Chapitre 7
Équation et inéquation

Objectifs

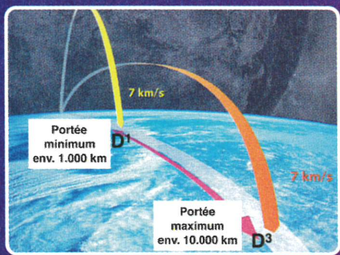
- Connaître l'ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation.
- Savoir modéliser un problème par une inéquation.
- Savoir résoudre une inéquation du premier degré.
- Savoir résoudre une équation, une inéquation produit ou quotient, à l'aide d'un tableau de signes.

Culture scientifique

Niccolò Fontana, dit **Tartaglia**, (1499-1557) est un mathématicien et ingénieur italien.
Il découvre une formule qui résout de manière générale certaines équations du troisième degré. Il veut la garder secrète pour gagner les défis mathématiques, mais se laisse convaincre par Gerolamo Cardano de la lui donner. Ce dernier trahit sa confiance et publie la formule dans « *Ars Magna* » en son nom.

Et sinon, dans la vraie vie ?

Les travaux de Tartaglia sur la résolution d'équations ont posé les fondements théoriques qui ont permis l'essor des sciences balistiques. Sa découverte pour résoudre des équations du troisième degré a ouvert la voie à la modélisation mathématique des trajectoires de projectiles, en prenant en compte des facteurs tels que la gravité, la résistance de l'air et la force de propulsion.



Cours et applications directes

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 88

A Vocabulaire des équations

↘ Définitions

· Une **équation** (E) d'inconnue x est une égalité contenant un nombre inconnu, noté en général x.

· Une **solution** d'une équation est une valeur de son inconnue qui rend l'égalité vraie.

· **Résoudre une équation** signifie déterminer toutes les solutions de cette équation.

B Équations équivalentes

↘ Définition

Lorsque deux équations ont les mêmes solutions, on dit qu'elles sont **équivalentes**.
On le note en utilisant le symbole $\Longleftrightarrow$.

> Exemple
>
> Les équations $3x = 6$ et $x = 2$ ont les mêmes solutions : l'ensemble des solutions est $\{2\}$ dans les deux cas.
> On écrit : « pour tout x, $3x = 6 \Longleftrightarrow x = 2$ ».

C Opérations sur les deux membres d'une équation

Propriétés

1. Si aux deux membres d'une équation, on ajoute ou soustrait un même nombre, on obtient une équation équivalente.
2. Si on multiplie ou divise les deux membres d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une équation équivalente.

> Exemples
>
> 1. En ajoutant 6 aux deux membres de l'équation $3x - 6 = 0$, on obtient l'équation $3x = 6$,
> on a donc $3x - 6 = 0 \Longleftrightarrow 3x = 6$.
> 2. En divisant les deux membres de l'équation $3x = 6$ par 3 (qui est bien non nul) on obtient l'équation $x = 2$,
> on a donc $3x = 6 \Longleftrightarrow x = 2$.

D Équations du 1er degré

Propriété

Une équation (E) de la forme $ax + b = 0$ (où a et b sont des nombres et $a \neq 0$) est une équation du premier degré.

On peut la résoudre de la manière suivante : $ax + b = 0 \Longleftrightarrow ax = -b \Longleftrightarrow x = \dfrac{-b}{a}$.

Elle admet donc une unique solution, qui est $\dfrac{-b}{a}$.

En appelant $\mathcal{S}$ l'ensemble des solutions de (E), on note $\mathcal{S}(E) = \left\{\dfrac{-b}{a}\right\}$.

> Exemple
>
> L'ensemble des solutions de l'équation $2x + 4 = 0$ est $\mathcal{S}(E) = \left\{\dfrac{-4}{2}\right\} = \{-2\}$.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 89

1 On considère l'équation $(E) : x^2 + 5x + 6 = 0$.

a. Le nombre -2 est-il solution de (E) ? ....

b. Le nombre 1 est-il solution de (E) ? ....

c. Le nombre -3 est-il solution de (E) ? ....

2 Dans chaque cas, justifier que les équations sont équivalentes :

$(E_1) : 8x - 16 = 0$ et $(E_1') : 8x = 16$

....

