Thème 19

Variations et extremums

Des idées, des réflexes

Comment comparer des images à l'aide d'un tableau de variations ?

On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-8\,;4]$.

x	-8	-7	-2	1	4
$g(x)$	1 ↘			-2 ↗	3

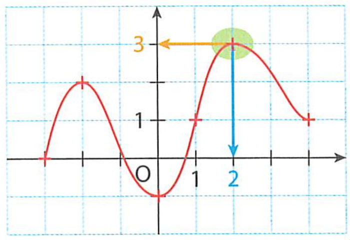
Pour comparer $g(-7)$ et $g(-2)$:

- on repère -7 et -2 sur la ligne « x » du tableau : -7 et -2 appartiennent à l'intervalle $[-8\,;1]$ et $-7<-2$;
- on repère le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[-8\,;1]$: la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[-8\,;1]$.

Donc les nombres et leurs images sont rangés dans des ordres contraires : $g(-7)>g(-2)$.

Comment lire un maximum, un minimum ?

f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;4]$ par la courbe tracée dans le repère ci-contre.



Pour lire graphiquement le maximum de f sur l'intervalle $[-3\,;4]$:

- on cherche **le point le plus haut** de la courbe sur cet intervalle :

le maximum de f sur $[-3\,;4]$ est l'ordonnée de ce point, soit 3 ; il est atteint en $x=2$.

Comment dresser le tableau de variations d'une fonction affine ?

- **f est une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax+b$ (avec a et b nombres réels). Sur $\mathbb{R}$, f est croissante si $a>0$, f est décroissante si $a<0$, f est constante si $a=0$.**

Voici le tableau de variations de la fonction h définie sur $[-2\,;4]$ par $h(x)=4x-5$.

$4>0$ donc h est croissante sur $[-2\,;4]$ et :

$h(-2)=4\times(-2)-5=-8-5=-13$

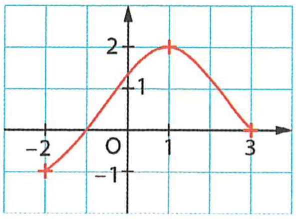
$h(4)=4\times4-5=16-5=11$

x	-2	4
$h(x)$	-13 ↗	11

Sens de variation d'une fonction

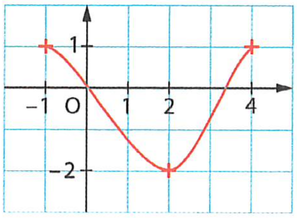
Série 1

1 **Dans ce repère, on a représenté une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$. Par lecture graphique, on peut affirmer que la fonction f est croissante sur l'intervalle …**



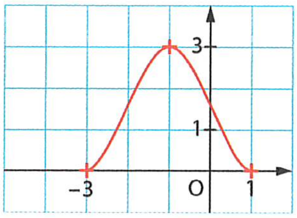
☐ a. $[-1\,;2]$ ☐ b. $[1\,;3]$ ☑ c. $[-2\,;1]$ ☐ d. $[-1\,;3]$

2 ***g* est la fonction définie sur l'intervalle $[-1\,;4]$ par la courbe tracée dans ce repère. On peut affirmer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle …**



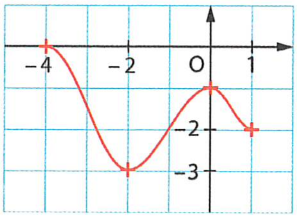
☑ a. $[-1\,;2]$ ☐ b. $[2\,;4]$ ☐ c. $[0\,;3{,}3]$ ☐ d. $[-2\,;1]$

3 **Dans ce repère, on a représenté une fonction h définie sur l'intervalle $[-3\,;1]$. On peut affirmer que la fonction h est croissante sur l'intervalle …**



☐ a. $[-3\,;1]$ ☐ b. $[0\,;1]$ ☐ c. $[0\,;3]$ ☑ d. $[-2\,;-1]$

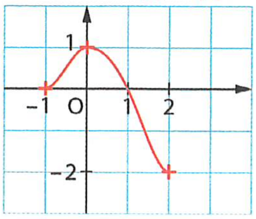
4 **Dans ce repère, on a représenté une fonction h définie sur l'intervalle $[-4\,;1]$. On peut affirmer que la fonction h est monotone sur l'intervalle …**



