

Fréquences et probabilités conditionnelles

Avant de démarrer

Je fais le point sur ce que j'ai déjà vu : liennathan.fr/ehp3af



Entretenir ses automatismes

Proportion et pourcentage

1. Exprimer la proportion $\frac{7}{20}$ sous forme de pourcentage.
2. Que valait 184 avant d'avoir augmenté de 15 % ?
3. Quelle évolution a subi une valeur qui est passée de 30 à 42 ?
4. On donne le tableau suivant :

Valeur	20	32
Indice	100	

Calculer l'indice manquant.

5. Quelle est l'évolution subie par une valeur qui a augmenté de 25 % puis de 15 % ?
6. Quel est le taux d'évolution nécessaire pour compenser une baisse de 28 % ?

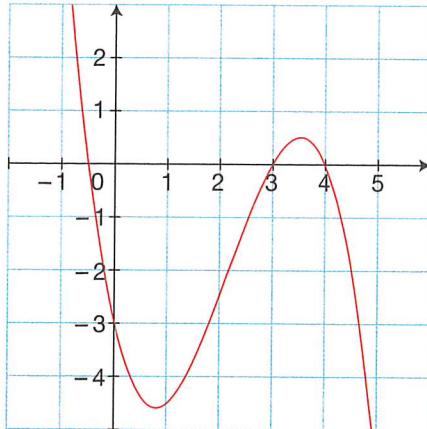
Calcul numériques et algébriques

7. Calculer sous forme de fraction irréductible $4 - \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.
8. Mettre sous la forme d'une suite puissance le nombre $\frac{5^7 \times 5^2}{5^3}$.
9. Écrire 5,451 sous la forme d'une fraction décimale.
10. Estimer l'ordre de grandeur de $845 \times 0,0178$.
11. Convertir 256,45 cm en dam.
12. Résoudre $3x + 7 = 0$.
13. Construire le tableau de signes de $(2x + 6)(x - 3)$ sur \mathbb{R} .
14. On donne $\alpha = \frac{x^1 + x^2 + x^3 + x^4}{4}$.
 - a. Exprimer x_1 en fonction de α et x_2 , x_3 et x_4 .
 - b. Dans la formule précédente, calculer α sachant que $x_1 = 6$, $x_2 = 7$, $x_3 = 15$ et $x_4 = 21$.

15. Factoriser $A = (x + 3)^2 - 49$.

16. Développer $B = 20 - (x + 4)(2x - 5)$.

Fonctions et représentations



17. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont la courbe représentative est donnée ci-dessus.

- a. Quelle est l'image de 1 par f ?
- b. Déterminer $f(2)$.
- c. Donner le nombre d'antécédents de -4 par f ?
- d. Résoudre $f(x) \geq 0$.
- e. Construire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 4]$.
18. Construire le tableau de signes de $-3(x + 2)(x - 5)$.
19. Déterminer deux points de la courbe représentative de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -x^2 + 3x + 1$.
20. On considère les points A(-2 ; 4) et B(5 ; 4). Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
21. Dans un repère :
 - a. Tracer la droite passant par C(1 ; -2) et de coefficient directeur 3.
 - b. Tracer la droite d'équation $y = 5 - 2x$.

1 Construire et interpréter un tableau croisé d'effectifs

Définitions

Lorsqu'une série statistique étudie simultanément deux caractères X et Y , on dit qu'il s'agit d'une **série statistique à deux variables** (ou double) que l'on note $(X ; Y)$.

- Les valeurs prises par le caractère X sont notées $(x_1 ; x_2 ; \dots ; x_k)$.
- Les valeurs prises par le caractère Y sont notées $(y_1 ; y_2 ; \dots ; y_m)$.
- X et Y sont les **caractères** de la série, c'est-à-dire la propriété étudiée pour chaque individu.
- Un **tableau croisé d'effectifs** (ou **tableau à double entrée**) permet d'étudier simultanément les effectifs de deux caractères en les présentant de la manière suivante : l'un des deux caractères étudiés est en ligne et l'autre en colonne.
- On note n_{ij} l'**effectif** correspondant au couple $(x_i ; y_j)$.
- L'**effectif total** est noté N .
- Les **effectifs marginaux** correspondent aux effectifs de chaque caractère (dans l'exemple ci-dessous, ils sont indiqués dans la ligne et la colonne « Total »).