$(E_2) : -5x + 10 = 0$ et $(E_2') : x - 2 = 0$

....

$(E_3) : -8x + 3 = 0$ et $(E_3') : x = \dfrac{3}{8}$

....

3 On considère les deux équations :
- $(E) : x - 1 = 2$
- $(E') : x^2 - x = 2x$

a. Par quelle opération simple peut-on passer de (E) à (E') ? ....

b. Justifier que 0 est une solution de (E') mais pas de (E). ....

c. (E) et (E') sont-elles équivalentes ? ....

4 Résoudre les équations suivantes :

$(E_1) : 5x = 7$ ....

$(E_2) : 3x - 14 = 0$ ....

$(E_3) : -2x + 8 = 2x + 5$ ....

$(E_4) : (x + 1)^2 = (x + 3)^2$ ....

....

5 La somme de 4 entiers consécutifs vaut 86. Quels sont ces quatre entiers ?

....

....

....

Compléments numériques

↘ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 90

E Équations du type produit nul

Propriété

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
Autrement dit, $A \times B = 0 \iff (A = 0 \text{ ou } B = 0)$ où A et B sont des expressions pouvant contenir l'inconnue x.

> Exemple
>
> On a pour tout x : $(2x-4)(x-3) = 0 \iff (2x-4=0 \text{ ou } x-3=0) \iff (x=2 \text{ ou } x=3)$.
>
> Donc l'ensemble des solutions de (E) : $(2x-4)(x-3)=0$ est $\mathcal{S}(E) = \{2\,;\,3\}$.

F Équations du type $x^2 = a$

Propriété

Soit a un nombre réel et (E) : $x^2 = a \iff x^2 - a = 0$

- Si $a < 0$, l'équation (E) n'a pas de solution (le carré d'un nombre réel est positif) : $\mathcal{S}(E) = \emptyset$
- Si $a = 0$, l'équation (E) a une unique solution qui est 0 : $\mathcal{S}(E) = \{0\}$
- Si $a > 0$, l'équation (E) a deux solutions qui sont $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$: $\mathcal{S}(E) = \{-\sqrt{a}\,;\,\sqrt{a}\}$

> Preuve
>
> Dans le cas $a > 0$.
>
> Lorsque $a > 0$, on a $a = \sqrt{a}^2$, donc pour tout x :
>
> $$\begin{aligned}(E) \iff x^2 - a = 0 &\iff x^2 - \sqrt{a}^2 \\ &\iff (x+\sqrt{a})(x-\sqrt{a}) \\ &\iff (x+\sqrt{a}=0 \text{ ou } x-\sqrt{a}=0)\end{aligned}$$
>
> Donc $\mathcal{S}(E) = \{-\sqrt{a}\,;\,\sqrt{a}\}$.

G Équation quotient

Propriété

Une équation quotient est une équation de la forme (E) : $\dfrac{A}{B} = 0$
(où A et B sont des expressions pouvant contenir l'inconnue x).

L'équation (E) n'est définie que pour les valeurs de x n'annulant pas B.

On a $\dfrac{A}{B} = 0 \iff (A = 0 \text{ et } B \neq 0)$.
Les solutions de (E) sont les solutions de $A = 0$ qui n'annulent pas B.

> Exemple
>
> Soit (E) : $\dfrac{(2x-4)(x-3)}{x-5} = 0$.
>
> L'équation (E) est définie pour toutes valeurs de x qui n'annulent pas son dénominateur.
>
> $x - 5 = 0 \iff x = 5$ donc l'équation (E) est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{5\} =]-\infty\,;\,5[\,\cup\,]5\,;\,+\infty[$.
>
> Les solutions de l'équation $(2x-4)(x-3)=0$ sont 2 et 3.
>
> 2 et 3 appartiennent à $]-\infty\,;\,5[\,\cup\,]5\,;\,+\infty[$.
>
> Donc $\mathcal{S}(E) = \{2\,;\,3\}$.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 91

6 Résoudre les équations suivantes :

a. $(x-3)\,(x-4)=0$

b. $(2x+7)\,(8\,x-3)=0$

c. $(-2x+4)^3=0$

d. $x\,(x-1)\,(x+2)\,(-x-3)=0$

7 Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2-9=0$

b. $4x^2-16=0$

c. $(x^2-1)\,(x^2+1)=0$

8 Déterminer une équation dont l'ensemble des solutions est $\{0\,;\,1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\}$.