☑ a. $[-2\,;0]$ ☐ b. $[-4\,;1]$ ☐ c. $[-2\,;1]$ ☐ d. $[-3\,;0]$

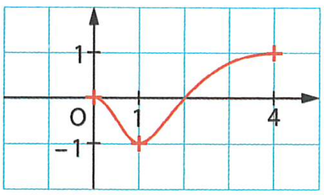
Série 2

1 **Dans ce repère, voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\,;2]$. Par lecture graphique, on peut affirmer que la fonction f est …**



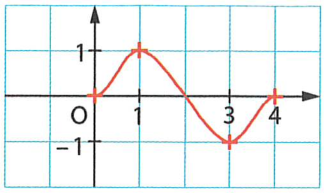
☐ a. croissante sur $[0\,;1]$ et décroissante sur $[-2\,;1]$
☐ b. croissante sur $[-1\,;1]$ et décroissante sur $[1\,;2]$
☑ c. croissante sur $[-1\,;0]$ et décroissante sur $[0\,;2]$

2 **Dans ce repère, voici la représentation graphique d'une fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;4]$. On peut affirmer que la fonction g est …**



☐ a. décroissante sur $[-1\,;0]$ et croissante sur $[-1\,;1]$
☐ b. décroissante sur $[-1\,;0]$ et croissante sur $[0\,;2]$
☑ c. décroissante sur $[0\,;1]$ et croissante sur $[1\,;4]$

3 **Dans ce repère, f est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;4]$ par cette courbe. On peut affirmer que la fonction f est …**



☐ a. croissante sur $[0\,;2]$ et décroissante sur $[2\,;4]$
☑ b. croissante sur $[0\,;1]$, décroissante sur $[1\,;3]$ et croissante sur $[3\,;4]$
☐ c. croissante sur $[0\,;1]$, décroissante sur $[-1\,;1]$ et croissante sur $[-1\,;0]$

4 **La fonction carré est …**

☑ a. décroissante sur $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$
☐ b. croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$
☐ c. croissante sur $]-\infty\,;0]$ et décroissante sur $[0\,;+\infty[$

Série 3

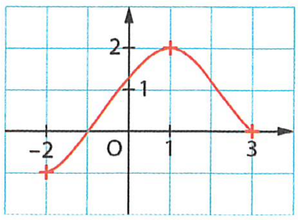
1 **Dire qu'une fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;6]$ signifie …**

☐ a. que, pour tous nombres réels u et v de l'intervalle $[0\,;6]$, si $u \leqslant v$, alors $f(u) \geqslant f(v)$
☑ b. que, pour tous nombres réels u et v de l'intervalle $[0\,;6]$, si $u \leqslant v$, alors $f(u) \leqslant f(v)$
☐ c. qu'il existe deux nombres réels u et v de l'intervalle $[0\,;6]$ tels que $u \leqslant v$ et $f(u) \leqslant f(v)$

2 **Dire qu'une fonction g est décroissante sur l'intervalle $[-2\,;1]$ signifie …**

☑ a. que pour tous nombres réels u et v de l'intervalle $[-2\,;1]$, si $u \leqslant v$, alors $g(u) \geqslant g(v)$
☐ b. qu'il existe deux nombres réels u et v de l'intervalle $[-2\,;1]$ tels que $u \leqslant v$ et $g(u) \leqslant g(v)$
☐ c. qu'il existe deux nombres réels u et v de l'intervalle $[-2\,;1]$ tels que $u \leqslant v$ et $g(u) \geqslant g(v)$

3 **Dans ce repère, voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$. Par lecture graphique, on peut affirmer que …**



☐ a. $f(0) \geqslant f(0{,}5)$ ☑ b. $f(-1) \leqslant f(0{,}5)$
☐ c. $f(2) \leqslant f(3)$ ☐ d. $f(-2) \geqslant f(-1)$

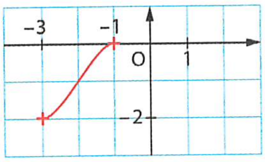
4 **f est une fonction croissante sur l'intervalle $[-2\,;3]$. On a donc …**

☐ a. $f(-2) \geqslant f(1)$ ☑ b. $f(0) \leqslant f(2)$
☐ c. $f(-1) \geqslant f(0)$ ☐ d. $f(-1) \leqslant f(-2)$

