Chapitre 12
Géométrie analytique

Objectifs

- Savoir représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées et savoir lire les coordonnées d'un vecteur.
- Savoir calculer les coordonnées d'un vecteur et la norme d'un vecteur.
- Savoir calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
- Savoir calculer la distance entre deux points et les coordonnées du milieu d'un segment.
- Connaître le déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée et ses applications à l'alignement, au parallélisme.
- Savoir résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs.

Culture scientifique

René Descartes (1596-1650) est un mathématicien et philosophe français. Il a révolutionné la géométrie en la reliant à l'algèbre. Pour simplifier la résolution de problèmes géométriques, il introduit l'idée d'associer des points du plan à des coordonnées (x, y) et des courbes à des équations algébriques dans des repères, dit cartésiens.

Et sinon, dans la vraie vie ?

Le système GPS utilise un modèle de la Terre basé sur un repère cartésien, où les positions des satellites et du récepteur GPS sont définies en fonction de coordonnées cartésiennes.
Les positions des satellites sont connues avec une grande précision et servent de points de référence pour déterminer la position du récepteur.

Cours et applications directes

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 162

A Exprimer un vecteur en fonction de deux vecteurs non colinéaires

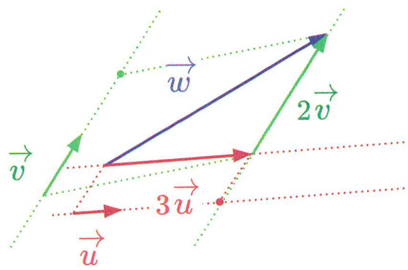
Propriété

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires du plan. Tout vecteur $\vec{w}$ peut s'exprimer en fonction de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

Exemple

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc on peut exprimer le vecteur $\vec{w}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

On a : $\vec{w} = 3\,\vec{u} + 2\,\vec{v}$.



B Base du plan et coordonnées d'un vecteur

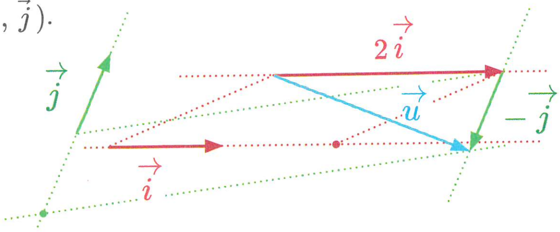
↘ Définitions

- On dit que deux vecteurs non colinéaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$ forment une **base du plan**. On note cette base $(\vec{i}\,,\,\vec{j})$.
- Soit $(\vec{i}\,,\,\vec{j})$ une base du plan et $\vec{u}$ un vecteur.
  Dire que $\vec{u}$ a pour **coordonnées** $(x\,;\,y)$ dans la base $(\vec{i}\,,\,\vec{j})$ signifie que $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.

Exemple

$\vec{u} = 2\,\vec{i} - \vec{j}$ donc $\vec{u}$ a pour **coordonnées** $(2\,;\,-1)$ dans la base $(\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

On écrit : $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.



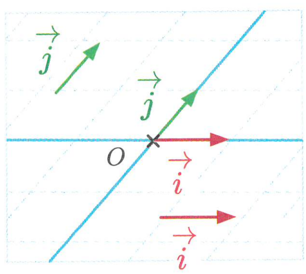
C Repère du plan

↘ Définition

Soit O un point et $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs non colinéaires. On dit que le triplet $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$ est un repère du plan. Le point O s'appelle l'origine du repère $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

On dit que le repère $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$ est :

- orthogonal si les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ont des directions perpendiculaires ;
- orthonormé s'il est orthogonal et si les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ont la même norme.