9 Résoudre les équations suivantes :

a. $\dfrac{x-2}{x+3}=0$

b. $\dfrac{(2x+3)(x-4)}{(x+7)(-x+3)}=0$

c. $\dfrac{-x+5}{2x+3}=4$

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 92

H Vocabulaire des inéquations

Définitions

- Une **inéquation** (I) d'inconnue x est une inégalité contenant un nombre inconnu, noté en général x.
- Une **solution** d'une inéquation est une valeur de son inconnue qui rend l'inégalité vraie.
- **Résoudre une inéquation** signifie trouver toutes les solutions de cette inéquation.
- Deux inéquations (I) et (I') sont **équivalentes** lorsqu'elles ont les mêmes solutions.
  On note : $(I) \iff (I')$.

I Opérations sur les inéquations

Propriétés

- Si aux deux membres d'une inéquation, on ajoute ou retranche un même nombre, on obtient une **inéquation équivalente**.
- Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inéquation par un même nombre k non nul on obtient une **inéquation équivalente** :
  - en conservant le sens de l'inégalité si $k > 0$
  - en inversant le sens de l'inégalité si $k < 0$

Exemple

$(I) : -3x - 6 > 0$:

- En ajoutant 6 aux deux membres :

$$(I) \iff -3x > 6$$

- En divisant par -3 :

$$(I) \iff x < \frac{6}{-3}$$ (ici on inverse le sens de l'inégalité car -3 est négatif)

$$(I) \iff x < -2$$

Donc $S(I) =]-\infty\,;\,-2[$

J Tableau de signes d'une expression du premier degré

Propriété

Le tableau de signes d'une expression f est un tableau dans lequel on lit les valeurs de x pour lesquelles l'expression $f(x) = 0, \quad f(x) < 0, \quad f(x) > 0$.

- $-3x - 6 > 0 \iff x \in]-\infty\,;\,-2[$
- $-3x - 6 = 0 \iff -3x = 6 \iff x = \dfrac{6}{-3} \iff x = -2$
- $-3x - 6 < 0 \iff -3x \leq 6 \iff x = \dfrac{6}{-3} \iff x > -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
Signe de $-3x - 6$		$+$	0	$-$	

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 93

10 On considère les inéquations $(I) : x + 3 > 7$ et $(I') : 2 - x < 0$.

a. Le nombre 5 est-il solution de (I) ? De (I') ? ....

b. Le nombre 3 est-il solution de (I) ? De (I') ? ....

c. (I) et (I') sont-elles équivalentes ? ....

11 Résoudre les inéquations :

$(I_1) : x + 7 \leq 2$ ....

$(I_2) : 2x + 3 < 4$ ....

(I_3): $-5x + 8 \geq 3$ ....

$(I_4) : -5x + 8 > 2x + 5$ ....

12 Résoudre les inéquations :

$(I_1) : x^2 + 1 \geq 0$ ....

$(I_2) : x^2 + 1 \leq 0$ ....

13 Donner le tableau de signes des expressions suivantes :

a. $3x + 7$

b. $-2x + 5$

14 Dans chaque cas, donner une expression $A(x)$ dont on donne le tableau de signes.

a.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{7}$		$+\infty$
Signe de $A(x)$		$-$	0	$+$	

....

....

b.

x	$-\infty$		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
Signe de $A(x)$		$-$	0	$+$	

....

....

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 94

K Résolution d'une inéquation à partir d'un tableau de signes

Méthode

- Pour résoudre une inéquation de la forme $A(x)>0$, à partir du tableau de signes de l'expression $A(x)$, on repère les « $+$ » dans la ligne du signe de $A(x)$, et on lit les intervalles correspondants dans la première ligne.
- Pour une inéquation de la forme $A(x)\geq 0$, on ajoute en plus les valeurs de x pour lesquelles $A(x)$ est nul.
- Pour une inéquation de la forme $A(x)<0$ ou $A(x)\leq 0$, on procède de la même manière mais en considérant les cases contenant « $-$ » dans la ligne du signe de $A(x)$.

