Thème 12

Second degré

PROGRAMME DE PREMIÈRE

Des idées, des réflexes

Comment calculer le discriminant d'une équation du second degré ?

- **a, b, c désignent des nombres réels avec $a \neq 0$.**

Le discriminant d'une équation du type $ax^2+bx+c=0$ est le nombre réel $\Delta = b^2-4ac$.

Calculer le discriminant de l'équation $-\frac{1}{2}x^2+6x+14=0$.

– On identifie les coefficients a, b et c : $a=-\frac{1}{2}$, $b=6$ et $c=14$.

– On calcule le discriminant :

$$\Delta = 6^2-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times 14 = 36+28=64$$

Comment résoudre une équation du second degré ?

Signe de Δ	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
Solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$	$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0=-\frac{b}{2a}$	Pas de solution

Résoudre l'équation $-\frac{1}{2}x^2+6x+14=0$.

– On calcule le discriminant : $\Delta=64$ (voir paragraphe précédent).

– On observe le signe de Δ : $\Delta>0$ donc l'équation a deux solutions distinctes.

– On détermine les solutions : $x_1=\frac{-6-\sqrt{64}}{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-6-8}{-1}=14$ et $x_2=\frac{-6+\sqrt{64}}{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-6+8}{-1}=-2$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S}=\{-2\,;14\}$.

Comment étudier le signe de ax^2+bx+c (avec $a\neq 0$) ?

Signe de Δ	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
Signe de $f(x)=ax^2+bx+c$	x : $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$ $f(x)$: signe de a 0 signe de $-a$ 0 signe de a	x : $-\infty$ … x_0 … $+\infty$ $f(x)$: signe de a 0 signe de a	x : $-\infty$ … $+\infty$ $f(x)$: signe de a

Étudier le signe de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+6x+14$.

– On résout l'équation $-\frac{1}{2}x^2+6x+14=0$: $\mathcal{S}=\{-2\,;14\}$ (voir paragraphe précédent).

– On observe le signe de a : $-\frac{1}{2}<0$

– On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		14		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Fiche 52 — Fonction polynôme du second degré

Série 1

1 **L'expression $\frac{5}{2}x^2 - x - 3$ est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec …**

☐ **a.** $a = \frac{5}{2}, b = 1, c = 3$ ☑ **b.** $a = \frac{5}{2}, b = -1, c = -3$

☐ **c.** $a = \frac{5}{2}, b = 0, c = -3$ ☐ **d.** $a = \frac{5}{2}, b = -1, c = 3$

2 **Le discriminant de $\frac{5}{2}x^2 - x - 3$ est …**

☐ **a.** $\frac{17}{2}$ ☐ **b.** 29 ☐ **c.** 30 ☑ **d.** 31

3 **Le discriminant de $-x^2 + 3x - 4$ est …**

☑ **a.** -7 ☐ **b.** 25 ☐ **c.** 5 ☐ **d.** 7

4 **Le discriminant de $5x^2 - 4x + \frac{4}{5}$ est …**

☐ **a.** 12 ☑ **b.** 0 ☐ **c.** -32 ☐ **d.** -20

5 **Le discriminant de $x^2 - 4x + 3$ est le même que celui de …**

☐ **a.** $x^2 + 4x$ ☐ **b.** $x^2 + x - 3$

☐ **c.** $x^2 - 2x + 1$ ☑ **d.** $x^2 - 1$

Série 2

1 **0 est une racine évidente de la fonction polynôme du second degré …**

☐ **a.** $x \mapsto x^2 - 2$ ☐ **b.** $x \mapsto x^2 - 4x + 4$

☐ **c.** $x \mapsto -x^2 + 6x - 6$ ☑ **d.** $x \mapsto 3x^2 - 5x$

2 **-1 est une racine évidente de la fonction polynôme du second degré …**

☐ **a.** $x \mapsto x^2 + 5x - 4$ ☐ **b.** $x \mapsto 3x^2 - 2x - 1$

☐ **c.** $x \mapsto x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ ☑ **d.** $x \mapsto x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{4}{3}$

3 ***f* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-5)(3x+6)$. Alors la somme S des racines de *f* et leur produit P sont tels que …**