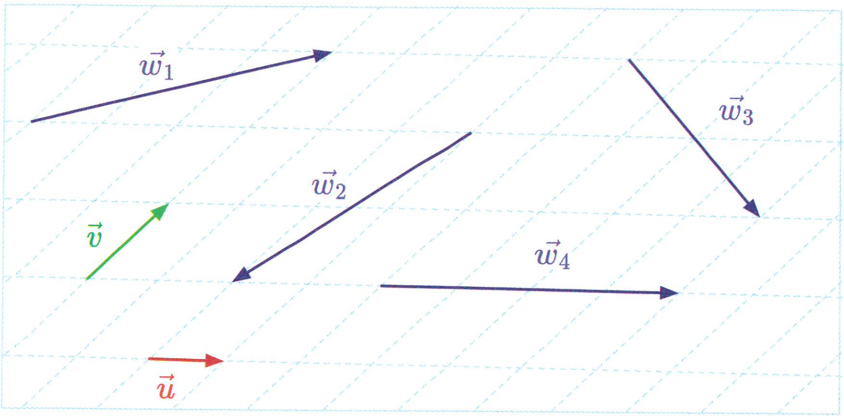


Remarque

Par abus de langage, on dit que les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ dans un repère $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$ sont les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 163

1 Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires du plan.
Exprimer les vecteurs représentés en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

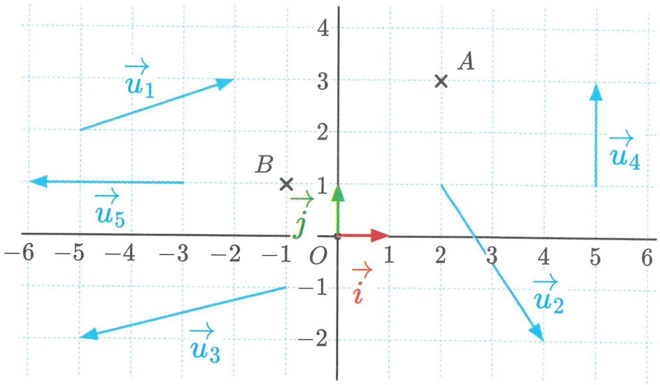


- $\overrightarrow{w_1} =$ .... $\vec{u}$ .... $\vec{v}$
- $\overrightarrow{w_2} =$ ....
- $\overrightarrow{w_3} =$ ....
- $\overrightarrow{w_4} =$ ....

2 Soit $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.

a. Exprimer chaque vecteur représenté en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ puis en déduire ses coordonnées dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

- $\overrightarrow{u_1} =$ .... $\vec{i}$ .... $\vec{j}$ donc $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{u_2} =$ .... donc $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{u_3} =$ .... donc $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{u_4} =$ .... donc $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{u_5} =$ .... donc $\overrightarrow{u_5}\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$



b. Déterminer graphiquement les coordonnées des points A et B puis du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

....

3 Dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ci-contre :

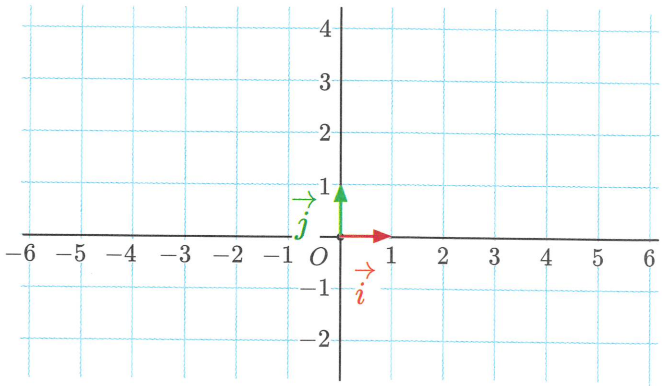
a. Placer les points $A(-4 ; 2)$, $B(2 ; 3)$ et $C(1 ; -1)$.

b. Construire le représentant de $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ d'origine A.

c. Construire le représentant de $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ d'origine B.

d. Construire un représentant des vecteurs $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u_5}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$.

e. Placer le point D tel que $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-4\\-1\end{pmatrix}$.



Compléments numériques
↘ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 164

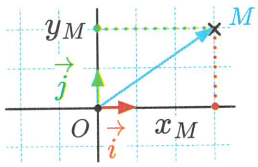
D Coordonnées d'un point du plan

↘ Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère et M un point.

