Thème 11

# Suites numériques

PROGRAMME DE PREMIÈRE

## Des idées, des réflexes

### Comment calculer un terme d'une suite définie par une formule ?

$(u_n)$ est la suite définie pour tout nombre $n$ de $\mathbb{N}$ par $u_n = 3n^2 - 5$. Calculer $u_4$.

– On remplace $n$ par 4 dans $3n^2 - 5$ : $u_4 = 3 \times 4^2 - 5$

– On effectue ensuite le calcul en respectant les priorités opératoires :

$u_4 = 3 \times 4^2 - 5$ $\quad u_4 = 3 \times 16 - 5$ $\quad u_4 = 48 - 5 = 43$

### Comment calculer un terme d'une suite définie par récurrence ?

$(v_n)$ est la suite définie par $v_0 = 4$ et pour tout nombre $n$ de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = -2v_n + 1$. Calculer $v_3$.

On calcule de proche en proche tous les termes précédents :

$v_1 = -2v_0 + 1 = -2 \times 4 + 1 = -8 + 1 = -7$

$v_2 = -2v_1 + 1 = -2 \times (-7) + 1 = 14 + 1 = 15$

$v_3 = -2v_2 + 1 = -2 \times 15 + 1 = -30 + 1 = -29$

### Comment calculer une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ?

- **Pour tout nombre $n \neq 0$ de $\mathbb{N}$, $1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.**

$(w_n)$ est la suite arithmétique de raison 0,8 telle que $w_0 = -4$. Calculer $S = w_0 + w_1 + \ldots + w_{20}$.

– On exprime chaque terme de la somme en fonction de $w_0$ :

$S = w_0 + (w_0 + 1 \times 0{,}8) + (w_0 + 2 \times 0{,}8) + \ldots + (w_0 + 20 \times 0{,}8)$

– On regroupe lestermes en $w_0$ et on met la raison (0,8) en facteur dans les autres termes :

$S = 21 \times w_0 + 0{,}8 \times (1 + 2 + \ldots + 20)$

– On calcule la somme $1 + 2 + \ldots + 20$ : $\quad 1 + 2 + \ldots + 20 = \dfrac{20 \times 21}{2} = 10 \times 21 = 210$

– On remplace et on calcule : $\quad S = 21 \times (-4) + 0{,}8 \times 210 = -84 + 168 = 84$

### Comment calculer une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique ?

- **Si $q \neq 1$, alors pour tout nombre $n$ de $\mathbb{N}$, $1 + q^2 + \ldots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.**

La suite $(t_n)$ est géométrique de raison 3 telle que $t_0 = 0{,}2$. Calculer $S = t_0 + t_1 + \ldots + t_{10}$.

– On exprime chaque terme de la somme en fonction de $t_0$ :

$S = t_0 + 3 \times t_0 + 3^2 \times t_0 + \ldots + 3^{10} \times t_0$

– On met $t_0$ en facteur : $\quad S = t_0(1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{10})$

– On calcule la somme $1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{10}$ : $\quad 1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{10} = \dfrac{1 - 3^{11}}{1 - 3} = \dfrac{3^{11} - 1}{2}$

– On remplace et on calcule : $\quad S = 0{,}2 \times \dfrac{3^{11} - 1}{2} = 0{,}1 \times (3^{11} - 1) = 17\,714{,}6$

Fiche 50

# Calcul d'un terme

## Série 1

**1** **$(u_n)$ est la suite définie pour tout nombre $n$ de $\mathbb{N}$ par $u_n = -5n+2$. On peut affirmer que $u_7$ est égal à …**

- a. 37
- b. −33
- c. 4
- d. −37

**2** **$(v_n)$ est la suite définie pour tout nombre $n$ de $\mathbb{N}$ par $v_n = n^2+3n+2$. L'affirmation vraie est …**