Exercices corrigés

- Résoudre $A(x)>0$ et $A(x)\leq 0$ avec $A(x)=x+4$.

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
Signe de $A(x)$		$-$	0	$+$	

Pour résoudre $A(x)>0$, on repère la case contenant « $+$ ». L'intervalle des valeurs de x correspondant est $]-4\,,+\infty[$.

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
Signe de $A(x)$		$-$	0	$+$	

Pour résoudre $A(x)\leq 0$, on repère la case contenant « $-$ » ainsi que le zéro. L'intervalle des valeurs de x correspondant est $]-\infty\,;-4]$.

L Inéquation produit et inéquation quotient

Définitions

- Une **inéquation produit** est une inéquation de la forme $A\times B>0$ (ou ≥ 0, ou ≤ 0, ou <0) où A et B sont des expressions.
- Dans une **inéquation quotient** le premier membre est de la forme $\dfrac{A}{B}$.

Méthode

Pour résoudre une inéquation produit ou quotient, on dresse un tableau de signes comprenant tous les facteurs en jeu, on en déduit le signe du produit ou du quotient en appliquant la règle des signes, puis on lit l'ensemble des solutions comme détaillé dans les exercices corrigés ci-dessous.

Exercices corrigés

- Résoudre $(2x+6)(-x+2)\geq 0$.

Solution

Voici ci-contre le tableau de signes comprenant les facteurs $2x+6$ et $-x+2$.

On en déduit le signe du produit donc $\mathcal{S}=[-3\,;2]$.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
Signe de $2x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $(2x+6)(-x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

- Résoudre $\dfrac{2x+6}{-x+2}\leq 0$.

Solution

Voici ci-contre le tableau de signes comprenant les expressions $2x+6$ et $-x+2$ (noter la double barre pour $x=2$ dans la dernière ligne, qui indique que l'expression $\dfrac{2x+6}{-x+2}$ n'est pas définie pour cette valeur de x).

On en déduit le signe du quotient donc $\mathcal{S}=]-\infty\,;-3]\cup]2\,;+\infty[$.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
Signe de $2x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $\dfrac{2x+6}{-x+2}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Compléments numériques

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : **95**

15 Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes.

$(I_1) : (2x+4)\,(3x-9) > 0$

$(I_2) : (x-1)\,(4-3x) > 0$

$(I_3) : (x-1)\,(3-3x) > 0$

$(I_4) : \dfrac{-2x+4}{3+x} \geq 0$

$(I_5) : \dfrac{x+1}{(x+2)(3-x)} \leq 0$

16 Soit (I) l'inéquation $x^2 - 4 \geq 0$.

a. Factoriser l'expression $x^2 - 4$.

b. Dresser le tableau de signes de $x^2 - 4$ puis résoudre (I).