Tableau de variations

Série 1

1 On a représenté une fonction h définie sur l'intervalle $[-3\,;-1]$. Dans le tableau de variations de la fonction h, on peut compléter le cadre bleu par …



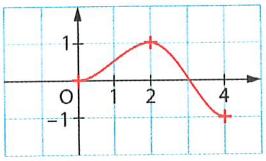
x	-3	-1
$h(x)$	▭ (cadre bleu)	

☐ **a.** une flèche « qui monte » avec des valeurs de $h(x)$ allant de -3 à -1

☒ **b.** une flèche « qui monte » avec des valeurs de $h(x)$ allant de -2 à 0

☐ **c.** une flèche « qui descend » avec des valeurs de $h(x)$ allant de 0 à -2

2 On a représenté ci-contre une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;4]$. Dans le tableau de variations de la fonction f, on peut compléter …



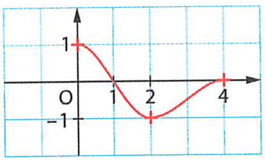
x	0	▭ (rouge)	4
$f(x)$	0 ↗	▭ (bleu)	↘ -1

☒ **a.** le cadre rouge par 2 et le cadre bleu par 1

☐ **b.** le cadre rouge par 1 et le cadre bleu par 2

☐ **c.** le cadre rouge par 3 et le cadre bleu par 0

3 Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;4]$. Dans le tableau de variations de la fonction f, on peut compléter …



x	0	▭ (rouge)	▭ (bleu)
$f(x)$	1 ↘	-1	↗ 0

☐ **a.** le cadre rouge par -1 et le cadre bleu par 0

☐ **b.** le cadre rouge par 1 et le cadre bleu par 4

☒ **c.** le cadre rouge par 2 et le cadre bleu par 4

Série 2

1 Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;6]$. On peut affirmer que …

x	-3	0	6
$f(x)$	0 ↗	5	↘ -2

☐ **a.** $f(4) \leqslant f(5)$ ☒ **b.** $f(1) \geqslant f(5)$

☐ **c.** $f(-2) \geqslant f(-1)$ ☐ **d.** $f(-1) \geqslant f(0)$

2 La fonction f est définie sur l'intervalle $[-10\,;1]$ par ce tableau de variations. On peut affirmer que …

x	-10	-4	1
$f(x)$	3 ↘	-5	↗ -1

☐ **a.** $f(-2) \leqslant f(-4)$ ☐ **b.** $f(0) \leqslant f(-1)$

☐ **c.** $f(-5) > f(-5{,}5)$ ☒ **d.** $f(-7) \leqslant f(-8)$

3 Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-5\,;5]$. Le nombre $f(0)$ est tel que …

x	-5	1	2	5
$f(x)$	-1 ↘	-3 ↗	0	↘ -4

☐ **a.** $f(0) = 2$ ☐ **b.** $f(0) \geqslant f(-4)$ ☒ **c.** $f(0) \geqslant f(0{,}5)$

4 Voici le tableau de variations d'une fonction h définie sur l'intervalle $[-5\,;5]$. On peut affirmer que …

x	-5	-1	2	5
$h(x)$	0 ↗	1 ↘	-1 ↗	0

☒ **a.** $h(-2)$ est positif

☐ **b.** l'image de 0 par la fonction h est 5

☐ **c.** 0 possède deux antécédents par la fonction h

Série 3

1 h est une fonction telle que $h(3) = 4$ et $h(4) = 5$. Dans le tableau de variations de la fonction h, on peut compléter …

x	0	▭ (rouge)	▭ (bleu)
$h(x)$	10 ↘	4 ↗	▭ (vert)

☐ **a.** le cadre rouge par 3, le cadre bleu par 5 et le cadre vert par 4

☒ **b.** le cadre rouge par 3, le cadre bleu par 4 et le cadre vert par 5

☐ **c.** le cadre rouge par 5, le cadre bleu par 3 et le cadre vert par 4

2 Voici trois informations à propos d'une fonction f : elle est croissante sur l'intervalle $[-2\,;0]$, l'image de 0 est 4 et $f(4) = -2$. Dans le tableau de variations de la fonction f, on peut compléter …

x	▭ (rouge)	0	4
$f(x)$	-2 ↗	▭ (bleu)	↘ ▭ (vert)

