

Chapitre 14

Proportions et pourcentages

Objectifs

- ↘ Connaître la variation absolue et la variation relative d'une évolution.
- ↘ Savoir exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.
- ↘ Savoir traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.
- ↘ Savoir exploiter la relation entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution.
- ↘ Savoir calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs.
- ↘ Savoir calculer un taux d'évolution réciproque.



↳ Culture scientifique

Leonardo de Pise, dit Fibonacci (1175-1250) est un mathématicien italien connu pour son livre « *Liber Abaci* » dans lequel il introduit le système de numération indo-arabe en Europe. Il met en évidence une séquence de nombres où chaque nombre est la somme des deux nombres précédents, en commençant par 0 et 1, appelée suite de Fibonacci. Il explore les proportions dans la nature et les phénomènes mathématiques.



Et sinon, dans la vraie vie ?

Les pourcentages sont omniprésents dans la vie quotidienne. On les utilise dans de nombreux domaines : la finance (taux d'intérêt, inflation, soldes), l'économie (taux de chômage, impôts), les statistiques (sondages d'opinion, élections) et la vie quotidienne (recette, météo).



A Population totale - sous-population - individu

► Définitions

On appelle **population totale** un ensemble d'éléments appelés les individus.

On appelle **sous-population** une partie de la population.

Exemple

Dans une classe, la population est l'ensemble des élèves.

- Une sous-population est l'ensemble des inscrits à l'UNSS.
- Un individu de la population est un élève de la classe et un individu de la sous-population est un élève inscrit à l'UNSS.

B Proportion d'une sous-population

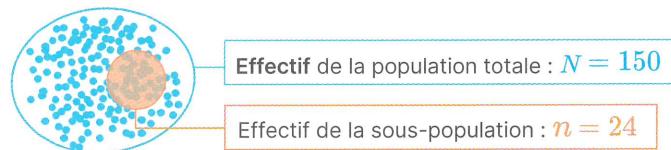
Propriété

On considère une population d'effectif N et une sous-population d'effectif n .

La **proportion** p de la sous-population est le quotient $p = \frac{n}{N}$.

Proportion de la sous-population :

$$p = \frac{24}{150} = 0,16 = 16\%$$



Remarque

Une proportion peut s'exprimer sous forme d'une fraction ou d'une écriture décimale ou d'un pourcentage :

Écriture décimale	Fraction	Pourcentage
0,16	$\frac{24}{150}$	16%
0,25	$\frac{1}{4}$	25%

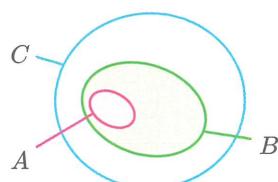
c Proportion de proportion

Propriétés

Soit C une population, B une sous-population de C et A une sous-population de B .

On a alors : $A \subset B \subset C$.

Si p_1 est la proportion de A dans B et p_2 est la proportion de B dans C , alors la proportion de A dans C est $p = p_1 \times p_2$.



Exemple

Dans un lycée, 54% des élèves sont des filles.

Parmi ces filles, 20% jouent au rugby.

La proportion p de filles jouant au rugby parmi tous les élèves du lycée est :

$$p = \frac{20}{100} \times \frac{54}{100} = 0,2 \times 0,54 = 0,108 = 10,8\%$$

1 Compléter le tableau ci-dessous avec les proportions sous diverses écritures. La fraction est donnée sous forme irréductible.

Écriture décimale	Fraction	Pourcentage
0,2		
	$\frac{7}{8}$	
		5,5%

2 Le film *Intouchables*, sorti en 2011, enregistre en 2023 un total de 51 390 018 entrées dans le monde. Au cours du premier mois après sa sortie, il a réalisé 10 060 497 entrées. Quelle est la part des entrées au bout du premier mois du film par rapport au nombre d'entrées cumulées ? Arrondir au dixième.



3 Dans une petite ville de 5 000 personnes, 60% de la population sont des adultes dont 40% sont des hommes.

a. Calculer la proportion d'hommes adultes dans cette ville.

b. En déduire le nombre d'hommes adultes.

