Thème 18

Fonctions : généralités

Des idées, des réflexes

Comment reconnaître l'appartenance à une courbe ?

- **f est une fonction définie sur un intervalle I. Dans un repère, $\mathscr{C}$ est sa courbe représentative.**
Un point $M(x\,;y)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$ si et seulement si $x \in I$ et $y = f(x)$.

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x + 1$.

Dans un repère, le point $A(2\,;5)$ appartient-il à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f ?

– On calcule donc $f(2)$:

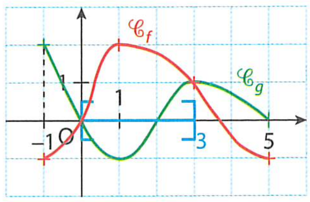
$f(2) = 2^3 - 2 \times 2 + 1 = 8 - 4 + 1 = 5$.

Or, 5 est l'ordonnée de A, donc le point $A(2\,;5)$ appartient à $\mathscr{C}$.

Comment résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) \geqslant g(x)$?

- **Dans un repère, les solutions d'une inéquation du type $f(x) \geqslant g(x)$ se lisent sur l'axe des abscisses ; ce sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui sont au-dessus de $\mathscr{C}_g$.**

Dans le repère ci-contre, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-1;5]$.



Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.

– La courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $[0\,;3]$.

– L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ est l'intervalle $\mathscr{S} = [0\,;3]$.

Comment étudier la parité d'une fonction ?

- **f est une fonction définie sur un ensemble D.**
Dire que f est une fonction paire (resp. impaire) signifie que pour tout x de D,

$$-x \in D \text{ et } f(-x) = f(x) \text{ (resp. } f(-x) = -f(x)\text{).}$$

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 5x^2 - 1.$$

Pour tout réel x, $-x \in \mathbb{R}$ et :

$$f(-x) = 5 \times (-x)^2 - 1 = 5x^2 - 1 = f(x).$$

Donc la fonction f est paire.

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 4x^3 - x.$$

Pour tout réel x, $-x \in \mathbb{R}$ et :

$$g(-x) = 4 \times (-x)^3 - (-x) = -4x^3 + x$$

Or, $-g(x) = -4x^3 + x$ donc $g(-x) = -g(x)$.

Donc la fonction g est impaire.

Courbe représentative

Série 1

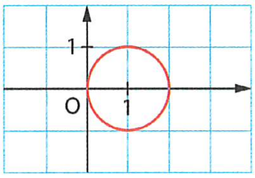
1 ***f* est la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Dans un repère, la courbe d'équation $y = f(x)$ …**

☐ **a.** est une droite

☑ **b.** est l'ensemble des points dont les coordonnées $(x\,;y)$ vérifient $x \in \mathbb{R}$ et $y = x^2 - 2x + 1$

☐ **c.** peut être tracée en reliant à la règle les points A$(-2\,;9)$, B$(-1;4)$ et C$(1;0)$

2 La courbe tracée en rouge dans le repère ci-contre …

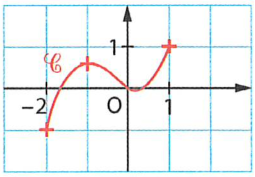


☑ **a.** ne peut pas représenter une fonction

☐ **b.** représente une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;2]$

☐ **c.** représente une fonction définie sur l'intervalle $[-1;1]$

3 La courbe $\mathscr{C}$ tracée dans le repère ci-contre représente une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-2\,;1]$ car …



☐ **a.** pour tout nombre réel *b* de $[-2\,;1]$, il existe un unique point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée *b*

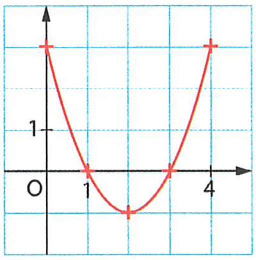
☑ **b.** pour tout nombre réel *a* de $[-2\,;1]$, il existe un unique point de $\mathscr{C}$ d'abscisse *a*

☐ **c.** il existe des points de $\mathscr{C}$ qui n'ont pas la même abscisse

4 ***f* est la fonction définie sur l'intervalle $[-5\,;10]$ par $f(x) = 2x^2 + 1$. Si, dans un repère, le point A situé sur la courbe représentative de *f* a pour abscisse -2, alors son ordonnée est égale à …**