On appelle **coordonnées du point** M, dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$,

l'unique couple de nombres $(x_M ; y_M)$ tel que $\overrightarrow{OM} = x_M\,\vec{i} + y_M\,\vec{j}$.



> Exemple
>
> $\overrightarrow{OM} = 3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ donc M a pour coordonnées $(3; 2)$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Remarque

Si $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ alors le vecteur $\vec{u}$ et le point M ont les mêmes coordonnées.

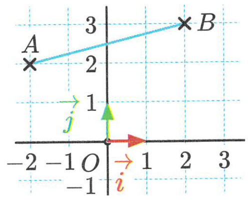
Les coordonnées de $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ sont les coordonnées de M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

E Calcul des coordonnées d'un vecteur

Propriété

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan et $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.



> Exemple
>
> Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on a $A(-2; 2)$ et $B(2; 3)$
>
> or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-(-2) \\ 3-2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Remarque

Les coordonnées d'un vecteur ne dépendent pas du représentant choisi.

Propriété

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. $\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$ deux vecteurs et k un nombre réel.

On a : · $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow x_{\vec{u}} = x_{\vec{v}}$ et $y_{\vec{u}} = y_{\vec{v}}$ · $k\,\vec{u}\begin{pmatrix} k \times x_{\vec{u}} \\ k \times y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ · $\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$

F Déterminant de deux vecteurs

↘ Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère, $\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$ deux vecteurs.

On appelle **déterminant** de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ le nombre : $\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x_{\vec{u}} & x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} & y_{\vec{v}} \end{vmatrix} = x_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} - y_{\vec{u}} \times x_{\vec{v}}$.

> Exemple
>
> Soit les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ alors : $\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - (-3) \times 5 = 17$.

Compléments numériques

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 165

4 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, on considère les points :
$A(2\,;5)$, $B(-1\,;3)$, $C(-2\,;1)$ et $D(-5\,;-1)$.

a. Déterminer par le calcul les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABDC$? Justifier.

5 Dans un repère $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.
Déterminer les coordonnées des vecteurs :

· $\overrightarrow{w_1} = -3\,\vec{u}$

· $\overrightarrow{w_2} = 4\,\vec{u} + 3\,\vec{v}$

· $\overrightarrow{w_3} = \dfrac{2}{3}\,\vec{u} + \dfrac{5}{3}\,\vec{v}$

6 Dans un repère $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7,5\\-5,5\end{pmatrix}$.

a. Calculer $\det\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

b. Calculer le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$.

7 Soit $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$ un repère du plan.

a. Montrer sans utiliser le déterminant que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-12\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}9\\-6\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

b. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}8\\-7\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\5\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifier sans utiliser le déterminant.

Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : **166**

G Condition analytique de colinéarité

Propriété

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs, les affirmations suivantes sont équivalentes :
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ;
- $\det(\vec{u}\,;\,\vec{v}) = 0$.

Exemple

Soit les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-8\\12\end{pmatrix}$, $\det(\vec{u}\,;\,\vec{v}) = \begin{vmatrix}2 & -8\\-3 & 12\end{vmatrix} = 2\times 12-(-3)\times(-8) = 0.$

Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires (on remarque que $\vec{v} = -4\,\vec{u}$).

Méthode

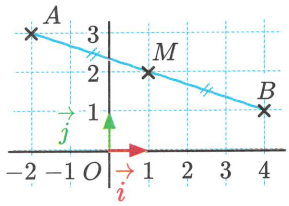
- Démontrer que trois points A, B et C sont alignés équivaut à démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
- Démontrer que deux droites (AB) et (CD) sont parallèles équivaut à démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

H Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété

Soit $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points.

Le milieu M de $[AB]$ a pour coordonnées : $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\,\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.



Exemple

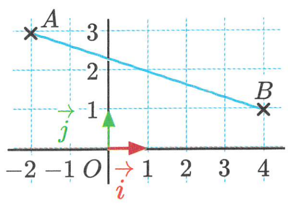
On considère les points $A(-2\,;\,3)$ et $B(4\,;\,1)$. Soit M le milieu de $[AB]$ alors : $M\left(\dfrac{-2+4}{2}\,;\,\dfrac{3+1}{2}\right)$ donc $M(1\,;\,2)$.