☐ **a.** S = -3 ; P = -10 ☐ **b.** S = 2 ; P = -15

☑ **c.** S = 3 ; P = -10 ☐ **d.** S = -2 ; P = -15

4 ***g* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^2 - 5x + 2$. Son discriminant est Δ. L'affirmation vraie est …**

☐ **a.** $\Delta < 0$ donc g n'a pas de racine

☐ **b.** $\Delta = 0$ donc g a une racine double

☑ **c.** $\Delta > 0$ donc g a deux racines distinctes

☐ **d.** on ne peut pas calculer Δ donc on ignore le nombre de racines de g

5 ***g* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^2 - 5x + 2$. *g* a deux racines dont la somme S et le produit P vérifient …**

☑ **a.** S = $\frac{5}{3}$; P = $\frac{2}{3}$ ☐ **b.** S = $-\frac{5}{3}$; P = $\frac{2}{3}$

☐ **c.** S = 5 ; P = 2 ☐ **d.** S = $\frac{2}{3}$; P = $\frac{5}{3}$

Série 3

1 ***f* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Les deux racines de *f* sont …**

☑ **a.** 2 et 3 ☐ **b.** -1 et 6

☐ **c.** -2 et -3 ☐ **d.** 1 et -6

2 ***g* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - x - 1$. Les deux racines de *g* sont …**

☐ **a.** $1+\sqrt{5}$ et $1-\sqrt{5}$ ☐ **b.** $-1+\sqrt{5}$ et $-1-\sqrt{5}$

☑ **c.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ☐ **d.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

3 ***h* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 - 6x + 1$. Les deux racines de *h* sont …**

☑ **a.** $3+2\sqrt{2}$ et $3-2\sqrt{2}$

☐ **b.** $6+4\sqrt{2}$ et $6-4\sqrt{2}$

☐ **c.** $-3+2\sqrt{2}$ et $-3-2\sqrt{2}$

☐ **d.** $3+4\sqrt{2}$ et $3-4\sqrt{2}$

4 ***k* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - 1$. Les deux racines de *k* sont …**

☐ **a.** $-5+\sqrt{27}$ et $-5-\sqrt{27}$

☑ **b.** $5+3\sqrt{3}$ et $5-3\sqrt{3}$

☐ **c.** $\frac{-5+3\sqrt{3}}{2}$ et $\frac{5+3\sqrt{3}}{2}$

☐ **d.** $\frac{5+\sqrt{27}}{2}$ et $\frac{5-\sqrt{27}}{2}$

5 ***f* est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$. On peut affirmer que …**

☐ **a.** f n'a pas de racine

☑ **b.** f a une racine double : $\frac{1}{2}$

☐ **c.** f a deux racines : $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$

☐ **d.** f a deux racines : $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ et $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

Factorisation et signe de ax^2+bx+c

Série 1

1 L'égalité vraie pour tout réel x est ...

☐ **a.** $x^2-6x=(x-3)^2+9$ ☐ **b.** $x^2+2x=(x+1)^2-2$

☑ **c.** $x^2+8x=(x+4)^2-16$ ☐ **d.** $x^2-10x=(x-5)^2-10$

2 f est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2+4x+5$.
La forme canonique de f est ...

☐ **a.** $(x-2)^2+1$ ☑ **b.** $-(x-2)^2+9$

☐ **c.** $-(x+2)^2+9$ ☐ **d.** $(x+2)^2+1$

3 g est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2(x-5)^2-8$.
Une autre écriture de $g(x)$ est ...

☐ **a.** $2x^2-10x+12$ ☐ **b.** $2(x-7)(x-6)$

☐ **c.** $2(x+3)(x+7)$ ☑ **d.** $2x^2-20x+42$

4 h est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=x^2-3x+1$.
La forme canonique de h est ...

☑ **a.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$ ☐ **b.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

☐ **c.** $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$ ☐ **d.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+1$

Série 2

1 f est une fonction polynôme du second degré qui s'annule en -1 et 3. Alors par exemple, pour tout réel x, ...

☐ **a.** $f(x)=5(x-1)(x+3)$ ☐ **b.** $f(x)=2x^2-4x+6$

☑ **c.** $f(x)=4(x+1)(x-3)$ ☐ **d.** $f(x)=(x-2)^2-1$

2 f est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-7x+12$.
Pour tout réel x, $f(x)=(x-4)(x-b)$ avec b égal à ...

