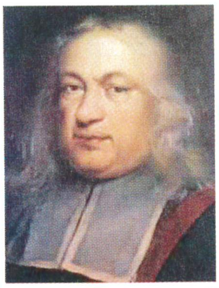
Chapitre 13
Équation de droites

Objectifs

- Savoir déterminer une équation de droite à partir de deux points, un point et un vecteur directeur ou un point et la pente.
- Savoir déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique.
- Savoir tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite.
- Savoir déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.
- Savoir résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues et savoir déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes.



Culture scientifique

Pierre de Fermat (1601-1665) est un mathématicien français.
Il a apporté des contributions importantes à l'étude des équations diophantiennes et à la théorie des nombres.
Il énonce le Grand théorème de Fermat sans démonstration par «*faute de place dans la marge*». Il faudra attendre Andrew Wiles en 1994 pour obtenir une démonstration.

Et sinon, dans la vraie vie ?

Dans l'ingénierie civile, les ingénieurs utilisent des équations de droites pour modéliser les lignes de force dans les éléments rectilignes des structures et les ponts, garantissant ainsi leur stabilité et leur sécurité.

Cours et applications directes

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 176

A Équation à deux inconnues

↘ Définitions

Une **équation à deux inconnues** est de la forme $(E) : ax + by = c$, avec a, b et c des nombres réels donnés.
Une **solution** d'une équation à deux inconnues est un couple $(x_0\,;y_0)$ qui vérifie l'égalité.

Exemple
$(E) : 3x - 2y = 23$ est une équation à deux inconnues.
Le couple $(\,5\,;\,-4\,)$ est une solution de l'équation (E). En effet, $3 \times 5 - 2 \times (-4) = 15 + 8 = 23$.

B Système de deux équations à deux inconnues

↘ Définition

Un système de deux équations à deux inconnues peut s'écrire sous la forme $(S) : \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ avec a, b, c, a', b' et c' qui sont des nombres réels donnés.
Une solution d'un système de deux équations à deux inconnues est un couple $(x_0\,;y_0)$ qui vérifie les deux égalités.

Exemple
Le couple $(\,2\,;\,3\,)$ est une solution du système $(S) : \begin{cases} 4x - 5y = -7 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$
En effet : $4 \times 2 - 5 \times 3 = -7$ et $3 \times 2 - 3 = 3$.

C Résoudre un système

↘ Définition

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues signifie déterminer tous les couples solutions de ce système.

Méthode

Pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, il existe deux méthodes :

· Par substitution : "substituer" signifie "remplacer".
Une inconnue est exprimée en fonction de l'autre puis son expression est substituée dans l'autre équation.

$$(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 5y = 9 \end{cases}$$

donc $(S) \iff \begin{cases} 2(5y + 9) + 3y = 5 \\ x = 5y + 9 \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} 10y + 18 + 3y = 5 \\ x = 5y + 9 \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} 13y = -13 \\ x = 5y + 9 \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} y = -1 \\ x = 5 \times (-1) + 9 \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} y = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Donc le système a une unique solution qui est le couple $(\,4\,;\,-1\,)$.

· Par combinaison linéaire : des opérations sont effectuées sur les équations pour éliminer une des deux inconnues.
La multiplication par un réel non nul des deux membres d'une équation ou la somme des deux équations membre à membre ne changent pas les solutions du système.

$$(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 5 & (L_1) \\ x - 5y = 9 & (L_2) \end{cases}$$

donc $(S) \iff \begin{cases} 2x + 3y = 5 & (L_1) \\ -2x + 10y = -18 & (L_2) \times (-2) \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} 13y = -13 & (L_1) - 2 \times (L_2) \\ x - 5y = 9 & (L_2) \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} y = -1 \\ x - 5 \times (-1) = 9 \end{cases}$

donc $(S) \iff \begin{cases} y = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Donc le système a une unique solution qui est le couple $(\,4\,;\,-1\,)$.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 177