☐ **a.** -7 ☑ **b.** 9 ☐ **c.** 3 ☐ **d.** 17

5 On a tracé dans le repère ci-contre la courbe représentative d'une fonction. Cette courbe peut admettre pour équation …



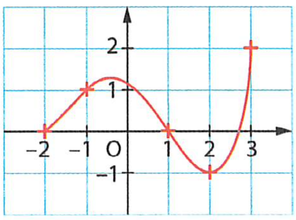
☑ **a.** $y = x^2 - 4x + 3$

☐ **b.** $y = x^2 + 4x + 3$

☐ **c.** $y = x^2 - 5x + 5$

Série 2

1 Dans le repère ci-contre, la courbe donnée représente une fonction *f*. Alors l'ensemble de définition de cette fonction *f* est l'intervalle …

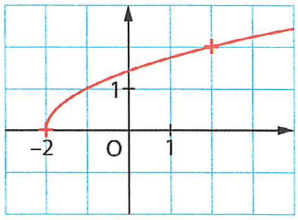


☐ **a.** $[-1;2]$ ☐ **b.** $[-2\,;1]$ ☑ **c.** $[-2\,;3]$

2 ***f* est la fonction définie par $f(x) = x^2 - 9$. L'ensemble de définition de *f* est …**

☐ **a.** $[0\,;+\infty[$ ☐ **b.** $]-\infty\,;3[\,\cup\,]3\,;+\infty[$ ☑ **c.** ℝ

3 Dans le repère ci-contre, on a tracé une partie de la courbe représentant la fonction *g* définie par $g(x) = \sqrt{x+2}$. L'ensemble de définition de *g* est …



☐ **a.** $[0\,;+\infty[$ ☐ **b.** $]-2\,;+\infty[$ ☑ **c.** $[-2\,;+\infty[$

4 On note *f* la fonction $x \mapsto \dfrac{3}{x-2}$. L'ensemble de définition de *f* est …

☐ **a.** $]-\infty\,;3[\,\cup\,]3\,;+\infty[$ ☑ **b.** $]-\infty\,;2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$ ☐ **c.** ℝ

5 On note *f* la fonction $x \mapsto \dfrac{x-1}{x-4}$. L'ensemble de définition de *f* est …

☐ **a.** ℝ ☐ **b.** $]-\infty\,;1[\,\cup\,]1\,;+\infty[$ ☑ **c.** $]-\infty\,;4[\,\cup\,]4\,;+\infty[$

Série 3

1 Dans un repère, le point A$(2\,;-6)$ appartient à la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction *f* définie sur $[-5\,;5]$. Alors …

☐ **a.** $f(-6) = 2$ ☑ **b.** $f(2) = -6$

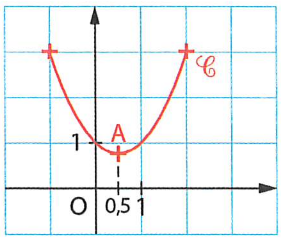
☐ **c.** un antécédent de 2 est -6

2 M est le point de coordonnées $(-1\,;3)$ dans un repère. M peut appartenir à la courbe d'équation …

☐ **a.** $y = x^2 + 3x + 7$ ☐ **b.** $y = x^2 - 3x + 1$

☐ **c.** $y = x^2 + 3x - 1$ ☑ **d.** $y = x^2 + 3x + 5$

3 La courbe $\mathscr{C}$ tracée dans le repère ci-contre représente la fonction *f* définie sur $]-1\,;2[$ par $f(x) = x^2 - x + 1$. L'ordonnée du point A d'abscisse 0,5 et situé sur $\mathscr{C}$ est égale à …



☐ **a.** 0,8 ☐ **b.** 0,9 ☑ **c.** 0,75 ☐ **d.** 0,7

4 Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe d'équation $y = x^3 - 2x + 1$. Alors …

☑ **a.** le point A$(-2\,;-3)$ appartient à $\mathscr{C}$

☐ **b.** le point B$(-2\,;-5)$ appartient à $\mathscr{C}$

☐ **c.** le point D$(2\,;-5)$ appartient à $\mathscr{C}$

5 Dans un repère, la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y = 3x^2 + x + 1$ représente une fonction *f*. Alors l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ …

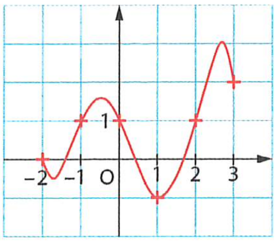
☐ **a.** d'abscisse -5 est 69 ☐ **b.** d'abscisse -3 est -29