$X \backslash Y$	y_1	...	y_j	...	y_m	TOTAL
x_1	n_{11}	...	n_{1j}	...	n_{1m}	Effectif de x_1
...
x_i	n_{i1}	...	n_{ij}	...	n_{im}	Effectif de x_i
...
x_k	n_{k1}	...	n_{kj}	...	n_{km}	Effectif de x_k
TOTAL	Effectif de y_1	...	Effectif de y_j	...	Effectif de y_m	N

Exercice résolu A

Construire et interpréter un tableau croisé d'effectifs

Une agence de voyage propose à ses 400 clients trois destinations : A, B ou C. Tous les clients choisissent une destination et une seule. La moitié d'entre eux choisit la destination A et 30 % des personnes partent pour la destination B. Une enquête est réalisée à leur retour de voyage. 8 clients du voyage C se déclarent déçus alors que 80 % des clients ayant fait le voyage B sont satisfaits. Par ailleurs, l'enquête a montré que 72 % des personnes étaient satisfaites de leur voyage.

- 1 Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

$Y = \text{Destination}$	$y_1 = A$	$y_2 = B$	$y_3 = C$	TOTAL
$X = \text{Résultat de l'enquête}$				
$x_1 = \text{Clients satisfaits}$				
$x_2 = \text{Clients déçus}$				
TOTAL				

- 2 Donner n_{13} . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
 3 Quel est l'effectif des clients ayant fait le voyage B et étant déçus ?
 4 Quel est l'effectif marginal de x_2 ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

SOLUTION

1.

$Y = \text{Destination}$ $X = \text{Résultat de l'enquête}$	$y_1 = A$	$y_2 = B$	$y_3 = C$	TOTAL
$x_1 = \text{Clients satisfaits}$	120	96	72	288
$x_2 = \text{Clients déçus}$	80	24	8	112
TOTAL	200	120	80	400

2. $n_{13} = 72$. Il y a 72 personnes ayant choisi la destination C et étant satisfaits.

3. Il y a 24 clients ayant fait le voyage B et étant déçus.

4. L'effectif marginal de x_2 est 112. Il y a donc 112 clients déçus.

MÉTHODE

Pour trouver un effectif n_{ij} , on recherche l'effectif correspondant au couple dont le premier chiffre en indice est à la ligne x_i et le second chiffre à la colonne y_j .

Par exemple, pour la question 3., on cherche l'effectif correspondant au couple du voyage B (colonne y_2) et étant déçus (ligne x_2).

Pour la question 4., on cherche l'effectif correspondant au couple se trouvant au croisement de la ligne x_2 et de la colonne TOTAL.

Exercices d'application directe

1 Un club de tennis propose, en plus de l'accès à ses terrains, des cours collectifs. Une étude sur le profil de ses membres est en partie consignée dans le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

$Y = \text{Cours collectifs}$ $X = \text{Sexe}$	$y_1 = \text{OUI}$	$y_2 = \text{NON}$	TOTAL
$x_1 = \text{Hommes}$	91		
$x_2 = \text{Femmes}$		98	
TOTAL			280

a. On sait que 65 % des membres sont des hommes. Compléter le tableau.

b. Donner n_{21} . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

c. Quel est l'effectif des hommes inscrits au club et ne prenant pas de cours collectifs ?

d. Quel est l'effectif marginal de y_1 ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

2 a. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

Y X	y_1	y_2	y_3	TOTAL
x_1	82		54	150
x_2		46		
x_3	65			204
TOTAL	180	126	127	

b. Donner n_{21} , n_{13} , n_{23} .

c. Quel est l'effectif total de x_2 ?

d. Quel est l'effectif total ?