4 Dans un garage automobile de 80 voitures :

- 70% des véhicules sont des électriques ;
- parmi les véhicules électriques, 37,5% sont des Berlines, les autres sont des Citadines ;
- 30% des voitures sont des Berlines.



Compléter le tableau ci-contre avec les effectifs :

	Électriques	Thermiques	Total
Citadine
Berline
Total

5 Un journal assure 15% des ventes du marché. Ses exemplaires numériques représentent 49% de ses ventes. Quelle proportion exprimée en pourcentage représente les exemplaires numériques de ce journal ?

D Variation d'une quantité

Definitons

On considère une quantité qui évolue entre deux instants et on appelle V_i sa **valeur initiale** non nulle et V_f sa **valeur finale**.

- La **variation absolue** de cette quantité est le nombre $V_f - V_i$.
- Le **taux d'évolution** t de cette quantité est la **variation relative** entre V_i et V_f : $t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$.
- Le **coefficient multiplicateur** CM entre V_i et V_f est $CM = \frac{V_f}{V_i}$.

Exemple

Avant les soldes, une veste coûte 80 €. Après les soldes, elle est affichée à 64 €.

$$\text{Le taux d'évolution est : } t = \frac{64 - 80}{80} = -\frac{16}{80} = -0,2 = -20\%.$$

$$\text{Le coefficient multiplicateur est : } CM = \frac{64}{80} = 0,8.$$

E Taux d'évolution

Propriété

Soit t le **taux d'évolution** et CM le **coefficient multiplicateur**.

On a : $CM = 1 + t$ autrement dit $t = CM - 1$.

- Lorsque $t > 0$, l'évolution est **une augmentation** qui correspond à : $CM > 1$.
- Lorsque $t < 0$, l'évolution est **une diminution** qui correspond à : $CM < 1$.

Exemples

Augmenter une quantité de 30% revient à la multiplier par $CM = 1 + \frac{30}{100} = 1,3$.

Diminuer une quantité de 30% revient à la multiplier par $CM = 1 - \frac{30}{100} = 0,7$.

F Évolutions successives

Propriétés

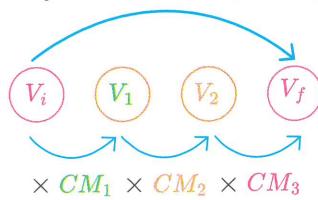
- Si une grandeur subit des évolutions successives alors le **coefficient multiplicateur global** CM_g est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution :

$$CM_g = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n.$$

- Le coefficient multiplicateur global CM_g permet de déterminer le **taux d'évolution global** :

$$t_g = CM_g - 1.$$

$$CM_g = CM_1 \times CM_2 \times CM_3$$



Exercice résolu

Un magasin pratique deux périodes de soldes. Une première période où il propose 20% de rabais puis une seconde où il propose 10% de rabais. Quel est le taux d'évolution global après les deux diminutions ?

- Une baisse de 20% correspond à un coefficient multiplicateur CM_1 égal à 0,8.
- Une baisse de 10% correspond à un coefficient multiplicateur CM_2 égal à 0,9.

Le coefficient multiplicateur global est $CM_g = CM_1 \times CM_2 = 0,8 \times 0,9 = 0,72$.

Le taux d'évolution global $t_g = CM_g - 1$, donc $t_g = -0,28 = -28\%$.

6 Relier les évolutions correspondantes.

$\times 0,9$	•	• diminution de 10%
$\times 1,5$	•	• augmentation de 50%
$\times 0,6$	•	• augmentation de 40%
$\times 1,4$	•	• diminution de 40%

7 a. Le salaire de Paul est passé de 1 000 € à 1 050 €. Quel est le taux d'évolution ?

b. Le salaire de Marie est passé de 1 600 € à 1 650 €. Quel est le taux d'évolution ?

c. Le salaire de Jean est passé de 2 550 € à 2 500 €. Quel est le taux d'évolution ?

8 Entre 2022 et 2023, un magazine de presse papier a perdu 15% de ses adhérents.

Quel taux d'augmentation de ses adhérents ce même magazine devait-il viser pour retrouver le même nombre d'adhérents qu'en 2022 ? Arrondir à l'unité.



