

Second degré



Des idées, des réflexes

Comment calculer le discriminant d'une équation du second degré ?

- a, b, c désignent des nombres réels avec $a \neq 0$.

Le discriminant d'une équation du type $ax^2 + bx + c = 0$ est le nombre réel $\Delta = b^2 - 4ac$.

Calculer le discriminant de l'équation $-\frac{1}{2}x^2 + 6x + 14 = 0$.

– On identifie les coefficients a, b et c : $a = -\frac{1}{2}$, $b = 6$ et $c = 14$.

– On calcule le discriminant :

$$\Delta = 6^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 14 = 36 + 28 = 64$$

Comment résoudre une équation du second degré ?

Signe de Δ	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0 = -\frac{b}{2a}$	Pas de solution

Résoudre l'équation $-\frac{1}{2}x^2 + 6x + 14 = 0$.

– On calcule le discriminant : $\Delta = 64$ (voir paragraphe précédent).

– On observe le signe de Δ : $\Delta > 0$ donc l'équation a deux solutions distinctes.

– On détermine les solutions : $x_1 = \frac{-6 - \sqrt{64}}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-6 - 8}{-1} = 14$ et $x_2 = \frac{-6 + \sqrt{64}}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-6 + 8}{-1} = -2$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-2 ; 14\}$.

Comment étudier le signe de $ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) ?

Signe de Δ	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$																															
Signe de $f(x) = ax^2 + bx + c$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>signe de a</td> <td>0</td> <td>signe de $-a$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>signe de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$f(x)$	signe de a	0	signe de $-a$	0					signe de a	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>signe de a</td> <td>0</td> <td>signe de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	$f(x)$	signe de a	0	signe de a	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>signe de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$		$+\infty$	$f(x)$			signe de a
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																														
$f(x)$	signe de a	0	signe de $-a$	0																														
				signe de a																														
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																															
$f(x)$	signe de a	0	signe de a																															
x	$-\infty$		$+\infty$																															
$f(x)$			signe de a																															

Étudier le signe de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x + 14$.

– On résout l'équation $-\frac{1}{2}x^2 + 6x + 14 = 0$: $\mathcal{S} = \{-2 ; 14\}$ (voir paragraphe précédent).

– On observe le signe de a : $-\frac{1}{2} < 0$

– On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$	-2	14	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0 -

Série 1



1 L'expression $\frac{5}{2}x^2 - x - 3$ est de la forme

$ax^2 + bx + c$ avec ...

- a. $a = \frac{5}{2}, b = 1, c = 3$ b. $a = \frac{5}{2}, b = -1, c = -3$
 c. $a = \frac{5}{2}, b = 0, c = -3$ d. $a = \frac{5}{2}, b = -1, c = 3$

2 Le discriminant de $\frac{5}{2}x^2 - x - 3$ est ...

- a. $\frac{17}{2}$ b. 29 c. 30 d. 31

3 Le discriminant de $-x^2 + 3x - 4$ est ...

- a. -7 b. 25 c. 5 d. 7

4 Le discriminant de $5x^2 - 4x + \frac{4}{5}$ est ...

- a. 12 b. 0 c. -32 d. -20

5 Le discriminant de $x^2 - 4x + 3$ est le même que celui de ...

- a. $x^2 + 4x$ b. $x^2 + x - 3$
 c. $x^2 - 2x + 1$ d. $x^2 - 1$

Série 2



1 0 est une racine évidente de la fonction polynôme du second degré ...

- a. $x \mapsto x^2 - 2$ b. $x \mapsto x^2 - 4x + 4$
 c. $x \mapsto -x^2 + 6x - 6$ d. $x \mapsto 3x^2 - 5x$

2 -1 est une racine évidente de la fonction polynôme du second degré ...

- a. $x \mapsto x^2 + 5x - 4$ b. $x \mapsto 3x^2 - 2x - 1$
 c. $x \mapsto x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ d. $x \mapsto x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{4}{3}$

3 f est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 5)(3x + 6)$.