3 On a effectué un sondage sur 600 personnes âgées de 15 à 50 ans inclus.

Parmi les 150 personnes âgées entre 15 et 24 ans, 74 % préfèrent se coucher tard plutôt que de se lever tôt. 55 % des personnes interrogées préfèrent se coucher tôt.

a. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

$Y = \text{heure du coucher}$ $X = \text{âge}$	$y_1 = \text{se coucher tard}$	$y_2 = \text{se coucher tôt}$	TOTAL
$x_1 = [15 ; 25[$			
$x_2 = [25 ; 51[$			
TOTAL			

b. Donner n_{21} , n_{22} .

c. Quel est l'effectif des personnes âgées entre 25 et 50 ans inclus ?

d. Quel est l'effectif des personnes qui se couchent tard et qui sont âgées entre 15 et 24 ans inclus ?

4 Lors des élections municipales, on a effectué un sondage auprès de 1 370 personnes d'une même ville. Parmi elles, 615 personnes sont des femmes. Parmi ces femmes, 39 % votent pour le candidat Vincent A. Au total, Vincent A. a recueilli 835 voix. On arrondira les résultats à l'unité.

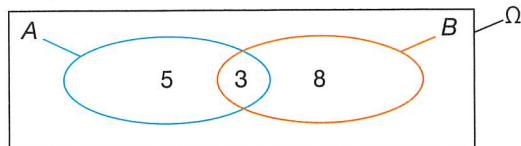
a. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

$Y = \text{candidat choisi}$	$y_1 = \text{Vincent A.}$	$y_2 = \text{Sylvain B.}$	TOTAL
$X = \text{sex}$			
$x_1 = \text{Femmes}$			
$x_2 = \text{Hommes}$			
TOTAL			

b. Donner $\text{Card}(y_2 \cap x_2)$. En donner une interprétation.

c. Quel est l'effectif des personnes qui ont voté pour Vincent A. et qui sont des femmes ?

5 On donne le diagramme de Venn ci-dessous.



a. Faire le tableau croisé d'effectifs correspondant.

b. Quel est l'effectif total ?

c. Quel est l'effectif de l'événement A ?

6 456 personnes sont inscrites dans une bibliothèque.



On sait que :

- $\frac{1}{4}$ des adhérents prennent régulièrement des livres ;
- parmi les personnes qui prennent des livres, $\frac{2}{3}$ des adhérents sont des femmes ;
- il y a 85 adhérents qui ne prennent pas de livres et qui sont des femmes.

On considère les ensembles suivants :

- L : « Les adhérents prennent régulièrement des livres » ;
- M : « Les adhérents sont des hommes » ;
- F : « Les adhérents sont des femmes ».

a. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

	L	\bar{L}	TOTAL
F			
H			
TOTAL			

b. Donner $\text{Card}(L \cap F)$. En donner une interprétation.

c. Quel est le nombre d'adhérents qui sont des hommes et qui ne prennent pas régulièrement des livres ?

d. Donner $\text{Card}(\bar{L})$. En donner une interprétation.

- 7**  À chaque élection, Marc, un employé municipal qui est très taquin, fournit les résultats partiels des différents bureaux de vote de sa commune. Le secrétariat est obligé de retrouver le reste des résultats par déduction.

	A	B	C	D	E
1		Liste 1	Liste 2	Liste 3	Total
2	Bureau 1	17		71	205
3	Bureau 2			117	
4	Bureau 3		301	35	540
5	Total	79		223	803
6					

Le secrétariat constate qu'à chaque élection, Marc fournit les mêmes données. Le secrétariat prépare donc une feuille de calculs sur tableur et rentre des formules dans les différentes cellules vides du tableau ci-dessus.

Proposer des formules que l'on peut saisir dans les autres cellules pour automatiser les calculs des cellules vides.

Remarque : il y a plusieurs solutions possibles, on vous demande d'en proposer une seule.

- c. Quel est l'effectif des automobilistes qui sont partis dimanche ou qui ont roulé sur l'autoroute ?

- 9**  Une société effectue une étude sur la maîtrise de l'anglais de ses employés. Elle indique les résultats dans le tableau suivant.