Exercices | **Parcours 1**

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 96

1 Résoudre les équations :

a. $-2x+8=0$

b. $x^2=36$

c. $x^2=7$

d. $(x-2)(x+3)=0$

e. $\dfrac{(2x-10)(x+4)}{x-5}=0$

2 Résoudre les équations :

a. $(x-1)(x+3)=0$

b. $(2x-3)(4-x)=0$

c. $\dfrac{(x-3)(2x+4)}{x+2}=0$

3 Résoudre les inéquations :

a. $-3x>12$

b. $7-x\leq 13$

c. $2x+3>5x-1$

4 Résoudre les inéquations en dressant un tableau de signes.

a. $(x-1)(x-2)\leq 0$

b. $(2x+4)(3-x)<0$

Exercices | Parcours 2

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 97

1 Résoudre les équations suivantes :

a. $-5x+3=3x+11$

b. $(x-3)(2x+4)(2x-7)=0$

c. $(2x+4)^2=36$

d. $\dfrac{-4x+4}{3x-6}=0$

2 Résoudre les inéquations suivantes :

a. $3-2x<7$

b. $5(x-2)\geq 10$

c. $(2x+3)^2\leq 4x^2$

3 Résoudre les inéquations suivantes en dressant un tableau de signes.

a. $(x-2)(3-2x)\geq 0$

b. $\dfrac{2x-4}{x+3}\geq 0$

4 Au marché, j'ai acheté x kg de prunes à 5 €/kg et y kg de pommes à 3 €/kg.

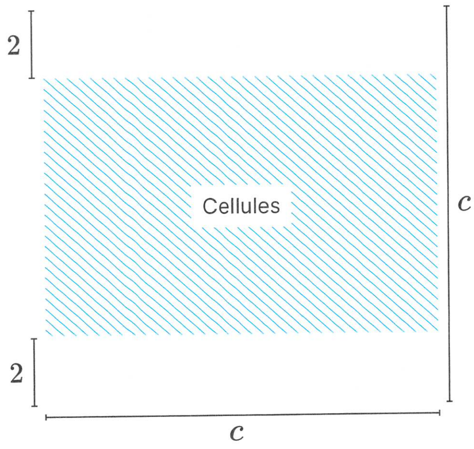
a. Donner en fonction de x et y le prix total payé.

b. J'ai payé au total 20 € et j'ai acheté 1 kg de prunes. Quelle quantité de pommes ai-je achetée ?

c. Le lendemain, j'ai payé au total 20 € et j'ai acheté 2 kg de pommes. Quelle quantité de prunes ai-je achetée ?

d. Le surlendemain, j'ai encore payé 20 € et au total, j'ai acheté $5{,}2$ kg de fruits.
Quelles quantités de prunes et de pommes ai-je achetées ?

5 Un panneau solaire a la forme d'un carré de côté $c\ cm$, et les cellules occupent toute la surface du panneau sauf deux bandes de $2\ cm$ en haut et en bas, qui servent de support.



a. Exprimer l'aire $A(c)$ des cellules en fonction du côté c, en cm^2.

b. Développer $(c+46)\,(c-50)$:

c. Pour quelle valeur de c l'aire $A(c)$ est $2300\ cm^2$?

d. Développer et factoriser $(c-2)^2-22^2$.

e. Pour quelle valeur de c l'aire $A(c)$ est $480\ cm^2$?

6 La production d'un véhicule compact électrique génère l'émission de $11t$ de CO_2, contre seulement $4t$ pour un véhicule thermique équivalent. Par contre, les émissions de CO_2 au km sont respectivement $10\ g$ et $110\ g$.

À partir de combien de km un véhicule électrique émet au total moins de CO_2 qu'un véhicule thermique équivalent ?
Il est important de noter que ces chiffres sont des estimations et qu'il faut prendre l'ensemble du cycle de vie d'un véhicule pour une évaluation plus complète de son impact environnemental.

7 Les deux premières notes de Lucia en mathématiques sont 12 et 14.

a. En appelant x sa troisième note, exprimer la moyenne des trois notes en fonction de x.

b. Pour quelles valeurs de x cette moyenne est au moins 15 ?

Exercices | Parcours 3

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : **99**

1 Résoudre les équations suivantes :

a. $2(2x-4)^2 = 32$

b. $\dfrac{x+8}{4x+1} = \dfrac{1}{4}$

2 Dans chaque cas, utiliser une identité remarquable pour factoriser le premier membre puis résoudre l'équation.

a. $x^2 - 6x + 9 = 16$

b. $(x-1)^2 - 3^2 = 0$

c. $(x+2)^2 - (2x+1)^2 = 0$

3 Soit $A = (x-3)^2 - 16$.

a. Résoudre l'équation $A = -16$.

b. Factoriser A en utilisant une identité remarquable.

c. Résoudre l'équation $A = 0$.

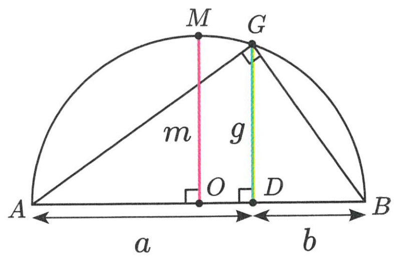
d. Développer A.

e. Résoudre l'équation $A = -7$.