- a. $v_{10} = 52$
- b. $v_{10} = 115$
- c. $v_{10} = 42$
- d. $v_{10} = 132$

**3** **$(s_n)$ est une suite qui vérifie, pour tout nombre $n$ appartenant à $\mathbb{N}$, $s_{n+1} = 4s_n + n$.
Il est exact d'écrire …**

- a. $s_7 = 4s_6 + 7$
- b. $s_7 = 4 \times 7 + 6$
- c. $s_7 = 4s_6 + 6$
- d. $s_7 = 4 + s_6 + 6$

**4** **$(w_n)$ est la suite définie par $w_1 = 4$ et pour tout nombre $n$ de $\mathbb{N}$ par $w_{n+1} = 2w_n^2 + 1$.
On peut affirmer que …**

- a. $w_2 = 9$
- b. $w_2 = 3$
- c. $w_2 = 19$
- d. $w_2 = 33$

**5** **$(t_n)$ est une suite qui vérifie, pour tout $n$ de $\mathbb{N}$, $t_{n+1} = 3t_n - 1$ et l'on sait que $t_5 = 4$.
On peut en déduire que $t_6$ est égal à …**

- a. 14
- b. 11
- c. 8
- d. 13

## Série 2

**1** **$(u_n)$ est la suite arithmétique de raison 4 et telle que $u_{10} = 5$. On peut affirmer que $u_{13}$ est égal à …**

- a. 9
- b. 17
- c. 13
- d. 20

**2** **$(w_n)$ est la suite arithmétique telle que $w_7 = 5$ et $w_8 = 20$. La raison de cette suite est …**

- a. 4
- b. $\frac{1}{4}$
- c. 15
- d. −15

**3** **$(v_n)$ est la suite arithmétique telle que $v_4 = 32$ et $v_5 = 24$. On est certain que $v_6$ est égal à …**

- a. 16
- b. 32
- c. 18
- d. 40

**4** **$(x_n)$ est la suite arithmétique telle que $x_{12} = 3$ et $x_{14} = 27$. La raison de cette suite est …**

- a. 3
- b. 9
- c. 12
- d. 24

**5** **$(y_n)$ est la suite arithmétique de raison 3 telle que $y_1 = -2$. Alors $y_{10}$ est égal à …**

- a. 1
- b. −20
- c. 25
- d. 28

## Série 3

**1** **$(u_n)$ est la suite géométrique de raison 3 et telle que $u_0 = 9$. On peut affirmer que $u_1$ est égal à …**

- a. 3
- b. 6
- c. 12
- d. 27

**2** **$(w_n)$ est la suite géométrique telle que $w_1 = -10$ et $w_2 = 25$. La raison de cette suite est …**

- a. −2,5
- b. 2,5
- c. 15
- d. 35

**3** **$(v_n)$ est la suite géométrique telle que $v_{10} = 5$ et $v_{11} = -10$. On peut en déduire que $v_{12}$ est égal à …**

- a. 20
- b. −20
- c. 15
- d. −25

**4** **$(t_n)$ est la suite géométrique telle que $t_{10} = 5$ et $t_{12} = 45$. La raison de cette suite est …**

- a. 40
- b. 20
- c. 9
- d. 3

**5** **$(s_n)$ est la suite définie pour tout entier naturel $n$ par $s_n = -2 \times 5^n$. On peut affirmer que $(s_n)$ est …**

- a. la suite arithmétique de raison 5 telle que $s_0 = -2$
- b. la suite géométrique de raison −2 telle que $s_0 = 5$
- c. la suite géométrique de raison 5 telle que $s_0 = -2$
- d. la suite arithmétique de raison −2 telle que $s_0 = 5$

# Calcul de la somme des termes

## Série 1

**1** **La somme $1+2+\ldots+9+10$ est égale à …**

- a. 45
- b. 55
- c. 90
- d. 100

**2** **La somme des nombres entiers naturels de 1 à 200 est égale à …**

- a. 20 100
- b. 19 900
- c. 20 001
- d. 40 000

**3** **$(u_n)$ est la suite arithmétique de raison 2 telle que $u_0 = 5$. La somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{10}$ est égale à …**