☑ **c.** d'abscisse -2 est 11 ☐ **d.** d'abscisse 0 est 4

Résolution graphique (1)

Série 1

1 ***f*** **est une fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$; sa courbe représentative est tracée dans ce repère. Par lecture graphique, on peut dire que l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=1$ est …**

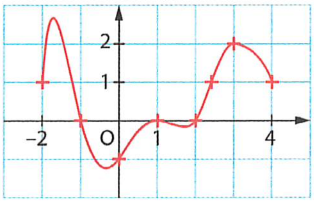


- [ ] **a.** $\{-1\}$
- [x] **b.** $\{-1\,;0\,;2\}$
- [ ] **c.** $\{-1\,;0\}$

2 **La courbe représentative de la fonction *f* est donnée dans la question 1. Par lecture graphique, on peut affirmer que l'équation $f(x)=-2$ admet …**

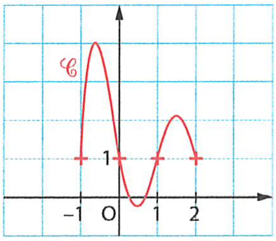
- [ ] **a.** deux solutions
- [ ] **b.** une seule solution
- [x] **c.** aucune solution

3 **On considère la fonction *f*, définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$, dont la courbe représentative est donnée dans ce repère. L'équation $f(x)=0$ équivaut à …**



- [ ] **a.** $x\in[-1;1]\cup[2\,;4]$
- [ ] **b.** $x=1$ ou $x=2$
- [x] **c.** $x=-1$ ou $x=1$ ou $x=2$

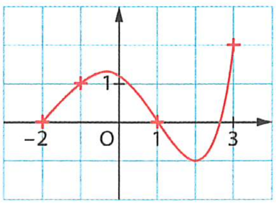
4 **Dans ce repère, la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-1\,;2]$. Le nombre de points de $\mathscr{C}$ ayant une ordonnée égale à 1 …**



- [x] **a.** est aussi le nombre de solutions de l'équation $f(x)=1$
- [ ] **b.** est supérieur à 5
- [ ] **c.** est égal à 1

Série 2

1 **Dans ce repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction *f* définie sur $[-2\,;3]$. Déterminer les abscisses de tous les points de $\mathscr{C}$ ayant une ordonnée négative ou nulle revient à …**

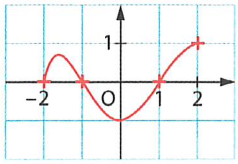


- [x] **a.** résoudre l'inéquation $f(x)\leqslant 0$
- [ ] **b.** résoudre l'équation $f(x)=0$
- [ ] **c.** résoudre l'inéquation $f(x)>0$

2 **La courbe représentative de la fonction *f* est donnée dans la question 1. Par lecture graphique, on peut affirmer que …**

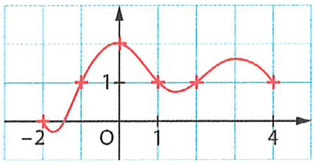
- [ ] **a.** $f(2)>f(-2)$
- [ ] **b.** $f(-1)>f(3)$
- [x] **c.** $f(-1)\geqslant f(1)$

3 **La courbe représentative d'une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ est tracée dans ce repère. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)<0$ est …**



- [x] **a.** $]-1;1[$
- [ ] **b.** $\{-1;1\}$
- [ ] **c.** $]-2\,;1[\cup]1;2[$

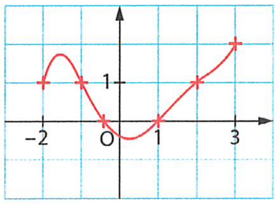
4 **La courbe représentative d'une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$ est tracée dans ce repère. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\geqslant 1$ est …**



- [ ] **a.** $[-2\,;-1]\cup[1;2]$
- [x] **b.** $[-1;1]\cup[2\,;4]$
- [ ] **c.** $]-1;1[\cup]2\,;4[$

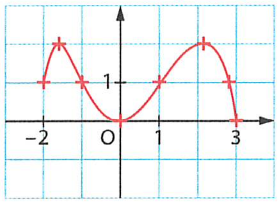
Série 3

1 **Dans ce repère, on a tracé la courbe représentative d'une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$. Par lecture graphique, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)>1$ est …**