	Parlent anglais	Ne parlent pas anglais
Cadres	13	21
Employés	5	12
Ouvriers	7	11

- a. Expliquer ce que fait la fonction suivante.

```
def effectifs1(tableau) :
    return [sum(k) for k in tableau]
print(effectifs1([[13,21],[5,12],[7,11]]))
```

- 8** Lors d'une journée de départ en vacances, certains automobilistes décident de décaler leur départ de samedi à dimanche. Pendant les deux jours du week-end, les automobilistes peuvent décider de prendre l'autoroute ou l'itinéraire bis.

On a effectué un sondage sur 500 automobilistes et les résultats sont publiés dans le tableau ci-dessous.

$y = \text{départ}$ $X = \text{route empruntée}$	$y_1 = \text{samedi}$	$y_2 = \text{dimanche}$	TOTAL
$x_1 = \text{autoroute}$	145		
$x_2 = \text{itinéraire bis}$		64	
TOTAL	225		500

- a. Donner n_{21} et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

- b. Quel est l'effectif des automobilistes qui sont partis samedi et qui ont roulé sur l'autoroute ?



Aide

La fonction `sum()` fait la somme de tous les termes d'une liste.

- b. Expliquer ce que fait la fonction suivante.

```
def effectifs2(tableau) :
    n_col = len(tableau[0])
    return [sum([li[i] for i in range(n_col)])
            for li in tableau]
print(effectifs2([[13,21],[5,12],[7,11]]))
```

2 Construire et interpréter un tableau des fréquences par rapport à l'effectif global

- Pour construire un tableau des fréquences par rapport à l'effectif global, on divise chaque effectif par l'effectif global.
- Pour trouver un pourcentage, on multiplie la fréquence par 100.

Exercice résolu (B)

Le tableau suivant donne les effectifs des classes de première au lycée de Lens.

$Y = \text{Sexe}$ $X = \text{Filières}$	$y_1 = \text{Filles}$	$y_2 = \text{Garçons}$	TOTAL
$x_1 = 1^{\text{re}} \text{ STMG}$	54	90	126
$x_2 = 1^{\text{re}} \text{ ST2S}$	59	18	78
$x_3 = 1^{\text{re}} \text{ STI2D}$	27	72	72
$x_4 = 1^{\text{re}} \text{ STL}$	60	18	63
$x_5 = 1^{\text{re}} \text{ STD2A}$	34	18	36
TOTAL	234	216	450

- 1 Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
- 2 Quel est le pourcentage de filles en 1^{re} STI2D ?
- 3 Donner f_{42} . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- 4 Quel est le pourcentage d'élèves en 1^{re} ST2S ?

SOLUTION

1. Tableau des fréquences par rapport à l'effectif global :
2. 6 % des filles de première sont en filière STI2D.
3. $f_{42} = 0,04$. 4 % des élèves de première sont des garçons en STL.
4. 17 % des élèves de 1^{re} sont en ST2S.

$Y = \text{Sexe}$ $X = \text{Filières}$	$y_1 = \text{Filles}$	$y_2 = \text{Garçons}$	TOTAL
$x_1 = 1^{\text{re}} \text{ STMG}$	$0,12 = \frac{54}{450}$	0,2	0,32
$x_2 = 1^{\text{re}} \text{ ST2S}$	0,13	0,04	0,17
$x_3 = 1^{\text{re}} \text{ STI2D}$	0,06	0,16	0,22
$x_4 = 1^{\text{re}} \text{ STL}$	0,13	0,04	0,17
$x_5 = 1^{\text{re}} \text{ STD2A}$	0,08	0,04	0,12
TOTAL	0,52	0,48	1

Exercices d'application directe

- 10 Des chercheurs tentent de comprendre pourquoi certaines personnes sont plus vulnérables que d'autres à une maladie. Ils ont mené une étude sur le lien entre l'état dépressif et les antécédents familiaux sur des patients. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

	Avec antécédents	Sans antécédents	TOTAL
Patients malades	456	308	
Patients non malades	76	160	
TOTAL			

- a. Après avoir complété le tableau précédent, construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- b. Quel est le pourcentage des patients non malades avec antécédents ?