9 Compléter le tableau suivant :

t_1	t_2	CM_1	CM_2	CM_g	t_g
-20%	10%	0,8	1,1	0,88	-12%
15%	-40%				
	-25%	0,75			
-40%					-4%

10 Le prix d'un article subit une augmentation de 35% puis une diminution de 30%.

Le prix final après ces deux évolutions est-il une augmentation ou une diminution ? Justifier.

11 Une valeur boursière augmente de 7% sur les six premiers mois de l'année et puis accuse une diminution de 7% sur le dernier semestre. Calculer le pourcentage de l'évolution globale de la valeur boursière sur l'année. Arrondir à l'unité près.



G Évolutions réciproques

↓ Définition

Soit t le taux d'évolution d'une quantité de V_i à V_f .

On appelle **taux d'évolution réciproque de t** , le taux d'évolution qui appliqué à la valeur finale V_f permet de retrouver la valeur initiale V_i .

Propriétés

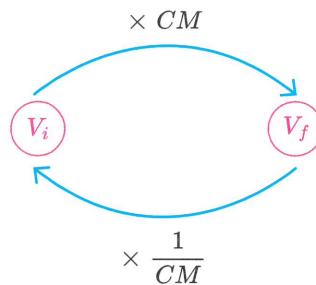
Deux **taux d'évolution réciproques** ont des **coefficients multiplicateurs inverses**.

Soit t le taux d'évolution associé à un coefficient multiplicateur non nul CM et t_r son taux d'évolution réciproque associé à CM_r .

$$\text{Alors, } CM_r = \frac{1}{CM} \text{ et } t_r = \frac{1}{CM_r} - 1.$$

$$\text{Ainsi, } V_i = V_f \cdot \frac{1}{CM}.$$

$$V_i = \frac{1}{CM \times V_f} \text{ donc } CM_r = \frac{1}{CM} \text{ et } t_r = \frac{1}{CM_r} - 1.$$



Exercice résolu

Après une augmentation de 9%, le prix d'un article est de 545 euros.

Quel était son prix initial p_i ?

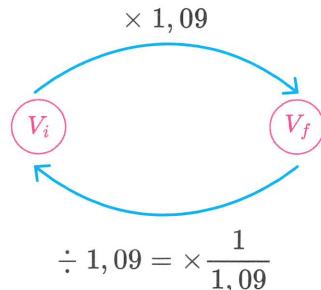
$$CM = 1 + t = 1 + \frac{9}{100} = 1,09$$

$$\text{donc } CM_r = \frac{1}{CM} = \frac{1}{1,09}$$

$$\text{donc } p_i = CM_r \times p_f = \frac{1}{1,09} \times p_f$$

$$p_i = \frac{545}{1,09} = 500$$

L'article coûtait 500 euros.



Autre résolution :

$$p_f = p_i \times \left(1 + \frac{9}{100}\right)$$

$$545 = p_i \times 1,09$$

$$p_i = \frac{545}{1,09} = 500.$$

L'article coûtait 500 euros.

12

Un article subit une augmentation de 35% puis une diminution de 9%.

a. Le prix final après ces deux évolutions est-il une augmentation ou une diminution ? Justifier.

b. Déterminer le taux d'évolution qu'il faut appliquer après ces deux évolutions pour retrouver le prix initial avant les deux variations.

13

Compléter le tableau suivant :

Taux d'évolution t	CM associé à t	CM_r réciproque associé à t_r	Taux d'évolution réciproque t_r
25%
-50%

14

Quelle est l'évolution réciproque d'une augmentation de 23% ? Arrondir à l'unité près.

15

Après une augmentation de 10%, un prix s'établit à 132 euros.

a. Calculer le prix initial.

b. Déterminer le taux d'évolution qu'il faut appliquer après ces deux évolutions pour retrouver le prix initial avant les deux variations.

1

Dans une classe de 18 élèves, on compte 6 élèves qui ont des lunettes.
 Calculer la proportion, dans cette classe, des élèves qui ont des lunettes.