Alors la somme S des racines de f et leur produit P sont tels que ...

- a. $S = -3 ; P = -10$ b. $S = 2 ; P = -15$
 c. $S = 3 ; P = -10$ d. $S = -2 ; P = -15$

4 g est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 3x^2 - 5x + 2$.

Son discriminant est Δ . L'affirmation vraie est ...

- a. $\Delta < 0$ donc g n'a pas de racine
 b. $\Delta = 0$ donc g a une racine double
 c. $\Delta > 0$ donc g a deux racines distinctes
 d. on ne peut pas calculer Δ donc on ignore le nombre de racines de g

5 g est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 3x^2 - 5x + 2$. g a deux racines dont la somme S et le produit P vérifient ...

- a. $S = \frac{5}{3} ; P = \frac{2}{3}$ b. $S = -\frac{5}{3} ; P = \frac{2}{3}$
 c. $S = 5 ; P = 2$ d. $S = \frac{2}{3} ; P = \frac{5}{3}$

Série 3



1 f est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 5x + 6$.

Les deux racines de f sont ...

- a. 2 et 3 b. -1 et 6
 c. -2 et -3 d. 1 et -6

2 g est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 - x - 1$.

Les deux racines de g sont ...

- a. $1 + \sqrt{5}$ et $1 - \sqrt{5}$ b. $-1 + \sqrt{5}$ et $-1 - \sqrt{5}$
 c. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ d. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ et $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

3 h est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $h(x) = x^2 - 6x + 1$.

Les deux racines de h sont ...

- a. $3 + 2\sqrt{2}$ et $3 - 2\sqrt{2}$
 b. $6 + 4\sqrt{2}$ et $6 - 4\sqrt{2}$
 c. $-3 + 2\sqrt{2}$ et $-3 - 2\sqrt{2}$
 d. $3 + 4\sqrt{2}$ et $3 - 4\sqrt{2}$

4 k est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $k(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - 1$.

Les deux racines de k sont ...

- a. $-5 + \sqrt{27}$ et $-5 - \sqrt{27}$
 b. $5 + 3\sqrt{3}$ et $5 - 3\sqrt{3}$
 c. $\frac{-5 + 3\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{2}$
 d. $\frac{5 + \sqrt{27}}{2}$ et $\frac{5 - \sqrt{27}}{2}$

5 f est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$.

On peut affirmer que ...

- a. f n'a pas de racine
 b. f a une racine double : $\frac{1}{2}$
 c. f a deux racines : $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$
 d. f a deux racines : $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ et $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

Série 1



1 L'égalité vraie pour tout réel x est ...

- a. $x^2 - 6x = (x - 3)^2 + 9$ b. $x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 2$
 c. $x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 16$ d. $x^2 - 10x = (x - 5)^2 - 10$

2 f est la fonction polynôme du second degré

définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x + 5$.

La forme canonique de f est ...

- a. $(x - 2)^2 + 1$ b. $-(x - 2)^2 + 9$
 c. $-(x + 2)^2 + 9$ d. $(x + 2)^2 + 1$

3 g est la fonction polynôme du second degré

définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2(x - 5)^2 - 8$.

Une autre écriture de $g(x)$ est ...

- a. $2x^2 - 10x + 12$ b. $2(x - 7)(x - 6)$
 c. $2(x + 3)(x + 7)$ d. $2x^2 - 20x + 42$

4 h est la fonction polynôme du second degré

définie sur \mathbb{R} par $h(x) = x^2 - 3x + 1$.

La forme canonique de h est ...

- a. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ b. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$
 c. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ d. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 1$

Série 2



1 f est une fonction polynôme du second degré qui s'annule en -1 et 3 . Alors par exemple, pour tout réel x , ...

- a. $f(x) = 5(x - 1)(x + 3)$ b. $f(x) = 2x^2 - 4x + 6$
 c. $f(x) = 4(x + 1)(x - 3)$ d. $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

2 f est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 7x + 12$.

Pour tout réel x , $f(x) = (x - 4)(x - b)$ avec b égal à ...