.....

.....

.....

- c. Donner f_{22} . En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

.....

.....

- d. Comparer les deux résultats précédents.

.....

.....

.....

- 11 On donne ci-dessous le tableau croisé d'effectifs des variables X et Y .

X	Y	y_1	y_2
x_1		12	8
x_2		3	2

Après avoir calculé l'effectif total, donner le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

.....

.....

.....

- 12 On considère deux événements A et B . L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau ci-dessous.

X	Y	A	\bar{A}
B		121	45
\bar{B}		67	6

Après avoir calculé l'effectif total, donner le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global. Arrondir au dixième.

.....

.....

.....

- 13  TABLEUR Une entreprise fabrique des batteries pour téléphone qui peuvent présenter deux défauts que nous noterons A et B .



Voici les statistiques du mois d'avril 2018 :

		A	B	C	D
		Défaut A présent	Défaut A non présent	Total	
1	Défaut B présent	28	64	92	
	Défaut B non présent	78	1247	1325	
3	Total	106	1311	1417	
6		A	B	C	D
		Défaut A présent	Défaut A non présent	Total	
7	Défaut B présent	2,0	4,5	6,5	
	Défaut B non présent	5,5	88,0	93,5	
9	Total	7,5	92,5	100,0	

1. Expliquer ce qui a été calculé dans le second tableau (cellules B7:D9).

.....

.....

2. Quelle formule destinée à être étirée a-t-on pu saisir dans la cellule B7 pour automatiser les calculs sur la plage de valeurs B7:D9 ?

3. a. Donner la proportion de batteries sans défaut par rapport à la production totale du mois d'avril 2018.

b. Quelle est la proportion de batteries présentant le défaut A mais pas le défaut B ?

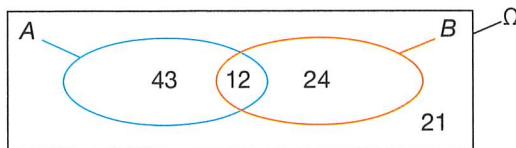
c. Quelle est la proportion de batteries présentant le défaut A ?

14  a. Écrire une fonction fréquences (effectifs), en Python, qui prend en entrée un tableau d'effectifs à deux dimensions et retourne un tableau des fréquences par rapport à l'effectif total. On aura par exemple :

```
>>> fréquences([[1,2],[3,4]])
[[0.1, 0.2], [0.3, 0.4]]
```

b. Utiliser cette fonction pour répondre à la question de l'exercice 11.

15 On donne le diagramme de Venn ci-dessous.



a. Calculer $\text{Card}(A \cup B)$.

b. Quel est l'effectif total ?

c. Quelle est la fréquence de l'événement de A par rapport à l'effectif global ?

16 On donne dans le tableau ci-dessous la répartition des élèves d'un lycée, en fonction des langues étudiées.

$Y = \text{langues étudiées}$ $X = \text{niveau scolaire}$	Anglais/ Allemand	Anglais/ Espagnol	Anglais/ Italien	TOTAL
Seconde	143	369	92	604
Première	133	365	101	599
Terminale	136	366	95	597
TOTAL	412	1 100	288	1 800

a. Établir le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global. Arrondir au centième.

b. Donner f_{13} , f_{32} .

c. Déterminer le pourcentage des élèves étudiant l'anglais et l'italien.

17 On donne ci-dessous le tableau de contingence des variables X et Y .

X	Y	y_1	y_2
x_1		125	70
x_2		3	2

Après avoir calculé l'effectif total, calculer la fréquence de l'événement $x_1 \cap y_1$ par rapport à l'effectif global.

Cours et méthodes

18 Durant l'année 2018, la Tour Eiffel a été visitée par plus de 7 millions de personnes.

Plus de 75 % des visiteurs sont des étrangers.

Parmi les étrangers, les $\frac{3}{4}$ accèdent au troisième étage.

$\frac{2}{3}$ des Français restent au deuxième étage.



a. Quel est le nombre de visiteurs étrangers journaliers de la Tour Eiffel ? Arrondir à l'unité.

b. Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs du nombre de personnes visitant quotidiennement la Tour Eiffel.