1 Les couples proposés sont-ils solutions de l'équation $(E) : 5x + 3y = 4$?

· $(-1\,;\,3)$

· $(2\,;\,-4)$

· $\left(4\,;\,\dfrac{16}{3}\right)$

· $\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{3}{4}\right)$

2 Résoudre par substitution le système (S) : $\begin{cases} 3x + y = -19 \\ -x + 2y = -3 \end{cases}$

3 Résoudre par combinaison linéaire le système (S) : $\begin{cases} 4x - 5y = -37 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$

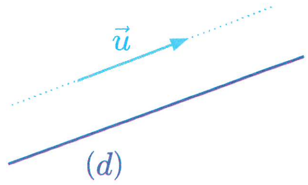
4 6 croissants et 7 pains aux raisins coûtent 17 €.
4 croissants et 4 pains aux raisins coûtent $9{,}20$ €.
Quel est le prix d'un croissant et d'un pain aux raisins ?

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 178

D Vecteur directeur d'une droite

Définition

Soit (d) une droite.
On appelle **vecteur directeur** de (d) tout vecteur non nul ayant la même direction que (d).



Remarque

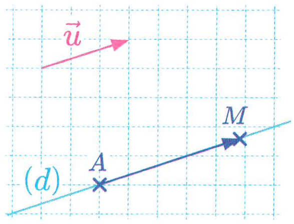
Une droite a une infinité de vecteurs directeurs. Si $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (d), alors tout vecteur non nul colinéaire à $\vec{u}$ est aussi un vecteur directeur de (d).

E Définition d'une droite par un point et un vecteur directeur

Propriété

Soit (d) la droite de vecteur directeur $\vec{u}$ et passant par le point A.

Alors pour tout point M de (d), les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.



Définition

La droite (d) de vecteur directeur $\vec{u}$ et passant par le point A est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

F Équation cartésienne d'une droite

Propriété

Soit (d) une droite, alors il existe a, b et c trois nombres avec $(a\,;b) \neq (0\,;0)$,
tels que tous les points $M(x\,;y)$ de (d) ont leurs coordonnées qui sont solutions de l'équation $(E) : ax + by + c = 0$.
Cette équation est appelée **équation cartésienne** de la droite (d).

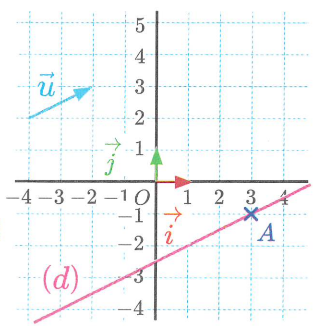
Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d).

Exemple

Soit (d) la droite passant par $A(3\,;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.

Soit $M(x\,;y)$ un point du plan.

$$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x - x_A\\y - y_A\end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y+1\end{pmatrix} \text{ donc } \det\left(\overrightarrow{AM}\,;\vec{u}\right) = \begin{vmatrix}x-3 & 2\\y+1 & 1\end{vmatrix}$$
$$= (x-3)\times 1 - (y+1)\times 2$$
$$= x - 3 - 2y - 2$$
$$= x - 2y - 5$$