I Distance dans un repère orthonormé

Propriété

Soit $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère **orthonormé** du plan et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points.

La distance entre A et B est $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.



Exemple

$(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est un repère orthonormé du plan et $A(-2\,;\,3)$ et $B(4\,;\,1)$ deux points.

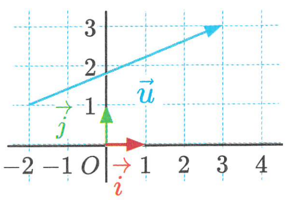
$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(4-(-2))^2+(1-3)^2} = \sqrt{6^2+(-2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

J Norme d'un vecteur dans un repère orthonormé

Propriété

Soit $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère orthonormé du plan et $\vec{u}\begin{pmatrix}x_{\vec{u}}\\y_{\vec{u}}\end{pmatrix}$ un vecteur.

La norme du vecteur $\vec{u}$ est $||\vec{u}|| = \sqrt{x_{\vec{u}}^2+y_{\vec{u}}^2}$.



Exemple

$(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est un repère orthonormé du plan et $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ un vecteur, $||\vec{u}|| = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$.

8 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A\,(1\,;\,3)$, $B\,(-4\,;\,13)$, $C\,(2\,;\,-3)$ et $D\,(5\,;\,-9)$.

a. Déterminer par le calcul les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b. Prouver que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

9 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A\,(-2\,;\,1)$, $B\,(3\,;\,2)$, $C\,(4\,;\,-1)$ et $D\,(-1\,;\,-2)$.

a. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu M de $[AC]$.

b. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu N de $[BD]$.

c. En déduire que $ABCD$ est un parallélogramme.

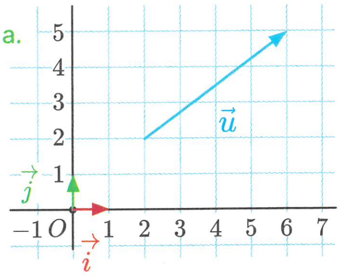
10 Dans un repère orthonormé du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A\,(-1\,;\,3)$, $B\,(3\,;\,0)$ et $C\,(-4\,;\,-1)$.

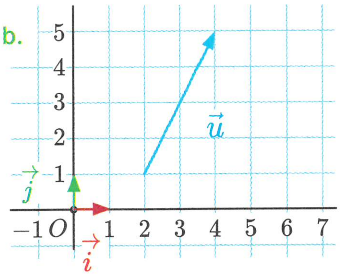
a. Calculer les longueurs AB, AC et BC.

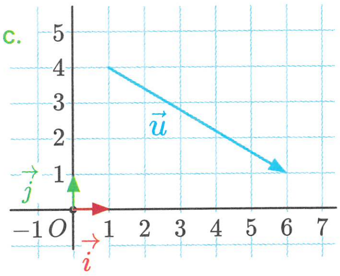
b. Étudier la nature du triangle ABC.

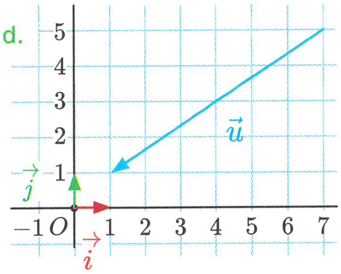
Compléments numériques
↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : **168**

1 Le plan est muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.
Dans chaque cas, déterminer graphiquement les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.

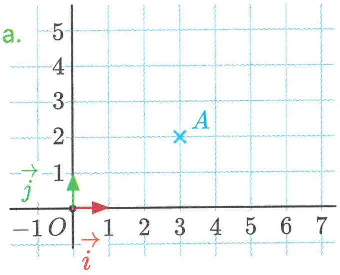
a.


b.


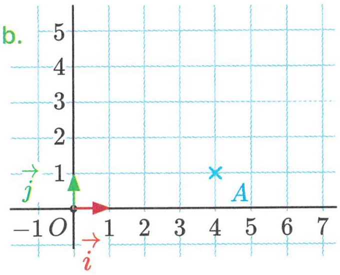
c.


d.


