur un support carré de $2\ m$ de côté.

À des fins esthétiques, la société décide que le « L » et le fond bleu aient la même aire et que les barres verticales et horizontales matérialisant le "L" soient de même largeur.

En utilisant les notations du schéma ci-après, il s'agit de déterminer la valeur de x telle que l'aire du « L » soit égale à celle de la surface bleue.



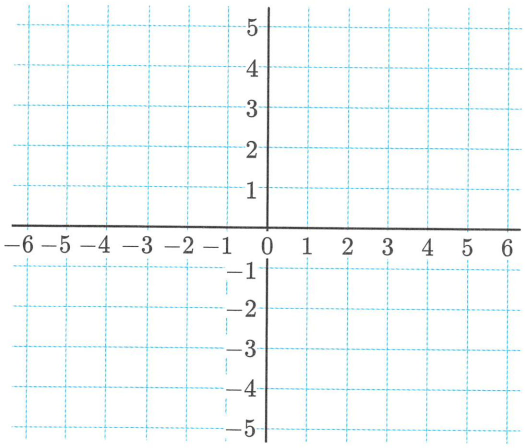


a. En remarquant que la surface bleue est un carré, exprimer son aire en fonction de x.

b. Déterminer l'aire du « L ».

c. Montrer que l'égalité des aires des deux surfaces bleue et jaune équivaut à $(E) : x^2 = 4x - 2$.

d. Résoudre graphiquement (E) à l'aide de deux courbes, à tracer dans le repère ci-dessous. Arrondir les solutions au cm.



e. En déduire les dimensions du carré bleu qui correspondent aux contraintes esthétiques choisies par l'entreprise.

Exercices | Parcours 3

Compléments numériques
↘ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 132

1 Démontrer que la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty\,;0[$.

2 a. Montrer que pour tout réel a et b, on a $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

b. En déduire que $f: x \mapsto x^3$ est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

3 a. À l'aide de la calculatrice, conjecturer les positions relatives de la courbe représentative de la fonction cube et celle de la fonction carré sur $[0\,;+\infty[$.

b. Résoudre sur $[0\,;+\infty[$ l'inéquation $(I): x^3-x^2 \geq 0$ puis conclure.

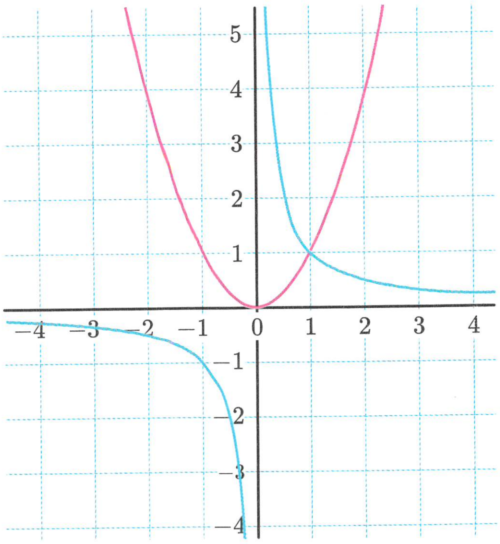
4 a. Résoudre l'inéquation $(I): x^3 \leq 1$.

b. On a représenté les courbes des fonctions carré et inverse.

1) Résoudre graphiquement l'équation $(E): x^2=\dfrac{1}{x}$.

2) Résoudre graphiquement l'inéquation $(I): x^2>\dfrac{1}{x}$.

c. Résoudre algébriquement l'inéquation (I).