2

Dans une ville du sud de la France sur les 353 245 habitants, seulement 15,5% avaient moins de 15 ans.
 Déterminer le nombre d'habitants de moins de 15 ans. Arrondir à l'habitant près.

3

En 2023, parmi les 15 000 tulipes que Michel a cultivées, 4 600 sont des tulipes Darwin.
 En 2022, elles représentaient 30% de sa production.
 En quelle année la proportion de tulipes Darwin produites est-elle la plus importante ?



4

Une entreprise compte 215 employés :

- 11% des employés sont des cadres et le reste des ouvriers ;
- 25 employées de cette entreprise sont des femmes et parmi elles, 16 sont des cadres.

Compléter le texte qui suit (arrondir les résultats à l'unité) :

Dans cette entreprise, il y a cadres.

Les femmes représentent % des employés.

La proportion de cadres parmi les femmes est de %.

5

Un regroupement de lycées compte 10 000 élèves dont 40% sont en seconde.
 Une étude montre que 67% des élèves de seconde vont choisir la spécialité Mathématiques.
 Combien d'élèves seront inscrits à la spécialité Mathématiques en Première ?



6

Associer les évolutions aux coefficients multiplicateurs :

$\times 0,4$	• diminution de 90%
$\times 1,7$	• diminution de 60%
$\times 0,1$	• diminution de 50%
$\times 0,5$	• augmentation de 70%

Exercices | Parcours 2

Compléments numériques

Sur Sacado via votre ENT

À consulter dans "Livre numérique"

en indiquant le numéro de page :

199



1 Un paquet contient des noisettes et des noix qui sont soit enrobées de chocolat, soit enrobées de caramel.



a. Compléter le tableau ci-dessous.

	Noisettes	Noix	Total
Chocolat	8		
Caramel			32
Total	20		60

Pour la suite, les proportions seront données sous forme décimale, arrondies au centième.

b. Calculer la proportion de noix dans ce paquet :

c. Calculer la proportion de noisettes caramélisées dans ce paquet :

d. Calculer la proportion de noisettes qui sont caramélisées, parmi les noisettes dans ce paquet :

2 La classe de Seconde A est composée de 30 élèves dont 12 sont internes.

La classe de Seconde B est composée de 25 élèves dont 11 sont internes.

a. Calculer la proportion d'internes dans chaque classe :

b. Calculer la proportion d'internes sur ces deux classes réunies :

c. Conclure :

3 a. Augmenter une quantité de 50% revient à multiplier par :

b. Diminuer une quantité de 25% revient à multiplier par :

c. Diminuer une quantité de 10% revient à multiplier par :

d. Augmenter une quantité de 100% revient à multiplier par :

4 Un article coûte initialement 50 euros. Après une diminution, son prix est de 12,50 euros.

Déterminer le taux d'évolution appliqué. Arrondir à l'unité.

5 On augmente une valeur V_0 de $p\%$ pour obtenir une valeur V_1 .

Démontrer que le coefficient multiplicateur entre V_0 et V_1 est $CM = \left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Exercices | Parcours 3

Compléments numériques

✓ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **200**



1 Une réserve animalière accueille 120 lions et éléphants, mâles et femelles :

- 30% sont des éléphants ;
- parmi les lions, 25% sont des mâles ;
- il y a 32 mâles dans la réserve.

- Compléter le tableau ci-contre.
- Calculer le pourcentage d'éléphantes dans cette réserve. Arrondir à l'unité.

	Lions	Éléphants	Total
Mâles
Femelles
Total	120

2 Lors d'un meeting d'athlétisme, 76 athlètes sont anglophones, ce qui correspond à 80% des athlètes. 60% de l'ensemble des athlètes sont des femmes et parmi elles, 49 sont anglophones.



- Calculer le nombre d'athlètes participant au meeting.
- Construire un tableau à double entrée donnant la répartition des effectifs.
- La proportion des athlètes anglophones est-elle plus importante chez les hommes ou chez les femmes ?