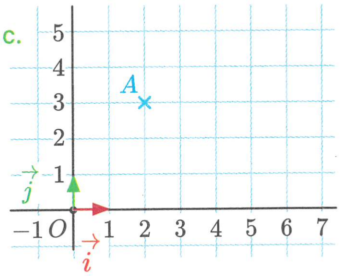
2 Le plan est muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.
Dans chaque cas, placer le point B qui convient.

a.


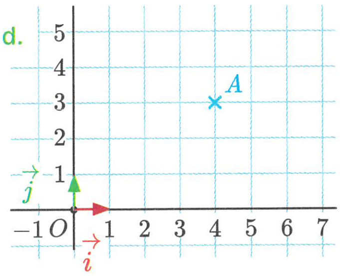
$\overrightarrow{AB} = 3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$

b.


$\overrightarrow{AB} = -\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

c.


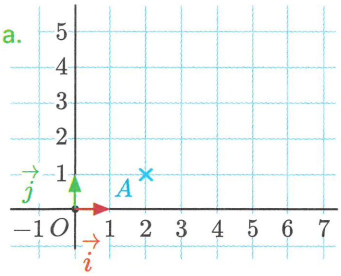
$\overrightarrow{AB} = 3\,\vec{i} - 2\,\vec{j}$

d.


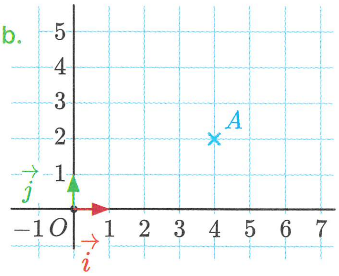
$\overrightarrow{AB} = -\,2\,\vec{i} - 4\,\vec{j}$

3 Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

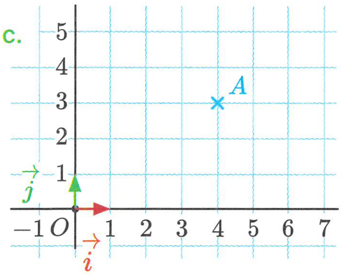
Dans chaque cas, construire le représentant du vecteur $\vec{u}$ d'origine A.

a. 

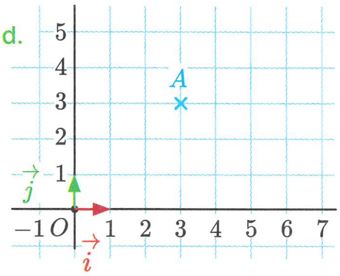
Avec $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

b. 

Avec $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

c. 

Avec $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

d. 

Avec $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

4 Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

a. Placer les points $A(-3 ; 4)$ et $B(2 ; 1)$.

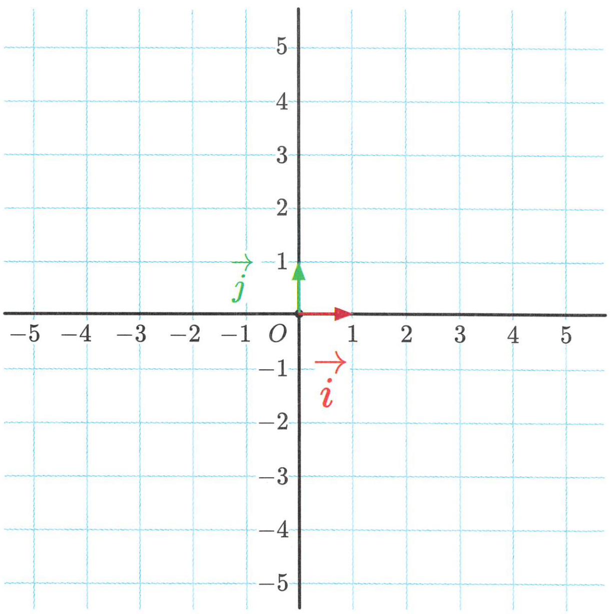
b. Déterminer graphiquement les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Par lecture graphique : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

c. Calculer $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \quad - \quad \\ \quad - \quad \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

d. Soit $C(-1 ; -3)$, déterminer par calcul les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.