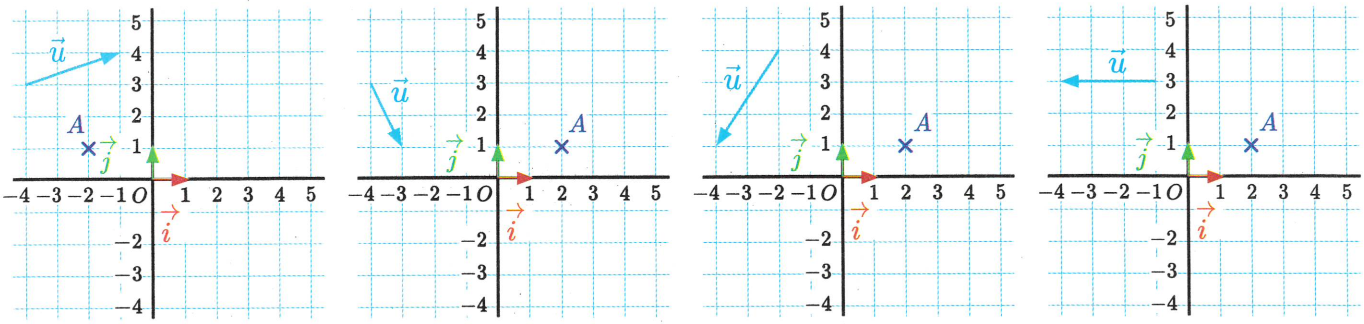


$$M \in (d) \iff \overrightarrow{AM} \text{ et } \vec{u} \text{ sont colinéaires} \iff \det\left(\overrightarrow{AM}\,;\vec{u}\right) = 0$$

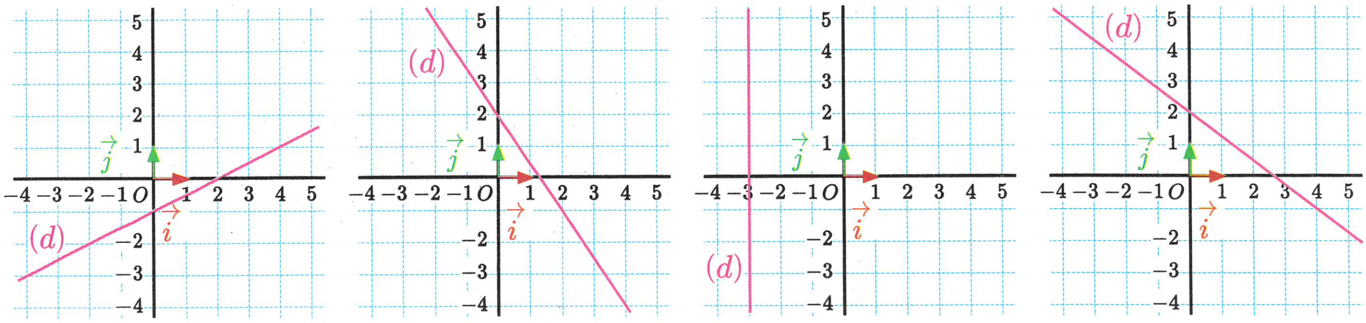
Donc (d) est l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que $x - 2y - 5 = 0$.
Une équation cartésienne de la droite (d) est $x - 2y - 5 = 0$.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 179

5 Dans chaque cas, construire la droite (d) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.



6 Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur directeur de chaque droite représentée.



Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d).

Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d).

Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d).

Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d).

7 On considère la droite (d) qui a pour équation cartésienne (E) : $5x - 4y - 7 = 0$.

a. Le point $A(3\,;\,2)$ appartient-il à la droite (d) ?

....

....

b. Le point $B(-2\,;\,-4)$ appartient-il à la droite (d) ?

....

....

8 a. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d_1) : $3x - 2y + 5 = 0$.

....

....

b. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d_2) : $-4x + 5y - 10 = 0$.

....

....

Compléments numériques

Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 180

G Équation réduite d'une droite

Définition

On considère une droite (d) d'équation cartésienne $(E) : ax + by + c = 0$.

- Si $b = 0$, alors (E) est équivalente à une équation (E_1) de la forme : $x = k$.
- Si $b \neq 0$, alors (E) est équivalente à une équation (E_1) de la forme : $y = mx + p$.

Dans ce dernier cas, l'équation (E_1) est appelée **l'équation réduite** de la droite (d).

- m est appelé la pente ou le coefficient directeur de la droite (d).
- p est appelé l'ordonnée à l'origine de la droite (d).