☒ **a.** le cadre rouge par -2, le cadre bleu par 4 et le cadre vert par -2

☐ **b.** le cadre rouge par 4, le cadre bleu par -2 et le cadre vert par 0

☐ **c.** le cadre rouge par -2, le cadre bleu par -2 et le cadre vert par 4

3 f est une fonction définie sur l'intervalle $[-1\,;3]$. Par cette fonction f, 0 a pour antécédent 3 et l'image de -1 est 3. Dans le tableau de variations de cette fonction f, on peut affirmer …

x	a	b
$f(x)$	c ↘	d

☐ **a.** $a = 0$, $b = 3$, $c = 3$, $d = -1$

☐ **b.** $a = -1$, $b = 3$, $c = 0$, $d = 3$

☒ **c.** $a = -1$, $b = 3$, $c = 3$, $d = 0$

4 Voici le tableau de variations d'une fonction h. Des valeurs possibles pour a et b sont …

x	a	-2	5
$h(x)$	-2 ↘	b ↗	10

☐ **a.** $a = -2$ et $b = -1$ ☒ **b.** $a = -4$ et $b = -3$

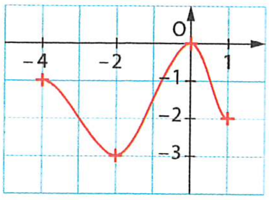
☐ **c.** $a = -10$ et $b = 0$

Fiche 91

Extremums d'une fonction

Série 1

1 Le maximum de la fonction représentée ci-contre sur l'intervalle $[-4\,;1]$ est …

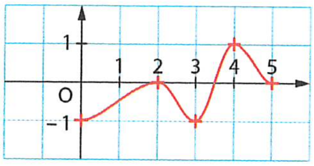


☐ **a.** –3 ☑ **b.** 0 ☐ **c.** –4 ☐ **d.** 1

2 Le minimum de la fonction représentée à la question 1 est …

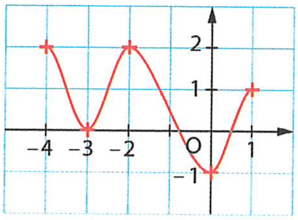
☑ **a.** –3 ☐ **b.** 0 ☐ **c.** –4 ☐ **d.** –2

3 ***f*** **est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par la courbe tracée dans ce repère. Le maximum de *f* sur l'intervalle $[0\,;3]$ est …**



☐ **a.** 4 ☐ **b.** 2 ☐ **c.** 1 ☑ **d.** 0

4 ***g*** **est la fonction définie sur l'intervalle $[-4\,;1]$ par la courbe tracée dans ce repère. Le minimum de *g* sur l'intervalle $[-4\,;-2]$ est atteint en …**



☑ **a.** –3 ☐ **b.** 0 ☐ **c.** –1 ☐ **d.** –4

Série 2

1 Voici le tableau de variations d'une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-4\,;3]$. Le maximum de *f* sur l'intervalle $[-4\,;1]$ est …

x	–4		0		1		3
$f(x)$	0	↗	1	↘	–1	↗	2

☐ **a.** 0 atteint en 1 ☑ **b.** 1 atteint en 0
☐ **c.** 2 atteint en 3 ☐ **d.** 3 atteint en 2

2 Voici le tableau de variations d'une fonction *g* définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$. Le minimum de *g* sur l'intervalle $[-2\,;2]$ est …

x	–2		0		1		2
$g(x)$	1	↘	–2	↗	0	↘	–3

☐ **a.** 2 atteint en –3 ☐ **b.** –2 atteint en 0
☐ **c.** 0 atteint en –2 ☑ **d.** –3 atteint en 2

3 La fonction *f* est définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par ce tableau de variations. Cette fonction *f* admet …

x	0		2,5		5		10
$f(x)$	–8	↗	–4	↘	–5	↗	5

☑ **a.** –5 comme minimum sur $[4\,;6]$
☐ **b.** 6 comme maximum sur $[5\,;10]$
☐ **c.** –4 comme maximum sur $[0\,;2]$
☐ **d.** –5 comme minimum sur $[0\,;6]$

4 La fonction *m* est définie sur l'intervalle $[-4\,;16]$ par ce tableau de variations. On peut affirmer que …

x	–4		4		16
$m(x)$	0	↗	3	↘	–2

☐ **a.** pour tout réel x de $[-4\,;16]$, $m(x) \geqslant 0$
☐ **b.** le maximum de m sur $[-4\,;16]$ est $m(3)$
☑ **c.** la fonction m admet $m(16)$ comme minimum sur $[0\,;16]$