4 J'ai le tiers de l'âge de mon père, mais il y a 5 ans, j'avais le quart de l'âge qu'il avait alors. Quel est mon âge ?

5 Donner une inéquation dont l'ensemble des solutions est $]-\infty\,;0] \cup [1\,;+\infty[$.

6 Dans la figure ci-contre, O est le milieu du segment $[AB]$ donc le centre du demi-cercle de diamètre $[AB]$.
On admet que les triangles ADG et GDB sont semblables dans cet ordre.



a. Exprimer le rayon m du cercle en fonction de a et b.

b. Démontrer que $\dfrac{a}{g} = \dfrac{g}{b}$ et en déduire g en fonction de a et b.

c. Par un raisonnement graphique, justifier que $\dfrac{a+b}{2}$ (la moyenne arithmétique de a et b) est inférieure à $\sqrt{ab}$ (la moyenne géométrique de a et b).

d. En développant $\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$, retrouver cette inégalité.

7 Déterminer tous les réels x qui sont strictement plus grands que leur cube.

Autoévaluation

Corrigé QCM
↘ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 101

QCM · Pour chacune des 10 questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.	Ma note / 10

1 L'ensemble des solutions de $x(x-2)=0$ est :

a. ☐ $\{2\}$
b. ☐ $\{0\,;\,2\}$
c. ☐ $\{0\,;\,-2\}$

2 Soit a un nombre. Le nombre de solutions de l'équation $x^2=a$ est :

a. ☐ 2
b. ☐ 1
c. ☐ 0, 1 ou 2

3 Pour $x \neq 0$, l'équation $\dfrac{x+2}{x}=0$ est équivalente à :

a. ☐ $x+2=0$
b. ☐ $x+2=x$
c. ☐ $x=2$

4 L'équation $x(x+2)=x(2x+3)$ est équivalente à :

a. ☐ $x+2=2x+3$
b. ☐ $x=0$ ou $-x-1=0$
c. ☐ aucune des réponses ci-dessus

5 L'équation $(x+2)(x+3)=1$ est équivalente à :

a. ☐ $x+2=1$ ou $x+3=1$
b. ☐ $x+2=2x+3$
c. ☐ aucune des réponses ci-dessus

6 L'ensemble des solutions de $2x-8 \geq 0$ est :

a. ☐ $]-\infty\,;\,4]$
b. ☐ $[4\,;\,+\infty[$
c. ☐ $]4\,;\,+\infty[$

7 L'ensemble des solutions de $-5x+8>3$ est :

a. ☐ $]-\infty\,;\,-1[$
b. ☐ $]-\infty\,;\,1]$
c. ☐ $\left]\dfrac{11}{5}\,;\,+\infty\right[$

8 L'inéquation $\dfrac{x+2}{-5}>1$ est équivalente à :

a. ☐ $x+2>-5$
b. ☐ $x+2<-5$
c. ☐ aucune des réponses ci-dessus

9 L'inéquation $\dfrac{x+2}{x}>1$ a pour ensemble de solutions :

a. ☐ $\mathbb{R}$
b. ☐ $]-\infty\,;\,-2]\cup]0\,;\,+\infty[$
c. ☐ $]0\,;\,+\infty[$

10 Le carré de x est plus grand que x :

a. ☐ pour tout x
b. ☐ pour aucun x
c. ☐ ça dépend de x

Algorithmique, TICE & logique

Compléments numériques

Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 102

1 Le 1er janvier d'une certaine année, on place 1000 € à la banque, sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux de 2% par an : au bout de n années, le capital sera $1000 \times 1,02^n$.

a. Compléter la fonction **capital** suivante pour qu'elle renvoie le capital au bout de n années.

```
def capital (n) :
      return .............
```

b. On souhaite déterminer au bout de combien d'années le capital dépasse 2000 €.
Compléter le programme suivant pour qu'il réponde à la question :

```
n=0
while .............
      n = n + 1
print("Le capital dépassera 2000 euros au bout de" , n , "années")
```

c. Écrire une fonction qui prend en entrée un capital c et qui renvoie le nombre d'années à partir desquelles $1\,000$ euros placés au taux annuel de 2% dépassent c.

2 On considère l'équation $E(x) : (x-2)\,(x-3) = 0$.

a. Résoudre cette équation.

b. Soit x un nombre et A la proposition : « si $x = 2$ alors x est solution de (E) ».
Cette proposition est-elle vraie pour tout x ?

c. Quelle est la réciproque de A ? Cette réciproque est-elle vraie pour tout x ?

d. Est-il vrai que si $x \neq 2$ alors x n'est pas solution de (E) ?

e. Est-il vrai que si x n'est pas solution de (E) alors $x \neq 2$?