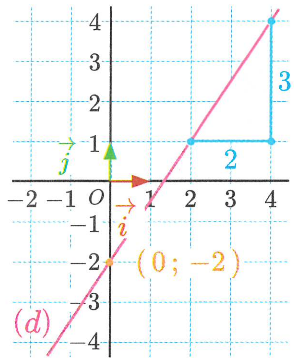
Exemple

Soit (d) la droite dont une équation cartésienne est $(E) : -3x + 2y + 4 = 0$.

$$-3x + 2y + 4 = 0 \iff 2y = 3x - 4 \iff y = \frac{3}{2}x - \frac{4}{2} \iff y = \frac{3}{2}x - 2$$

d'où l'équation réduite de la droite (d) : $y = \dfrac{3}{2}x - 2$.

$y = mx + p$ avec $m = \dfrac{3}{2}$ et $p = -2$.



Propriété

Soit $A(x_A\,; y_A)$ et $B(x_B\,; y_B)$ deux points.

- Si $x_A = x_B$ alors la droite (AB) a pour équation réduite $x = x_A$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB).
- Si $x_A \neq x_B$ alors (AB) a une équation réduite de la forme : $y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB).

H Droites parallèles

Propriété

Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

Exemple

On considère les droites suivantes : $(d_1) : 3x - 2y + 5 = 0$
$(d_2) : -6x + 5y - 3 = 0$

alors $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d_1) et $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}-5\\-6\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d_2).

$$\begin{aligned}\det\left(\overrightarrow{u_1}\,;\overrightarrow{u_2}\right) &= \begin{vmatrix}2 & -5\\3 & -6\end{vmatrix}\\ &= 2\times(-6) - 3\times(-5)\\ &= -12 + 15\\ &= 3 \neq 0\end{aligned}$$

Donc (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

Remarque

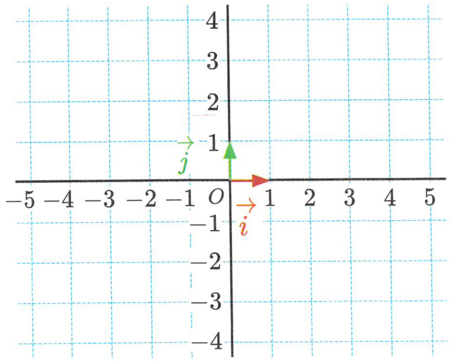
Des droites parallèles ont :

- soit des équations réduites de la forme $x = k$;
- soit des équations réduites de la forme $y = mx + p$ avec le même coefficient directeur m.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 181

9 Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par $A(2\,;\,-3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$.

10 Construire dans le repère ci-contre la droite (d) qui a pour équation cartésienne $(E) : 3x - 2y - 4 = 0$.



11 Déterminer l'équation réduite de chacune des droites :

- $(d_1) : 4x - 2y + 12 = 0$

  donc l'équation réduite de (d_1)

- $(d_2) : -5x + 3y - 7 = 0$

  donc l'équation réduite de (d_2)

- $(d_3) : 3x - 5 = 0$

  donc l'équation réduite de (d_3)

12 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$, on considère les points $A(-1\,;\,1)$ et $B(-3\,;\,-3)$.

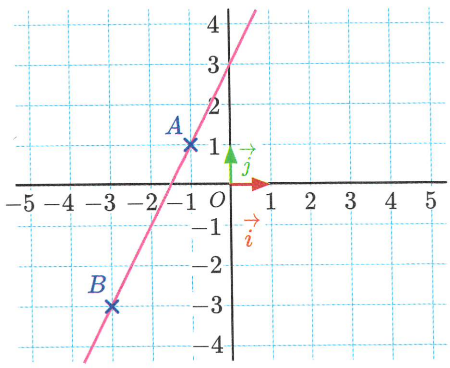
a. Compléter la rédaction suivante pour déterminer graphiquement l'équation réduite de la droite (AB).

La droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées donc

son équation réduite est de la forme

avec $m =$ $p =$

donc l'équation réduite de la droite (AB) est .



b. Retrouver le résultat par le calcul.

Compléments numériques
↘ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 182

I Point d'intersection de deux droites

Propriété

Soit $(d_1) : ax + by + c = 0$ et $(d_2) : a'x + b'y + c' = 0$

Si (d_1) et (d_2) sont sécantes alors le système $(S) : \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ a une unique solution $(x_0 ; y_0)$.

Le point d'intersection de (d_1) et (d_2) a pour coordonnées $(x_0 ; y_0)$.

Exemple

En reprenant l'exemple de la section H page 180, les droites $(d_1) : 3x - 2y + 5 = 0$ et $(d_2) : -6x + 5y - 3 = 0$ ne sont pas parallèles donc elles sont sécantes.

Leur point d'intersection a pour coordonnées le couple solution du système suivant :

$(S) : \begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ -6x + 5y - 3 = 0 \end{cases}$

Propriété

Soit $(S) : \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ un système de deux équations à deux inconnues.

- Si $a\,b' - a'\,b \neq 0$ alors (S) a une unique solution.
- Si $a\,b' - a'\,b = 0$ alors (S) a soit aucune solution soit une infinité de solutions.

Justification

$(d_1) : ax + by + c = 0$ a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

et

$(d_2) : a'x + b'y + c' = 0$ a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix} -b' \\ a' \end{pmatrix}$

$$\det\left(\overrightarrow{u_1} ; \overrightarrow{u_2}\right) = \begin{vmatrix} -b & -b' \\ a & a' \end{vmatrix} = -ba' + ab' = ab' - a'b$$

- Si $ab' - a'b \neq 0$, les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes donc le système a un unique couple solution.
- Si $ab' - a'b = 0$, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles donc soit confondues (et le système a une infinité de solutions) soit strictement parallèles (et le système n'a aucune solution).

Exemples

$(S_1) : \begin{cases} 3x - 2y + 4 = 0 \\ -5x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$

$3 \times 3 - (-5) \times (-2) = 9 - 10 = -1 \neq 0$
donc (S_1) a une unique solution.

$(S_2) : \begin{cases} 4x - 6y + 8 = 0 \\ -6x + 9y - 13 = 0 \end{cases}$

$4 \times 9 - (-6) \times (-6) = 36 - 36 = 0$
donc (S_2) a soit aucune solution soit une infinité de solutions.

$(-2 ; 0)$ est une solution de la première équation $(4 \times (-2) - 6 \times 0 + 8 = 0)$ mais n'est pas solution de la seconde donc (S_2) n'a pas de solution.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : **183**

13 On considère les droites $(d_1) : 9x - 6y + 5 = 0$ et $(d_2) : -12x + 8y - 9 = 0$.
Déterminer si les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles ou sécantes.

14 Pour chacun des systèmes proposés, déterminer s'il a une unique solution ou non.

. $(S_1) : \begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ 2x + 4y - 3 = 0 \end{cases}$

. $(S_2) : \begin{cases} 6x - 3y + 5 = 0 \\ -8x + 7y - 11 = 0 \end{cases}$

. $(S_3) : \begin{cases} -\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + \frac{2}{3} = 0 \\ \frac{2}{3}x + y - \frac{4}{5} = 0 \end{cases}$

15 On considère les droites $(d_1) : -2x - 4y + 6 = 0$ et $(d_2) : 3x + 6y - 9 = 0$.

a. Prouver que $A(3\,;\,0)$ appartient à (d_1) et à (d_2)