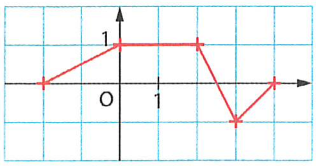
- [ ] **a.** $]-2\,;3]$
- [ ] **b.** $]-2\,;-1[\cup]2\,;3[$
- [x] **c.** $]-2\,;-1[\cup]2\,;3]$

2 **La courbe représentative d'une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$ est tracée dans ce repère. L'équation $f(x)=k$ admet exactement trois solutions si, et seulement si, *k* appartient à l'intervalle …**



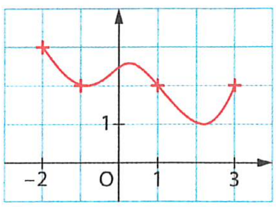
- [ ] **a.** $[1;2[$
- [x] **b.** $]0\,;1[$
- [ ] **c.** $[0\,;1[$

3 **Dans ce repère, la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction *f* définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$. Par lecture graphique, on peut dire que l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=1$ est …**



- [x] **a.** $[0\,;2]$
- [ ] **b.** $\{0\,;2\}$
- [ ] **c.** $\{0\}$

4 ***f*** **est la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$ dont la courbe représentative est tracée dans ce repère. Par lecture graphique, on peut affirmer que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\geqslant 2$ est …**

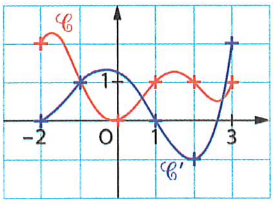


- [ ] **a.** $[-2\,;1]$
- [x] **b.** $[-2\,;1]\cup\{3\}$
- [ ] **c.** $[-2\,;-1[\cup]-1;1[$

Résolution graphique (2)

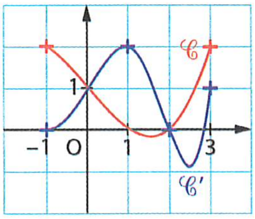
Série 1

1 Dans ce repère, $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont les courbes représentant respectivement des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\,;3]$. Alors …



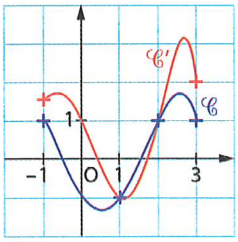
- [x] a. $f(-1)=g(-1)$
- [ ] b. $f(0)=g(0)$
- [ ] c. $f(1)=g(1)$

2 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent des fonctions f et g sur l'intervalle $[-1\,;3]$. Par lecture graphique, on peut dire que l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est …



- [ ] a. $\{0\,;1\}$
- [x] b. $\{0\,;2\}$
- [ ] c. $\{-1\,;3\}$

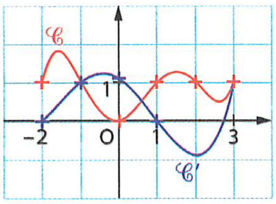
3 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent des fonctions f et g sur l'intervalle $[-1\,;3]$. Par lecture graphique, l'équation $f(x)-g(x)=0$ équivaut à …



- [ ] a. $x=0$ ou $x=1$
- [x] b. $x=1$ ou $x=2$
- [ ] c. $x\in[0\,;2]$

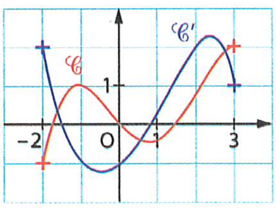
Série 2

1 f et g sont deux fonctions définies sur l'intervalle $[-2\,;3]$ et représentées graphiquement respectivement par les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ dans ce repère. Alors …



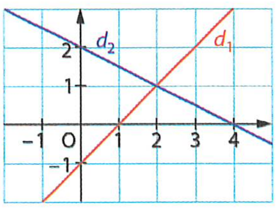
- [ ] a. $f(2)\geqslant g(2)$ et $f(1)=g(1)$
- [ ] b. $f(1)>g(1)$ et $f(-2)<g(-2)$
- [x] c. $f(2)\geqslant g(2)$ et $f(0)\leqslant g(0)$

2 f et g sont deux fonctions définies sur l'intervalle $[-2\,;3]$ et représentées graphiquement respectivement par les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ dans ce repère. Une solution de l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$ est …



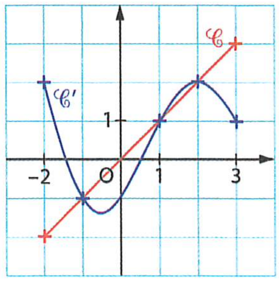
- [ ] a. -1
- [ ] b. 0
- [x] c. 2
- [ ] d. 3