☑ **a.** 3 ☐ **b.** -3 ☐ **c.** 6 ☐ **d.** 2

3 Sami a trouvé une racine évidente pour la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2+6x-9$. Il peut donc factoriser $f(x)$ sous la forme ...

☐ **a.** $f(x)=3(x+1)(x-3)$ ☐ **b.** $f(x)=(3x-1)(x+3)$

☐ **c.** $f(x)=(3x-1)(x+9)$ ☑ **d.** $f(x)=3(x-1)(x+3)$

4 g est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^2-3x-2$.
Après avoir déterminé les racines de g à l'aide de son discriminant, on peut affirmer que ...

☑ **a.** $g(x)=2(x-2)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ ☐ **b.** $g(x)=2(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

☐ **c.** $g(x)=(x+2)(2x-1)$ ☐ **d.** $g(x)=(2x-1)(x-2)$

Série 3

1 La fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-2x-35$ a deux racines -5 et 7.
Le tableau de signes de $f(x)$ est incomplet.

x	$-\infty$		-5		7		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$\color{green}\square$	0	$\color{red}\square$	0	$\color{blue}\square$	

On peut compléter ...

☐ **a.** les cadres vert et rouge par le signe + et le cadre bleu par le signe –

☐ **b.** le cadre vert par le signe – et les cadres rouge et bleu par le signe +

☑ **c.** les cadres vert et bleu par le signe + et le cadre rouge par le signe –

2 Voici le tableau de signes incomplet

x	$-\infty$		$\color{green}\square$		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$\color{red}\square$	0	$\color{blue}\square$	

de la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4x^2-20x+25$. On peut compléter ...

☐ **a.** le cadre vert par $-\frac{5}{2}$, les cadres rouge et bleu par le signe +

☑ **b.** le cadre vert par $\frac{5}{2}$, les cadres rouge et bleu par le signe +

☐ **c.** le cadre vert par $\frac{5}{2}$, les cadres rouge et bleu par le signe –

3 h est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=-2x^2+5x-4$. Alors ...

☑ **a.** $h(x)<0$ pour tout réel x

☐ **b.** $h(x)>0$ pour tout réel x

☐ **c.** $h(x)<0$ sur $]-\infty\,;0[$ et $h(x)>0$ sur $]0\,;+\infty[$

4 f est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2(x-3)(x+5)$. Le tableau de signes de $f(x)$ est incomplet.

x	$-\infty$		$\color{blue}\square$		$\color{orange}\square$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$\color{green}\square$	0	$\color{red}\square$	0	$\color{green}\square$	

On peut compléter ...

☐ **a.** les cadres bleu par -5 et jaune par 3, les cadres verts par + et rouge par –

☐ **b.** les cadres bleu par -3 et jaune par 5, les cadres verts par – et rouge par +

☑ **c.** les cadres bleu par -5 et jaune par 3, les cadres verts par – et rouge par +

5 Ce tableau de signes

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
Signe		+	0	–	0	+	

peut être celui de la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par ...

☐ **a.** $f(x)=-4x^2-x+\frac{1}{2}$ ☐ **b.** $h(x)=-3(2x+1)(4x-1)$

☑ **c.** $g(x)=8x^2+2x-1$ ☐ **d.** $k(x)=5\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

Fiche 54

Résolution d'une équation, d'une inéquation

Série 1

1 L'équation du second degré $16x^2-9=0$ a …

- [ ] **a.** deux solutions 0 et $\frac{3}{4}$
- [ ] **b.** une seule solution $\frac{3}{4}$
- [x] **c.** deux solutions $-\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{4}$
- [ ] **d.** deux solutions $-\frac{4}{3}$ et $-\frac{4}{3}$

2 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $3x^2+10x=0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\left\{0\,;\frac{10}{3}\right\}$
- [x] **b.** $\mathcal{S}=\left\{-\frac{10}{3}\,;0\right\}$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\{3\,;10\}$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\left\{-\frac{10}{3}\right\}$

3 L'équation du second degré $4x^2+20x+25=0$ …

- [ ] **a.** n'a pas de solution
- [x] **b.** a une seule solution $-\frac{5}{2}$
- [ ] **c.** a une seule solution $\frac{5}{2}$
- [ ] **d.** a une seule solution $-\frac{5}{4}$