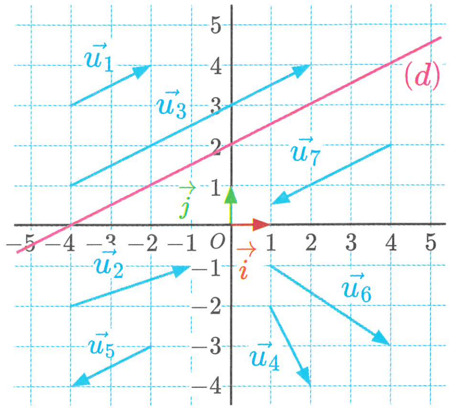
b. Déterminer le nombre de solutions de $(S) : \begin{cases} -2x - 4y + 6 = 0 \\ 3x + 6y - 9 = 0 \end{cases}$

c. Que peut-on en déduire pour les droites (d_1) et (d_2) ?

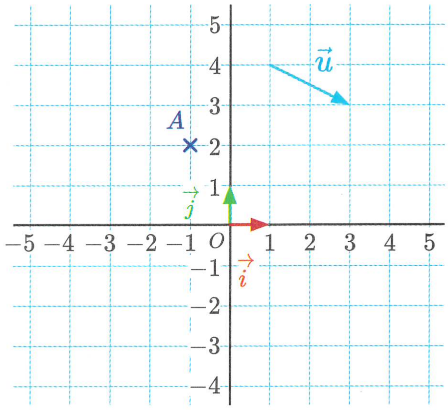
Exercices | Parcours 1

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 184

1 On a représenté une droite (d) et des vecteurs.
Citer le ou les vecteurs qui sont des vecteurs directeurs de la droite (d).



2 Dans un repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on a placé le point $A(-1\,;2)$ et représenté le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.



a. Placer les points M_1, M_2, M_3, M_4 tels que :

. $\overrightarrow{AM_1}=\vec{u}$. $\overrightarrow{AM_2}=2\vec{u}$. $\overrightarrow{AM_3}=-\vec{u}$. $\overrightarrow{AM_4}=-\dfrac{3}{2}\vec{u}$

b. Déterminer graphiquement les couples de coordonnées des points M_1, M_2, M_3, M_4 et vérifier qu'ils sont tous solutions de l'équation (E) : $-x-2y+3=0$.

3 Soit (d) la droite dont une équation cartésienne est $(d): 3x-2y+6=0$.
Les points $A(0\,;3)$, $B(-2\,;2)$, $C(\dfrac{2}{3}\,;-3)$, $D(-5\,;-4,5)$ appartiennent-ils à (d) ?

4 Soit (d) la droite dont une équation cartésienne est $(d): -2x-3y+3=0$.

a. Montrer que le point $A(3\,;-1)$ appartient à (d).

b. Justifier que le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d).

c. Construire dans le repère ci-contre le point A, un représentant du vecteur $\vec{u}$ et la droite (d).

Exercices | **Parcours 2**

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **185**

1 Pour chaque droite représentée ci-contre, déterminer graphiquement un vecteur directeur.

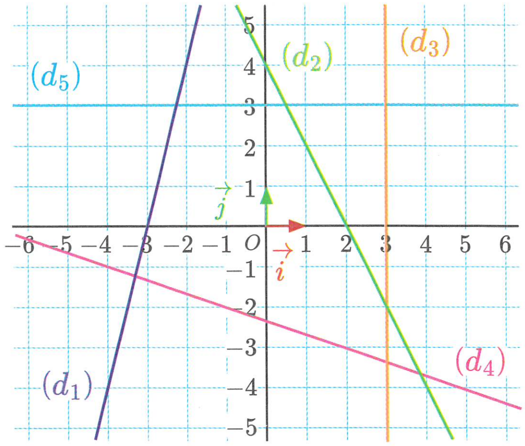
$\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d_1).

$\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d_2).

$\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d_3).

$\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d_4).

$\overrightarrow{u_5}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d_5).



2 Soit $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan.

a. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $A(5\,;-3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$.

....

....

....

....

b. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $B(-4\,;3)$ et $C(2\,;-1)$.

....

....

....

....