- a. 3 b. -3 c. 6 d. 2

3 Sami a trouvé une racine évidente pour la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$. Il peut donc factoriser $f(x)$ sous la forme ...

- a. $f(x) = 3(x + 1)(x - 3)$ b. $f(x) = (3x - 1)(x + 3)$
 c. $f(x) = (3x - 1)(x + 9)$ d. $f(x) = 3(x - 1)(x + 3)$

4 g est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^2 - 3x - 2$.

Après avoir déterminé les racines de g à l'aide de son discriminant, on peut affirmer que ...

- a. $g(x) = 2(x - 2)\left(x + \frac{1}{2}\right)$ b. $g(x) = 2(x + 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$
 c. $g(x) = (x + 2)(2x - 1)$ d. $g(x) = (2x - 1)(x - 2)$

Série 3



1 La fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2x - 35$ a deux racines -5 et 7 .

Le tableau de signes de $f(x)$ est incomplet.

x	$-\infty$	-5	7	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>

On peut compléter ...

- a. les cadres vert et rouge par le signe + et le cadre bleu par le signe -
 b. le cadre vert par le signe - et les cadres rouge et bleu par le signe +
 c. les cadres vert et bleu par le signe + et le cadre rouge par le signe -

2 Voici le tableau de signes incomplet

x	$-\infty$	<input checked="" type="checkbox"/>	$+\infty$
Signe de $g(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>

de la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x^2 - 20x + 25$. On peut compléter ...

- a. le cadre vert par $-\frac{5}{2}$, les cadres rouge et bleu par le signe +
 b. le cadre vert par $\frac{5}{2}$, les cadres rouge et bleu par le signe +
 c. le cadre vert par $\frac{5}{2}$, les cadres rouge et bleu par le signe -

3 h est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -2x^2 + 5x - 4$. Alors ...

- a. $h(x) < 0$ pour tout réel x
 b. $h(x) > 0$ pour tout réel x
 c. $h(x) < 0$ sur $]-\infty; 0[$ et $h(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$

4 f est la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2(x - 3)(x + 5)$. Le tableau de signes de $f(x)$ est incomplet.

x	$-\infty$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>

On peut compléter ...

- a. les cadres bleu par -5 et jaune par 3, les cadres verts par + et rouge par -
 b. les cadres bleu par -3 et jaune par 5, les cadres verts par - et rouge par +
 c. les cadres bleu par -5 et jaune par 3, les cadres verts par - et rouge par +

5 Ce tableau

de signes

peut être celui

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$	
Signe	+	0	-	0	+

de la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par ...

- a. $f(x) = -4x^2 - x + \frac{1}{2}$ b. $h(x) = -3(2x + 1)(4x - 1)$
 c. $g(x) = 8x^2 + 2x - 1$ d. $k(x) = 5\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

Série 1



1 L'équation du second degré $16x^2 - 9 = 0$ a ...

- a. deux solutions 0 et $\frac{3}{4}$ b. une seule solution $\frac{3}{4}$
 c. deux solutions $-\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{4}$
 d. deux solutions $-\frac{4}{3}$ et $-\frac{4}{3}$

2 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $3x^2 + 10x = 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \left\{ 0 ; \frac{10}{3} \right\}$ b. $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{10}{3} ; 0 \right\}$
 c. $\mathcal{S} = \{3 ; 10\}$ d. $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{10}{3} \right\}$

3 L'équation du second degré $4x^2 + 20x + 25 = 0$...

- a. n'a pas de solution
 b. a une seule solution $-\frac{5}{2}$
 c. a une seule solution $\frac{5}{2}$
 d. a une seule solution $-\frac{5}{4}$

4 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $x(2x - 3) + 4(2x - 3) = 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \left\{ 0 ; \frac{3}{2} \right\}$ b. $\mathcal{S} = \left\{ -4 ; \frac{2}{3} \right\}$
 c. $\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ d. $\mathcal{S} = \left\{ -4 ; \frac{3}{2} \right\}$

5 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $-x^2 + 20 = 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \{-2\sqrt{5} ; 2\sqrt{5}\}$ b. $\mathcal{S} = \{-10 ; 10\}$
 c. $\mathcal{S} = \{-4\sqrt{5} ; 4\sqrt{5}\}$ d. $\mathcal{S} = \{2\sqrt{5}\}$

Série 2



1 On doit résoudre l'équation du second degré

$x^2 - 5x - 14 = 0$. L'affirmation correcte est ...