- a. $11 \times 5 + \dfrac{10 \times 11}{2}$
- b. $10 \times \dfrac{5+25}{2}$
- c. $11 \times 2 + 10 \times 5$
- d. $11 \times 5 + 10 \times 11$

**4** **$S = 2+3+\ldots+16+17$. S est égal à …**

- a. 136
- b. 152
- c. 170
- d. 153

**5** **La somme $S = 2+4+6+\ldots+38+40$ est égale à …**

- a. 190
- b. 400
- c. 420
- d. 820

## Série 2

**1** **La somme $1+2+2^2+\ldots+2^{10}$ est égale à …**

- a. $2^{10}-1$
- b. $2^{11}+1$
- c. $2^{11}-1$
- d. $\dfrac{2^{10}-1}{2}$

**2** **$A = 1-3+3^2-3^3+\ldots-3^9+3^{10}$. A est égal à …**

- a. $\dfrac{1+3^{11}}{4}$
- b. $\dfrac{3^{11}-1}{4}$
- c. $\dfrac{3^{11}-1}{2}$
- d. $\dfrac{1-3^{11}}{4}$

**3** **$S = 1-10+10^2-10^3+10^4-10^5$.**
**Voici quatre affirmations. Téo : « $S = 111\,111$ ». Rose : « $S = -111\,111$ ». Liam : « $S = 90\,909$ ». Aël : « $S = -90\,909$ ». L'affirmation correcte est celle de …**

- a. Téo
- b. Aël
- c. Rose
- d. Liam

**4** **La somme $5+5^2+5^3+5^4+5^5$ est égale à …**

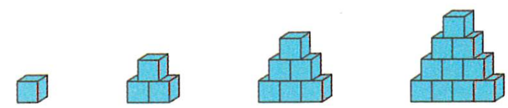
- a. $5 \times \dfrac{5^5-1}{5-1}$
- b. $\dfrac{5^5-1}{5-1}$
- c. $5 \times \dfrac{5^4-1}{5-1}$
- d. $\dfrac{5^6-1}{5-1}$

**5** **$(u_n)$ est la suite géométrique de raison 2 telle que $u_0 = 4$. La somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_7$ est égale à …**

- a. 508
- b. 252
- c. 1020
- d. 2 044

## Série 3

**1** **Ghita empile des cubes identiques, comme indiqué ci-dessous. Pour réaliser un empilement ayant 12 étages, il lui faut …**




- a. 55 cubes
- b. 78 cubes
- c. 56 cubes
- d. 100 cubes

**2** **Pendant six jours, Cora fait une randonnée à vélo. Le premier jour, elle parcourt 50 km, puis chaque jour elle parcourt 5 km de plus que la veille. La distance totale parcourue est …**

- a. 75 km
- b. 300 km
- c. 325 km
- d. 375 km

**3** **Au cours d'une épidémie, on observe l'évolution du nombre de malades. Ce nombre augmente de 50 % toutes les semaines. Au début de l'étude, il y a 2 000 malades. Au bout de 3 semaines, le nombre de personnes malades est …**

- a. 6 000
- b. 4 500
- c. 5 250
- d. 6 750

**4** **Une usine produit 1 000 vélos en janvier, puis chaque mois 100 vélos de plus que le mois précédent. La production totale annuelle de cette usine est de …**

- a. 6 600 vélos
- b. 13 100 vélos
- c. 19 800 vélos
- d. 18 600 vélos

**5** **Un 1er mai, Marc crée un compte sur un réseau social. Il a aussitôt un abonné. Le 2 mai, il a 2 nouveaux abonnés ; le 3 mai il a 4 nouveaux abonnés. Et ainsi de suite, chaque jour le nombre de nouveaux abonnés est le double de la veille. Le 9 mai, Marc a en tout …**

- a. 255 abonnés
- b. 256 abonnés
- c. 511 abonnés
- d. 512 abonnés