3 Dans ce repère, on a représenté deux fonctions affines f et g par les droites d_1 et d_2 respectivement. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$ est …



- [ ] a. $\{2\}$
- [ ] b. $[2\,;+\infty[$
- [x] c. $]-\infty\,;2]$
- [ ] d. $]-\infty\,;1]$

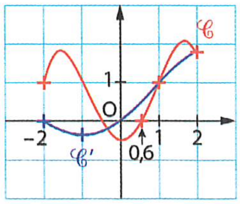
4 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent respectivement des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\,;3]$. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)>g(x)$ est …



- [x] a. $]-1\,;1[\,\cup\,]2\,;3]$
- [ ] b. $]-1\,;1[\,\cup\,]2\,;3[$
- [ ] c. $[-2\,;1[\,\cup\,]1\,;2[$

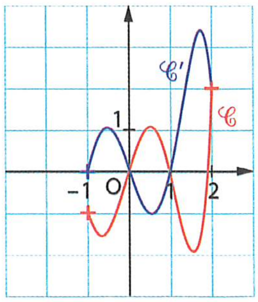
Série 3

1 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent respectivement des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\,;2]$. Si $x\in[0\,;0{,}6]$, alors …



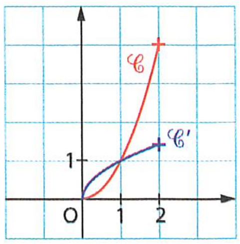
- [x] a. $f(x)\leqslant g(x)$
- [ ] b. $f(x)>g(x)$
- [ ] c. $f(x)\geqslant g(x)$

2 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent respectivement des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-1\,;2]$. On note E l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ et I celui de l'inéquation $f(x)<g(x)$. Alors …



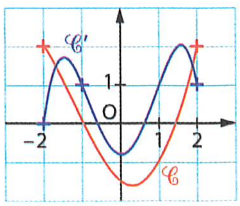
- [ ] a. $E=\{0\,;1\,;2\}$ et $I=\,]-1\,;0[\,\cup\,]1\,;2[$
- [x] b. $E=\{0\,;1\,;2\}$ et $I=[-1\,;0[\,\cup\,]1\,;2[$
- [ ] c. $E=\{0\,;1\,;2\}$ et $I=[-1\,;0[\,\cup\,]1\,;2]$

3 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent respectivement les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;2]$ par $f(x)=x^2$ et $g(x)=\sqrt{x}$. Alors on peut affirmer …



- [ ] a. $\sqrt{0{,}4}\times 0{,}4^2>1$
- [x] b. $\sqrt{0{,}5}\geqslant 0{,}5^2$
- [ ] c. $\sqrt{1{,}5}\geqslant 1{,}5^2$
- [ ] d. $g(2)\geqslant f(2)$

4 Dans ce repère, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentent respectivement des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\,;2]$. On peut affirmer que $f(x)\leqslant g(x)\leqslant 1$ équivaut à …

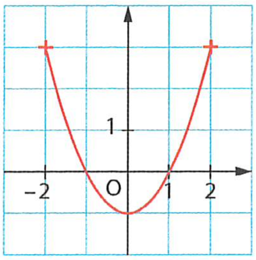


- [ ] a. $x\in[-1{,}5\,;1{,}8]$
- [ ] b. $x\in[-1{,}5\,;1]$
- [x] c. $x\in[-1\,;1]$
- [ ] d. $x=0$ ou $x=1$

Parité d'une fonction

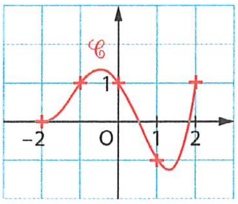
Série 1

1 Une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ est représentée dans ce repère. Par lecture graphique, on peut dire que …



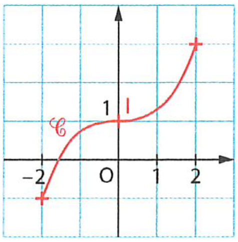
- [x] **a.** la fonction f est paire
- [ ] **b.** la fonction f est impaire
- [ ] **c.** la fonction f n'est ni paire ni impaire

2 La courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ est donnée dans ce repère. Par lecture graphique, on peut dire que …