- a. le discriminant est 81, il est positif, donc l'équation a deux solutions, qui sont -4 et 14
 b. le discriminant est -3, il est négatif, donc l'équation n'a pas de solution
 c. le discriminant est 81, il est positif, donc l'équation a deux solutions, qui sont -2 et 7
 d. le discriminant est 0, il est nul, donc l'équation a une seule solution, qui est -2,5

2 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $-\frac{1}{2}x^2 + 4x + 10 = 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \{-2 ; 10\}$ b. $\mathcal{S} = \{-10 ; 2\}$
 c. $\mathcal{S} = \{-4 ; 20\}$ d. $\mathcal{S} = \{-1 ; 5\}$

3 L'équation du second degré

$$0,25x^2 - 0,3x + 0,09 = 0 \dots$$

- a. a une seule solution 0,6
 b. a deux solutions -0,6 et 0,6
 c. a deux solutions -0,3 et 0,3
 d. n'a aucune solution

4 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $x^2 - 3x + 4 = 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \{-4 ; -1\}$ b. $\mathcal{S} = \emptyset$
 c. $\mathcal{S} = \{1 ; 4\}$ d. $\mathcal{S} = \{-1\}$

5 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $2x^2 - 12x + 18 = 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \{-3 ; 3\}$ b. $\mathcal{S} = \{3\}$
 c. $\mathcal{S} = \emptyset$ d. $\mathcal{S} = \{2 ; 3\}$

Série 3



1 f est la fonction polynôme du second degré définie ci-dessous sur \mathbb{R} , mais deux coefficients sont cachés. On sait que -4 et 5 sont les racines de f.

$$f : x \mapsto x^2 + \blacksquare x + \blacksquare$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = [-4 ; 5]$ b. $\mathcal{S} = \mathbb{R}$
 c. $\mathcal{S} =]-\infty ; -4[\cup]5 ; +\infty[$ d. $\mathcal{S} =]-\infty ; -4] \cup [5 ; +\infty[$

2 Dans \mathbb{R} , l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 3 < 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} =]-6 ; 2[$ b. $\mathcal{S} =]-\infty ; -3[\cup]1 ; +\infty[$
 c. $\mathcal{S} =]-3 ; 1[$ d. $\mathcal{S} =]-\infty ; -6[\cup]2 ; +\infty[$

3 Dans \mathbb{R} , l'ensemble des solutions de l'inéquation $9x^2 - 6x + 1 > 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \left] -\frac{1}{3} ; \frac{1}{3} \right[$ b. $\mathcal{S} = \left] -\infty ; \frac{1}{3} \right[\cup \left] \frac{1}{3} ; +\infty \right[$
 c. $\mathcal{S} = \mathbb{R}$
 d. $\mathcal{S} = \left] -\infty ; -\frac{1}{3} \right[\cup \left] -\frac{1}{3} ; +\infty \right[$

4 Dans \mathbb{R} , l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 9x + 18 \geq 0$ est ...

- a. $\mathcal{S} = \emptyset$ b. $\mathcal{S} = [3 ; 6]$
 c. $\mathcal{S} = \mathbb{R}$ d. $\mathcal{S} =]-\infty ; 3] \cup [6 ; +\infty[$

5 Parmi les inéquations proposées, celle dont l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = [-1 ; 5]$ est ...

- a. $3(x+1)(x-5) \geq 0$ b. $(3x+3)(x-5) \leq 0$
 c. $-(x+1)(x-5) \leq 0$ d. $(1-x)(5-x) \geq 0$