5 La fonction *f* est définie sur l'intervalle $[-5\,;0]$ par ce tableau de variations. On peut affirmer que …

x	–5		–3		–2		0
$f(x)$	3	↘	0	↗	4	↘	0

☐ **a.** f admet deux fois le nombre 3 comme maximum sur $[-5\,;-1]$
☐ **b.** pour tout nombre réel x de $[-5\,;0]$, $f(x) \leqslant f(-3)$
☑ **c.** f admet deux fois le nombre 0 comme minimum sur $[-4\,;0]$

Série 3

1 Voici le tableau de variations d'une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-10\,;10]$. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-10\,;10]$ …

x	–10		0		10
$f(x)$	–10	↗	5	↘	0

☐ **a.** $-10 \leqslant f(x) \leqslant 0$ ☐ **b.** $0 \leqslant f(x) \leqslant 5$
☑ **c.** $-10 \leqslant f(x) \leqslant 5$ ☐ **d.** $-10 \leqslant f(x) \leqslant 10$

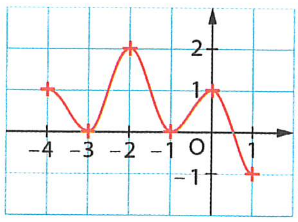
2 Sur l'intervalle $[0\,;6]$, le maximum d'une fonction *f* est 5. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;6]$, on peut affirmer que …

☐ **a.** $f(x) \leqslant f(5)$ ☐ **b.** $f(x) \geqslant f(5)$ ☑ **c.** $f(x) \leqslant 5$

3 Sur l'intervalle $[-4\,;4]$, le minimum d'une fonction *g* est atteint en 3. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-4\,;4]$, on peut affirmer que …

☐ **a.** $g(x) \leqslant g(3)$ ☐ **b.** $g(x) \leqslant 3$ ☑ **c.** $g(x) \geqslant g(3)$

4 Une fonction *f* est représentée dans ce repère sur l'intervalle $[-4\,;1]$. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-4\,;1]$ …



☑ **a.** $-1 \leqslant f(x) \leqslant 2$ ☐ **b.** $f(-1) \leqslant f(x) \leqslant f(2)$
☐ **c.** $-1 \leqslant f(x) \leqslant 1$ ☐ **d.** $f(-1) \leqslant f(x) \leqslant f(1)$

5 ***f*** **est une fonction. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;20]$, $f(x) - f(12) \geqslant 0$ et $f(12) = 7$. Sur l'intervalle $[10\,;20]$ …**

☐ **a.** le maximum de f est 7 ; il est atteint en 12
☑ **b.** le minimum de f est 7 ; il est atteint en 12
☐ **c.** le minimum de f est 12 ; il est atteint en 7

Sens de variation d'une fonction affine

Série 1

1 ***f*** **est une fonction affine dont la courbe représentative est une droite de coefficient directeur 3. Alors, $\dfrac{f(6)-f(2)}{6-2}$ est égal à …**

☐ a. 1 ☐ b. 4 ☐ c. $\frac{3}{4}$ ☑ d. 3

2 ***f*** **est une fonction affine dont la courbe représentative est une droite de coefficient directeur −2. Alors, $f(10)-f(7)$ est égal à …**

☐ a. −2 ☑ b. −6 ☐ c. 3 ☐ d. 6

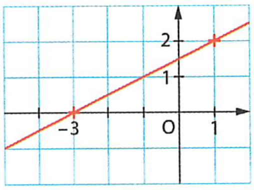
3 ***f*** **est la fonction affine $x \mapsto 5x-4$. Alors, $f(1)-f(4)$ est égal à …**

☐ a. −3 ☑ b. −15 ☐ c. 15 ☐ d. 12

4 ***g*** **est la fonction affine $x \mapsto -x+6$. Alors, $g(100)-g(90)$ est égal à …**

☐ a. 60 ☐ b. 10 ☐ c. −60 ☑ d. −10

5 **On a représenté ci-contre une fonction affine *g*. On peut affirmer que $g(5)-g(2)$ est égal à …**



☐ a. 6 ☐ b. 3 ☑ c. 1,5 ☐ d. 0,5

Série 2

1 **Parmi les fonctions affines suivantes, la seule fonction croissante sur $\mathbb{R}$ est la fonction …**