3 Soit $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan, on considère la droite $(d) : 5x-4y+6=0$.

a. Prouver que le point $A(6\,;9)$ appartient à la droite (d).

....

....

b. Le point $B(-7\,;-11)$ appartient-il à la droite (d) ?

....

....

c. Déterminer l'ordonnée du point C qui appartient à (d) et dont l'abscisse est égale à 13.

....

....

4 Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan, on considère la droite $(d) : 4x + 3y - 5 = 0$.

a. Déterminer à partir de l'équation donnée un vecteur directeur de la droite (d).

b. Le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix} 15 \\ -20 \end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de la droite (d) ?

c. Déterminer $y_{\vec{w}}$ afin que $\vec{w}\,(8\,;\,y_{\vec{w}})$ soit un vecteur directeur de (d).

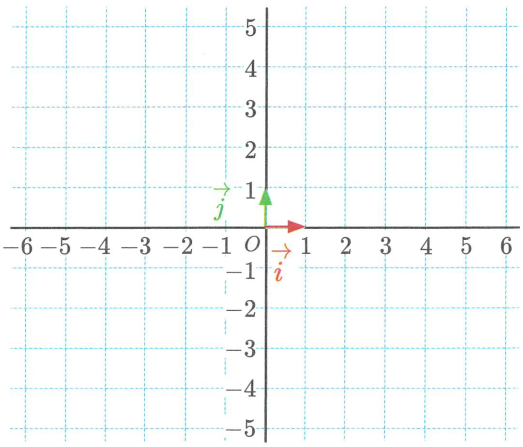
5 Dans un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-7\,;\,-4)$, $B(-4\,;\,-2)$ et $C(5\,;\,4)$.

a. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

b. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

6 Construire chacune des droites dans le repère ci-contre.

- $(d_1) : -x + 2y + 2 = 0$
- $(d_2) : 3x + 2y - 5 = 0$
- $(d_3) : -x + 4y - 11 = 0$
- $(d_4) : y = x + 3$
- $(d_5) : y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{2}$



7 Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan.

a. Déterminer l'équation réduite de la droite passant par $A(-3\,;-2)$ et $B(1\,;-1)$.

b. Déterminer l'équation réduite de la droite passant par $A(5\,;-3)$ et $B(5\,;4)$.

8 Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan.

Dans chaque cas, vérifier que $A \notin (d)$ puis déterminer une équation de la droite parallèle à (d) passant par le point A.

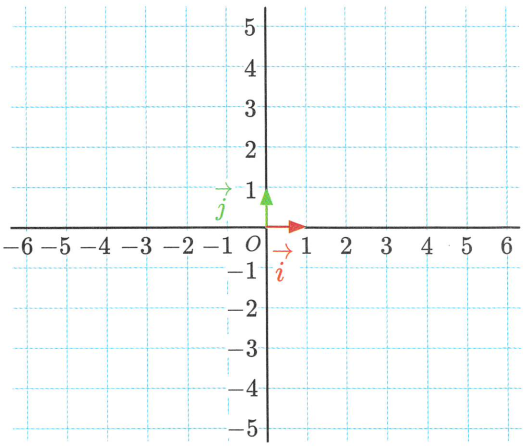
a. $(d) : -2x+3y-10=0$ et $A(2\,;-1)$.

b. $(d) : x+2y-6=0$ et $A(-3\,;-2)$.

c. $(d) : y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{4}{3}$ et $A(1\,;-3)$.

9 Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan, on considère les droites : $(d_1) : -3x+4y+5=0$ et $(d_2) : 2x+6y-12=0$.

a. Prouver que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.



b. Construire les droites (d_1) et (d_2) et déterminer graphiquement les coordonnées de I leur point d'intersection.

c. Déterminer les coordonnées de I par le calcul.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 188

1 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A(-4\,;1)$, $B(2\,;3)$ et $C(3\,;-4)$.

a. Déterminer les coordonnées de I et J, les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.

b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC).

c. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) parallèle à (AC) passant par I.

d. Montrer que $J \in (d)$. Quelle propriété est illustrée ?