4 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $x(2x-3)+4(2x-3)=0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\left\{0\,;\frac{3}{2}\right\}$
- [ ] **b.** $\mathcal{S}=\left\{-4\,;\frac{2}{3}\right\}$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$
- [x] **d.** $\mathcal{S}=\left\{-4\,;\frac{3}{2}\right\}$

5 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $-x^2+20=0$ est …

- [x] **a.** $\mathcal{S}=\{-2\sqrt{5}\,;2\sqrt{5}\}$
- [ ] **b.** $\mathcal{S}=\{-10\,;10\}$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\{-4\sqrt{5}\,;4\sqrt{5}\}$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\{2\sqrt{5}\}$

Série 2

1 On doit résoudre l'équation du second degré $x^2-5x-14=0$. L'affirmation correcte est …

- [ ] **a.** le discriminant est 81, il est positif, donc l'équation a deux solutions, qui sont −4 et 14
- [ ] **b.** le discriminant est −3, il est négatif, donc l'équation n'a pas de solution
- [x] **c.** le discriminant est 81, il est positif, donc l'équation a deux solutions, qui sont −2 et 7
- [ ] **d.** le discriminant est 0, il est nul, donc l'équation a une seule solution, qui est −2,5

2 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $-\frac{1}{2}x^2+4x+10=0$ est …

- [x] **a.** $\mathcal{S}=\{-2\,;10\}$
- [ ] **b.** $\mathcal{S}=\{-10\,;2\}$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\{-4\,;20\}$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\{-1\,;5\}$

3 L'équation du second degré $0{,}25x^2-0{,}3x+0{,}09=0$ …

- [x] **a.** a une seule solution 0,6
- [ ] **b.** a deux solutions −0,6 et 0,6
- [ ] **c.** a deux solutions −0,3 et 0,3
- [ ] **d.** n'a aucune solution

4 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $x^2-3x+4=0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\{-4\,;-1\}$
- [x] **b.** $\mathcal{S}=\varnothing$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\{1\,;4\}$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\{-1\}$

5 L'ensemble des solutions de l'équation du second degré $2x^2-12x+18=0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\{-3\,;3\}$
- [x] **b.** $\mathcal{S}=\{3\}$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\varnothing$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\{2\,;3\}$

Série 3

1 f est la fonction polynôme du second degré définie ci-dessous sur $\mathbb{R}$, mais deux coefficients sont cachés. On sait que −4 et 5 sont les racines de f.

$$f : x \mapsto x^2+\blacksquare x+\blacksquare$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\geqslant 0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=[-4\,;5]$
- [ ] **b.** $\mathcal{S}=\mathbb{R}$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\,]-\infty\,;-4[\,\cup\,]5\,;+\infty[$
- [x] **d.** $\mathcal{S}=\,]-\infty\,;-4]\cup[5\,;+\infty[$

2 Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2+2x-3<0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\,]-6\,;2[$
- [ ] **b.** $\mathcal{S}=\,]-\infty\,;-3[\,\cup\,]1\,;+\infty[$
- [x] **c.** $\mathcal{S}=\,]-3\,;1[$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\,]-\infty\,;-6[\,\cup\,]2\,;+\infty[$

3 Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $9x^2-6x+1>0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\left]-\frac{1}{3}\,;\frac{1}{3}\right[$
- [x] **b.** $\mathcal{S}=\left]-\infty\,;\frac{1}{3}\right[\cup\left]\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\mathbb{R}$
- [ ] **d.** $\mathcal{S}=\left]-\infty\,;-\frac{1}{3}\right[\cup\left]-\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$

4 Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2-9x+18\geqslant 0$ est …

- [ ] **a.** $\mathcal{S}=\varnothing$
- [ ] **b.** $\mathcal{S}=[3\,;6]$
- [ ] **c.** $\mathcal{S}=\mathbb{R}$
- [x] **d.** $\mathcal{S}=\,]-\infty\,;3]\cup[6\,;+\infty[$

5 Parmi les inéquations proposées, celle dont l'ensemble des solutions est $\mathcal{S}=[-1\,;5]$ est …

- [ ] **a.** $3(x+1)(x-5)\geqslant 0$
- [x] **b.** $(3x+3)(x-5)\leqslant 0$
- [ ] **c.** $-(x+1)(x-5)\leqslant 0$
- [ ] **d.** $(1-x)(5-x)\geqslant 0$