☐ a. $x \mapsto -3x-9$ ☐ b. $x \mapsto 1-4x$
☑ c. $x \mapsto 5x-8$ ☐ d. $x \mapsto -7x-4$

2 **Parmi les fonctions affines suivantes, la seule fonction décroissante sur $\mathbb{R}$ est la fonction …**

☐ a. $x \mapsto 3x-2$ ☐ b. $x \mapsto 4x+1$
☐ c. $x \mapsto 7+x$ ☑ d. $x \mapsto 2-8x$

3 **Voici le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ d'une fonction affine *f*. Une expression de $f(x)$ peut être …**

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

☑ a. $f(x)=-3x+6$ ☐ b. $f(x)=x+2$
☐ c. $f(x)=x-2$ ☐ d. $f(x)=-4x+2$

4 ***f*** **est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x-5$. Dans ce tableau de signes, on peut remplacer …**

x	$-\infty$		□		$+\infty$
$f(x)$		□	0	□	

☑ a. le cadre rouge par 2,5, le cadre bleu par − et le cadre vert par +
☐ b. le cadre rouge par 0,4, le cadre bleu par − et le cadre vert par +
☐ c. le cadre rouge par 2,5, le cadre bleu par + et le cadre vert par −

5 ***f*** **est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-4x-1$. Dans ce tableau de signes, on peut remplacer …**

x	$-\infty$		□		$+\infty$
$f(x)$		□	0	□	

☐ a. le cadre rouge par 4, le cadre bleu par + et le cadre vert par −
☐ b. le cadre rouge par 0,25, le cadre bleu par + et le cadre vert par −
☑ c. le cadre rouge par −0,25, le cadre bleu par + et le cadre vert par −

Série 3

1 **Voici le tableau de variations d'une fonction affine *f* sur $\mathbb{R}$. Cette fonction *f* peut être définie sur $\mathbb{R}$ par …**

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	↘	

☑ a. $f(x)=\frac{1}{3}-x$ ☐ b. $f(x)=x-1$ ☐ c. $f(x)=\frac{5}{7}x-5$

2 **Voici le tableau de variations d'une fonction affine *g* sur l'intervalle $[1;+\infty[$. Cette fonction *g* peut être définie sur cet intervalle $[1;+\infty[$ par …**

x	1	$+\infty$
$g(x)$	−1 ↗	

☐ a. $g(x)=-2x+1$ ☐ b. $g(x)=-x-2$ ☑ c. $g(x)=2x-3$

3 ***h*** **est la fonction affine définie sur l'intervalle $[-1;5]$ par $h(x)=3x-1$. Dans ce tableau de variations, on peut remplacer …**

x	−1		5
$h(x)$	□	□	□

☐ a. le cadre rouge par 2, le cadre bleu par une flèche « qui monte » et le cadre vert par 14
☐ b. le cadre rouge par −1, le cadre bleu par une flèche « qui monte » et le cadre vert par 5
☑ c. le cadre rouge par −4, le cadre bleu par une flèche « qui monte » et le cadre vert par 14

4 **Voici le tableau de variations d'une fonction affine *f* sur l'intervalle $[1;4]$. Cette fonction *f* peut être définie sur cet intervalle $[1;4]$ par …**

x	1		4
$f(x)$	11	↘	1

☐ a. $f(x)=\frac{1}{4}x$ ☐ b. $f(x)=-x+12$
☐ c. $f(x)=\frac{10}{3}x+\frac{23}{3}$ ☑ d. $f(x)=-\frac{10}{3}x+\frac{43}{3}$

5 **Voici le tableau de variations d'une fonction *f* sur l'intervalle $[-10;10]$. Cette fonction *f* peut être définie sur l'intervalle $[-10;10]$ par …**

x	−10		0		10
$f(x)$	−9	↗	1	↘	−9

☐ a. $\begin{cases} f(x)=-x+1 \text{ si } x\in[-10;0] \\ f(x)=x+1 \text{ si } x\in[0;10] \end{cases}$

☑ b. $\begin{cases} f(x)=x+1 \text{ si } x\in[-10;0] \\ f(x)=-x+1 \text{ si } x\in[0;10] \end{cases}$

☐ c. $\begin{cases} f(x)=-x-19 \text{ si } x\in[-10;0] \\ f(x)=-x+1 \text{ si } x\in[0;10] \end{cases}$