2 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A(-4\,;2)$, $B(2\,;4)$ et $C(3\,;-2)$.

a. En notant I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$, déterminer les coordonnées du point d'intersection G des droites (AJ) et (CI).

b. Prouver que G appartient à la droite passant par B et le milieu de $[AC]$.

Autoévaluation

QCM · Pour chacune des 10 questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.	Ma note / 10

Corrigé QCM

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 189

En considérant la situation suivante, répondre aux questions 1 à 10.

Soit $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan, on donne $A(2\,;5)$, $B(-1\,;3)$, $(d) : 3x-5y+6=0$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$.

1 La droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ a pour équation cartésienne :

a. ☐ $3x-2y+4=0$
b. ☐ $4x-3y+7=0$
c. ☐ $3x+4y-26=0$

2 La droite (AB) a pour équation cartésienne :

a. ☐ $x-y-1=0$
b. ☐ $2x-3y+11=0$
c. ☐ $-2x+3y+11=0$

3 Le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}8\\12\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB).

a. ☐ vrai
b. ☐ faux
c. ☐ on ne peut pas savoir

4 Soit $C(3\,;-3)$ alors :

a. ☐ $C\in(d)$
b. ☐ $C\notin(d)$
c. ☐ on ne peut pas savoir

5 Les droites (d) et $(d_1) : -12x+20y-18=0$

a. ☐ sont parallèles
b. ☐ sont sécantes
c. ☐ on ne peut pas savoir

6 La parallèle à (d) passant par A a pour équation cartésienne :

a. ☐ $-6x+10y-38=0$
b. ☐ $3x-5y+4=0$
c. ☐ $-3x+5y-10=0$

7 L'équation réduite de (d) est :

a. ☐ $y=\frac{5}{3}x-2$
b. ☐ $y=\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}$
c. ☐ $y=\frac{3}{5}x-\frac{6}{5}$

8 Le coefficient directeur de (AB) est :

a. ☐ $m=-1$
b. ☐ $m=\frac{3}{2}$
c. ☐ $m=\frac{2}{3}$

9 Le système $(S) : \begin{cases}5x-4y+3=0\\-7x+3y-4=0\end{cases}$

a. ☐ n'a aucune solution
b. ☐ a une solution
c. ☐ a deux solutions

10 Le système $(S) : \begin{cases}5x-10y-15=0\\-3x+6y-9=0\end{cases}$

a. ☐ n'a aucune solution
b. ☐ a une solution
c. ☐ a une infinité de solutions

Algorithmique, TICE & logique

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **190**

1 Pour chaque affirmation, justifier qu'elle est vraie ou fausse, écrire sa réciproque et déterminer si elle est vraie ou fausse.

a. Soit (d) une droite d'équation cartésienne $ax+by+c=0$. Si $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d) alors $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$.

Réciproque :

b. Si deux droites d'équations respectives $ax+by+c=0$ et $a'x+b'y+c'=0$ sont parallèles, alors $(S) : \begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ n'a pas de solution.

Réciproque :

2 Décrire ce que fait la fonction **PointDe** ci-dessous :

```
def PointDe(a,b,c,xA,yA) :
    if a*xA+b*yA+c==0 :
        return("A appartient à (d)")
    else : return("A n’appartient pas à (d)")
```

3 Complète la fonction **Equation** pour qu'elle affiche l'équation de la droite (AB).

```
def Equation(xA,yA,xB,yB) :
    if .......................... :
        print("L’équation réduite de (AB) est x=", .... .... )
    else :
        m = ........
        p = ........
        print("L’équation réduite de (AB) est y=", .... .... , "x+" , .... .... )
```

4 Écrire une fonction qui détermine si trois points, dont on connait les coordonnées, sont alignés ou non.