	Nombre de personnes visitant le 2 ^e étage	Nombre de personnes visitant le 3 ^e étage	TOTAL
Étrangers			
Français			
TOTAL			

c. Quel est l'effectif le plus important au deuxième étage ? Les Français ou les étrangers ?

d. Établir le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global. Arrondir au centième.

e. Quel est le pourcentage des personnes françaises visitant le 3^e étage de la Tour Eiffel par rapport à l'effectif global ?

19 a. Écrire une fonction effectifs (fréquences, effectif total), en Python, qui prend en entrée une liste à deux dimensions de fréquences ainsi que l'effectif total, et retourne un tableau des effectifs. Par exemple :

```
>>> fréquences([[0.1,0.2],[0.3,0.4]],20)
[[2, 4], [6, 8]]
```

b. Un éleveur possède 64 bovins de trois races différentes : Prim'Holstein, Limousine et Charolaise réparties de la façon suivante.

	Prim'Holstein	Limousine	Charolaise
Femelles	31,25 %	18,75 %	12,5 %
Mâles	18,75 %	12,5 %	6,25 %

Utiliser la fonction précédente pour établir le tableau croisé d'effectifs de ce cheptel.

3 Construire et interpréter un tableau des fréquences conditionnelles

Pour construire un tableau des fréquences conditionnelles, on divise chaque effectif par l'effectif total.

Exercice résolu C

Lors d'une compétition de tennis, on a relevé que sur 126 compétiteurs, 46 sont des femmes. Parmi ces femmes, 21 sont classées. Parmi les compétiteurs hommes, 53 sont classés.

- 1 Construire un tableau croisé d'effectifs contenant les effectifs marginaux.
- 2 Donner le tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux hommes (arrondir à 0,01 près).
- 3 Comment peut-on interpréter ce tableau ?

SOLUTION

1. Tableau croisé d'effectifs :

$Y = \text{Sexe}$ $X = \text{Classement}$	$y_1 = \text{Femme (}F\text{)}$	$y_2 = \text{Homme (}H\text{)}$	TOTAL
$x_1 = \text{Classé}$	21	53	74
$x_2 = \text{Non classé}$	25	27	52
TOTAL	46	80	126

2. Tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux hommes.

$X = \text{Classement}$	$y_2 = \text{Homme}$
$x_1 = \text{Classé}$	$\frac{53}{80} \approx 0,66$
$x_2 = \text{Non classé}$	$\frac{27}{80} \approx 0,34$
TOTAL	$\frac{80}{80} = 1$

3. 66 % des hommes sont classés et donc 34 % des hommes ne le sont pas.

Exercices d'application directe

- 20 On considère deux événements A et B . L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau ci-dessous. On arrondira les résultats au centième.

$X \backslash Y$	A	\bar{A}	TOTAL
B	32	21	53
\bar{B}	5	6	11
TOTAL	37	27	64

- a. Établir le tableau des fréquences conditionnelles de X par rapport à $Y = A$.

- b. Établir le tableau des fréquences conditionnelles de Y par rapport à $X = \bar{B}$.

- 21** On donne ci-dessous le tableau croisé d'effectifs des variables X et Y .

X	Y	y_1	y_2
x_1		18	54
x_2		25	162

- a. Établir le tableau des fréquences conditionnelles de X par rapport à $Y = y_2$.

- b. Établir le tableau des fréquences conditionnelles de Y par rapport à $X = x_1$.

- c. Que constate-t-on ?

- 22** On donne dans le tableau ci-dessous la répartition des élèves d'un lycée, en fonction des langues étudiées.

Y = langues étudiées X = niveau scolaire	Anglais/ Allemand	Anglais/ Espagnol	Anglais/ Italien	TOTAL
Seconde	145	367	92	604
Première	133	365	101	599
Terminale	136	366	95	597
TOTAL	414	1 098	288	1 800

- a. Établir le tableau des fréquences conditionnelles du niveau scolaire des élèves par rapport aux langues étudiées Anglais/Italien. Arrondir au millième.