....

....

5 Dans un repère du plan $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-5 ; 2)$, $B(-1 ; -3)$, $C(2 ; -5)$ et $D(8 ; -2)$.

Calculer $\det\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD}\right)$.

....

....

....

....

Compléments numériques

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 170

1 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A\,(3\,;\,-1)$, $B\,(-1\,;\,-3)$, $C\,(5\,;\,0)$ et $M\,(x\,;\,y)$.

a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AM}$.

b. Déterminer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}$.

2 Soit $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$ un repère du plan, $A\,(2\,;\,1)$, $B\,(5\,;\,3)$, $C\,(-1\,;\,-2)$ et $D\,(-2\,;\,3)$.

a. Déterminer par le calcul les coordonnées des vecteurs $3\,\overrightarrow{AB}$ et $4\,\overrightarrow{CD}$.

b. En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{u}=3\,\overrightarrow{AB}-4\,\overrightarrow{CD}$.

3 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, on considère les points $A\,(3\,;\,2)$, $B\,(-3\,;\,3)$ et $C\,(-7\,;\,5)$.

a. Déterminer par le calcul les coordonnées du vecteur $3\,\overrightarrow{AB}-2\,\overrightarrow{AC}$.

b. Soit $M\,(x\,;\,y)$. Déterminer par le calcul les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{AM}=3\,\overrightarrow{AB}-2\,\overrightarrow{AC}$.

4 Dans chaque cas, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ou non.

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}7\\-9\end{pmatrix}$.

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\-\frac{4}{5}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\\frac{6}{5}\end{pmatrix}$.

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}1+\sqrt{2}\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\1-\sqrt{2}\end{pmatrix}$.

5 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(1\,;-2)$, $B(-7\,;2)$, $C(-2\,;6)$ et $D(16\,;-4)$.
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

6 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $I(-2\,;3)$, $J(13\,;-7)$ et $K(-14\,;11)$.
Les points I, J et K sont-ils alignés ? Justifier.

7 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $E(-5\,;3)$, $F(2\,;4)$ et $G(3\,;-1)$.

a. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[EG]$.

b. Déterminer les coordonnées de M, symétrique de F par rapport à I.

c. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGM$?

8 Dans un repère orthonormé du plan $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(-3\,;1)$, $B(1\,;3)$ et $C(4\,;-3)$.

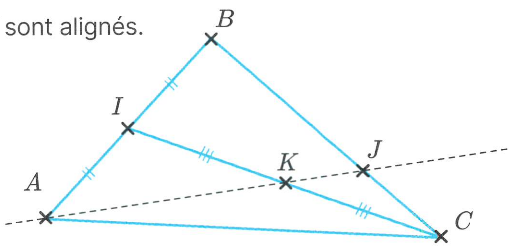
a. Étudier la nature du triangle ABC.

b. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Donner la valeur exacte, puis la valeur approchée au dixième de degré près.

Compléments numériques
Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique" en indiquant le numéro de page : 172

1 Dans un repère du plan $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$, on considère les points $A(3\,;8)$ $B(5\,;2)$ et $C(7\,;1)$.
Déterminer les coordonnées de M tel que $2\,\overrightarrow{AM}-3\,\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

2 Sur la figure ci-dessous, I est le milieu du segment $[AB]$ et K celui de $[CI]$. Le point J est tel que : $\overrightarrow{CB}=3\,\overrightarrow{CJ}$.
On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AC}\,,\overrightarrow{AB}\right)$, démontrer que les points A, K et J sont alignés.



3 Soit $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ un repère orthonormé. On donne les points $A\left(-\dfrac{7}{2}\,;2\right)$, $B(-2\,;5)$, $C\left(5\,;\dfrac{13}{2}\right)$, $D\left(3\,;\dfrac{5}{2}\right)$.

a. Démontrer que $ABCD$ est un trapèze.

b. Soit I le point défini par $\overrightarrow{IA}=\dfrac{3}{4}\,\overrightarrow{ID}$. Calculer les coordonnées du point I.

c. Les points I, B et C sont-ils alignés ?