Autoévaluation

Corrigé QCM

Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 133

QCM · Pour chacune des 10 questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.	Ma note / 10

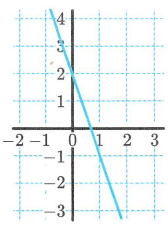
1 f est une fonction affine telle que $f(2) = -4$ et $f(7) = -1$.

a. ☐ f est croissante
b. ☐ f est décroissante
c. ☐ f est constante

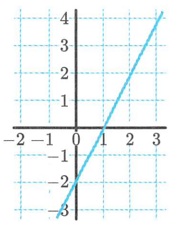
2 Soit $f : x \mapsto 4,5x + 4$, quel énoncé est vrai ?

a. ☐ f est décroissante
b. ☐ $f(-2) < 0$
c. ☐ $f(-1) = 0$

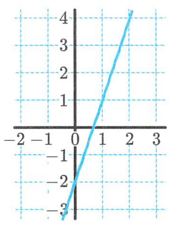
3 Déterminer la courbe représentative de $f : x \mapsto 3x - 2$.



a. ☐



b. ☐



c. ☐

4 L'équation $(E) : x^2 = 11$:

a. ☐ n'a aucune solution
b. ☐ a une solution
c. ☐ a deux solutions

5 L'équation $(E) : x^3 = -10$:

a. ☐ n'a aucune solution
b. ☐ a une solution
c. ☐ a deux solutions

6 L'équation $(E) : \sqrt{x} = 7$:

a. ☐ n'a aucune solution
b. ☐ a une solution
c. ☐ a deux solutions

7 Si l'inéquation $(I) : x^2 < 5$ alors $S(I) =$

a. ☐ $[-\sqrt{5} ; \sqrt{5}]$
b. ☐ $]-\infty ; -\sqrt{5}[\cup]\sqrt{5} ; +\infty[$
c. ☐ $]-\sqrt{5} ; \sqrt{5}[$

8 a et b sont deux nombres tels que $a < b < 0$ alors :

a. ☐ $a^2 < b^2$
b. ☐ $a^2 > b^2$
c. ☐ $a^2 = b^2$

9 a et b sont deux nombres tels que $a > b > 0$ alors :

a. ☐ $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$
b. ☐ $\dfrac{1}{a} < \dfrac{1}{b}$
c. ☐ $\dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{b}$

10 Si a est un nombre tel que $0 < a < 1$ alors :

a. ☐ $a^2 < a^3$
b. ☐ $a^2 < a$
c. ☐ $a < a^3$

Algorithmique, TICE & logique

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 134

1 Déterminer si les phrases suivantes sont vraies ou fausses :

a. a et b étant des nombres quelconques si $a < b$ alors $a^2 < b^2$.

b. a et b étant des nombres quelconques si $a < b$ alors $a^3 < b^3$.

c. a et b étant des nombres quelconques non nuls si $a < b$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

d. L'équation $x^3 = k$ admet toujours une solution.

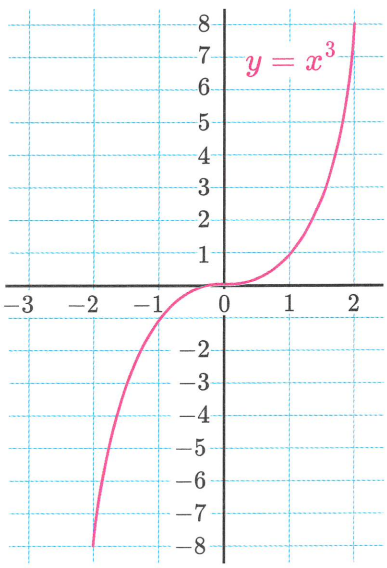
e. L'équation $\frac{1}{x} = k$ admet toujours une solution.

f. Si $x \in [0\,;\,1]$ alors $x^2 \in [0\,;\,1]$.

g. La fonction $x \mapsto x^2$ n'admet pas de maximum.

h. La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0\,;+\infty[$.

2 On souhaite résoudre numériquement l'équation $(E) : x^3 = 4$.



a. Justifier graphiquement que cette équation admet une unique solution, que l'on notera a.

b. Justifier que $1 \leq a \leq 2$.

c. Compléter le programme suivant pour qu'il affiche un encadrement de a au centième.

```
x=1
while .......
      x = x + ...... # on avance de centième en centième
print("L'antécédent de 4 est compris entre", ...... , "et" , ......)
```