3 Un établissement bancaire propose ce placement :

«Si vous déposez un capital de 10 000 euros, vous obtenez un capital de 15 000 euros au bout de 10 ans.».



- Quel est le taux global d'évolution de ce placement pour ces 10 années ?
- Sachant que ce placement est à intérêts composés, calculer le taux annuel moyen, en pourcentage, au centième près.
- Finalement, on place le capital de 10 000 euros à 5% d'intérêts composés. Quel capital obtiendra-t-on au bout de 10 ans ?

Autoévaluation

QCM · Pour chacune des 10 questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Ma note
/ 10

Corrigé QCM

✓ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **201**



1 Dans une classe de 30 élèves, 80% d'entre eux ont participé à un projet caritatif. Combien d'élèves cela représente-t-il ?

- a. 8 élèves
- b. 22 élèves
- c. 24 élèves

2 Dans une entreprise de 120 employés, 65% des employés ont un abonnement à la salle de sport. Quel est le pourcentage d'employés qui n'ont pas d'abonnement à la salle de sport ?

- a. 35%
- b. 42%
- c. 65%

3 Le taux d'évolution réciproque d'une augmentation de 25% est :

- a. -25%
- b. 0,8
- c. -20%

4 Diminuer une quantité de 5% c'est la multiplier par :

- a. 0,05
- b. 0,95
- c. 1,05

5 Augmenter une quantité de 40% c'est la multiplier par :

- a. 40
- b. 0,4
- c. 1,4

6 Un produit est vendu au prix de 90 €. Si son prix est augmenté de 20%, quel sera son nouveau prix ?

- a. 102 €
- b. 120 €
- c. 108 €

7 Un magasin a pratiqué deux périodes de soldes. La première période était à 30%, la deuxième à 40%. Quel est le taux d'évolution globale après les deux périodes de soldes ?

- a. -42%
- b. -58%
- c. -70%

8 Un téléphone reconditionné a baissé de 20%, il coûte maintenant 350 €. Quel était son prix de départ ?

- a. 280 €
- b. 420 €
- c. 437,50 €

9 Une classe de 36 élèves compte 9 filles et 27 garçons. Quelle est la proportion de filles dans la classe ?

- a. 33%
- b. 25%
- c. 75%

10 Dans un lycée de 500 élèves, il y a 320 garçons. Ce lycée compte 36% de filles.

- a. vrai
- b. faux
- c. On ne peut pas savoir

1 On donne la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F
1	taux d'évolution 1	Coefficient multiplicateur 1	taux d'évolution 2	Coefficient multiplicateur 2	Coefficient multiplicateur global	taux d'évolution global
2						
3						
4	+30%	1,30	-10%	0,90	1,17	17%
5	+20%		-20%			
6	+5,5%		+5,5%			
7	-30%		+60%			
8		1,8	-40%			
9		0,20			0,01	
10						

a. Écrire dans la cellule **A8** la formule **=B8-1** et l'étirer vers le bas. Pourquoi la cellule **A10** renvoie une erreur ?

b. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **B5** pour compléter la colonne **B** en l'étirant vers le bas ?

c. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **C9** pour compléter la colonne **C** en l'étirant vers le bas ?

d. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **D5** pour compléter la colonne **D** en l'étirant vers le bas ?

e. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **E5** pour compléter la colonne **E** en l'étirant vers le bas ?

f. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **F5** pour compléter la colonne **F** en l'étirant vers le bas ?

2 On donne la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D
1	taux d'évolution	Coefficient multiplicateur	Coefficient multiplicateur inverse	Taux d'évolution réciproque
2				
3				
4	30 %	1,30	0,769	-2,1
5	20 %			
6	-20 %			
7	5 %			
8	-5 %			
9		1,90		
10			0,6	

a. Écrire dans la cellule **A9** la formule **=B9-1** et l'étirer vers le bas. Pourquoi la cellule **A10** renvoie une erreur ?

b. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **B5** pour compléter la colonne **B** en l'étirant vers le bas ?

c. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **C5** pour compléter la colonne **C** en l'étirant vers le bas ?

d. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **D5** pour compléter la colonne **D** en l'étirant vers le bas ?