Autoévaluation

Corrigé QCM

↘ Sur Sacado via votre ENT
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : 173

QCM · Pour chacune des 10 questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Ma note
/ 10

En considérant la situation suivante, répondre aux questions 1 à 10.

Soit $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan, on donne $A(5 ; -2)$, $B(-1 ; 2)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

1 Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont :

a. ☐ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$

b. ☐ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$

c. ☐ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$

2 Soit $\vec{v}\begin{pmatrix}-15\\8\end{pmatrix}$ alors $\det(\vec{v}, \vec{u}) =$

a. ☐ 0

b. ☐ 6

c. ☐ -6

3 $\det(\overrightarrow{AB}, \vec{u}) =$

a. ☐ 0

b. ☐ 24

c. ☐ 12

4 Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$

a. ☐ sont colinéaires

b. ☐ ne sont pas colinéaires

c. ☐ sont égaux

5 Soit $C(14 ; -8)$, alors :

a. ☐ A, B et C sont alignés

b. ☐ A, B et C ne sont pas alignés

c. ☐ $C \in [AB]$

6 Soit $D(13 ; 12)$ et $E(-13 ; -19)$ alors :

a. ☐ (AB) et (ED) sont parallèles

b. ☐ $ABED$ est un parallélogramme

c. ☐ (AD) et (BE) sont parallèles

7 Les coordonnées du milieu de $[AB]$ sont :

a. ☐ $(2 ; 0)$

b. ☐ $(3 ; -2)$

c. ☐ $(4 ; 0)$

8 Les coordonnées du point symétrique de A par rapport à B sont :

a. ☐ $(11 ; -4)$

b. ☐ $(-7 ; 6)$

c. ☐ $(6 ; 0)$

9 La distance AB est égale à :

a. ☐ $2\sqrt{13}$

b. ☐ 52

c. ☐ $7{,}21$

10 $||\vec{u}|| =$

a. ☐ 13

b. ☐ $\sqrt{5}$

c. ☐ $\sqrt{13}$

Algorithmique, TICE & logique

Compléments numériques

↘ *Sur Sacado via votre ENT*
À consulter dans "Livre numérique"
en indiquant le numéro de page : **174**

1 Compléter le script ci-dessous pour qu'il renvoie les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, la longueur AB et les coordonnées du milieu de $[AB]$, A et B étant deux points de coordonnées données dans un repère orthonormal.

```
from math import *
a = float(input("Saisir l'abscisse du point A : "))
b = float(input("Saisir l'ordonnée du point A : "))
c = float(input("Saisir l'abscisse du point B : "))
d = float(input("Saisir l'ordonnée du point B : "))

def coordonneesVecteur(a,b,c,d):
    abscisse_vecteur_AB = .....
    ordonnee_vecteur_AB = .....
    return abscisse_vecteur_AB, ordonnee_vecteur_AB

def distance(a,b,c,d):
    return .....

def coordonneesMilieu(a,b,c,d):
    abscisse_M = .....
    ordonnee_M = .....
    return abscisse_M , ordonnee_M

print("Les coordonnées du vecteur d'origine A et d'extremité B sont ",coordonneesVecteur(a,b,c,d))
print("La longueur AB est ", ........................................................ )
print("Les coordonnées du milieu de [AB] sont ", ......................................................)
```

2 Compléter le script ci-dessous pour qu'il détermine la colinéarité ou non de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de coordonnées données.

```
from math import *

def colinéaire(a,b,c,d):
    return ......................... == 0

a = int(input("Saisir l'abscisse du vecteur u : "))
b = int(input("Saisir l'ordonnée du vecteur u : "))
c = int(input("Saisir l'abscisse du vecteur v : "))
d = int(input("Saisir l'ordonnée du vecteur v : "))

if ...... :
    print("Les vecteurs u et v sont colinéaires")
else :
    print("Les vecteurs u et v ne sont pas colinéaires")
```