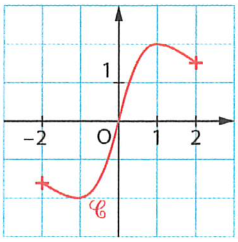
- [ ] **a.** pour tout nombre réel x de $[-2\,;2]$, $f(-x)=-f(x)$
- [x] **b.** la fonction f n'est ni paire ni impaire
- [ ] **c.** $f(-1)=f(1)$

3 La courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ est donnée dans ce repère. Par lecture graphique, on peut dire que …



- [ ] **a.** la fonction f est impaire
- [x] **b.** la courbe $\mathscr{C}$ est symétrique par rapport au point I
- [ ] **c.** pour tout nombre réel x de $[-2\,;2]$, $f(-x)=f(x)$

4 Dans ce repère, la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$. Par lecture graphique, on peut dire que …



- [ ] **a.** la fonction f est paire
- [x] **b.** la fonction f est impaire
- [ ] **c.** la fonction f n'est ni paire ni impaire

Série 2

1 f est une fonction paire définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(2)=-4$. Alors …

- [ ] **a.** $f(-2)=4$
- [x] **b.** $f(-2)=-4$
- [ ] **c.** $f(2)\times f(-2)$ est un nombre négatif

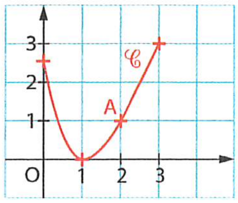
2 f est une fonction impaire définie sur l'intervalle $[-3\,;3]$ et telle que $f(-1)=6$. Alors …

- [x] **a.** $f(1)=-6$
- [ ] **b.** $f(1)=6$
- [ ] **c.** $f(-1)\times f(1)$ est un nombre positif

3 f est une fonction impaire définie sur l'intervalle $[-8\,;8]$. Alors …

- [ ] **a.** $f(0)=8$
- [ ] **b.** $f(-3)\times f(3)\geqslant 0$
- [x] **c.** $f(0)=0$

4 f est une fonction paire, définie sur l'intervalle $[-3\,;3]$. On a tracé dans un repère, sur l'intervalle $[0\,;3]$, une partie de la courbe $\mathscr{C}$ qui représente la fonction f. Le point A$(2\,;1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$. Alors …



- [ ] **a.** $f(-2)=-1$
- [ ] **b.** B$(-2\,;1{,}5)$ appartient à $\mathscr{C}$
- [x] **c.** $f(-2)\leqslant f(-3)$

5 f est une fonction paire définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(3)=1$. Alors …

- [ ] **a.** pour tout nombre réel x, $f(x)\times f(-x)<0$
- [ ] **b.** il existe un nombre réel a tel que $f(a)\times f(-a)<0$
- [x] **c.** pour tout nombre réel x, $f(x)\times f(-x)\geqslant 0$

Série 3

1 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;3]$ par $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$. Alors …

- [ ] **a.** $f\left(-\sqrt{2}\right)+f\left(\sqrt{2}\right)=0$
- [ ] **b.** f est une fonction ni paire ni impaire
- [x] **c.** f est une fonction paire

2 f est une fonction définie sur l'ensemble $D=[-8\,;0[\cup]0\,;8]$ par $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$. Alors …

- [ ] **a.** f est une fonction paire
- [x] **b.** f est une fonction impaire
- [ ] **c.** f est une fonction ni paire ni impaire

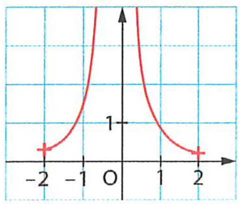
3 f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1)=1$ et telle que pour tout nombre réel x, $f(x)+f(-x)=0$. Alors …

- [ ] **a.** $f(0)=8$
- [ ] **b.** $f(-3)\times f(3)\geqslant 0$
- [x] **c.** f est une fonction impaire

4 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ par :

$$f(x)=\frac{1}{x^2+0{,}3x}.$$

On l'a représentée graphiquement dans ce repère. Alors …



- [ ] **a.** $f(-1)=f(1)$
- [ ] **b.** f est une fonction paire
- [x] **c.** f est une fonction ni paire ni impaire

5 Pierre a trouvé une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et qui est à la fois paire et impaire. Alors, pour tout nombre réel x, …

- [ ] **a.** $f(x)=-x$
- [ ] **b.** $f(x)=x^3$
- [x] **c.** $f(x)=0$