- b. Établir le tableau des fréquences conditionnelles des langues étudiées par rapport aux élèves de 1^{re}.

23 TABLEUR Voici un extrait d'une feuille de tableur comportant la répartition par âge et par sexe de la commune de Fresnes (Val-de-Marne) en 2018.

	A	B	C	D	E	F	G
1		[0;15[[15;30[[30;45[[45;60[[60;120[Total
2	Homme	2419	3527	3402	2517	1663	13528
3	Femme	2355	2661	2845	2457	2353	12671
4	Total	4774	6188	6247	4974	4016	26199
5							
6		[0;15[[15;30[[30;45[[45;60[[60;120[Total
7	Homme	50,7	57,0	54,5	50,6	41,4	51,6
8	Femme	49,3	43,0	45,5	49,4	58,6	48,4
9	Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : ville-data.com

1. Indiquer quelles données contient le tableau du bas.

2. Quelle formule destinée à être étirée a-t-on pu saisir dans la cellule B7 pour automatiser les calculs sur la plage de valeurs B7:G9 ?

3. a. Donner le nombre de femmes dans la tranche d'âge [30 ; 45[dans cette commune. Quel pourcentage représentent-elles par rapport à la tranche d'âge [30 ; 45[?

b. Quelle est la proportion d'hommes dans cette commune ?

c. La maire affirme que les hommes sont majoritaires dans chaque tranche d'âge de la population. Que peut-on en penser ?

d. Dans quelle tranche d'âge les femmes sont-elles les plus nombreuses en proportion ? En effectif ?

4. Si l'on désire connaître la répartition de chaque sexe par tranche d'âge, quelle modification doit-on apporter à la formule saisie en B7 avant d'être étirée ?

24 Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil. Il a effectué un sondage lors d'une précédente promotion et donne les résultats des tableaux des fréquences conditionnelles suivants.

a. Peut-on dire que le nombre de personnes achetant l'appareil photo et la carte mémoire en promotion est plus important que celui achetant à plein tarif ?

b. On sait que 200 clients achètent l'appareil photo à plein tarif et que 100 l'achètent en promotion. Comparer les clients achetant l'appareil photo et la carte mémoire en promotion et les clients achetant l'appareil photo à plein tarif et la carte mémoire en promotion.

	Clients achetant la carte mémoire en promotion	Clients achetant la carte mémoire à plein tarif	TOTAL
Clients achetant l'appareil photo en promotion	0,7	0,3	1

	Clients achetant la carte mémoire en promotion	Clients achetant la carte mémoire à plein tarif	TOTAL
Clients achetant l'appareil photo à plein tarif	0,4	0,6	1

25 Le tableau ci-dessous représente la répartition du nombre des années d'étude des salariés d'une entreprise selon leur sexe.

X = années d'étude Y = sexe	Féminin	Masculin	TOTAL
Bac+3	45	49	
Bac+5	16	11	
Bac+8	4	6	
TOTAL			

a. Compléter le tableau croisé d'effectifs.

b. Donner n_{21} , n_{32} .

c. Établir le tableau de distribution des fréquences conditionnelles du sexe par rapport aux Bac+5 (arrondir à 10^{-2} près).

26 Un groupe de 30 personnes entre dans un restaurant.

Les personnes prennent :

- soit un plat, soit un plat et un dessert ;
- soit un plat, un dessert et un café ;
- soit un plat et un café.

$\frac{1}{3}$ des personnes ne commandent pas de dessert.

En revanche, 80 % des personnes vont prendre un café. Une personne ne prend ni café, ni dessert.

Soit C et D les événements :

- C : « Les personnes prennent un café » ;
- D : « Les personnes prennent un dessert ».

a. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

	C	\bar{C}	TOTAL
D			
\bar{D}			
TOTAL			

b. Donner $Card(C \cap D)$. En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

c. Établir le tableau des fréquences conditionnelles des personnes mangeant dans le restaurant par rapport à celles prenant un café.

d. Parmi les personnes prenant un café, quel est le pourcentage des personnes ne prenant pas de dessert ?

27  PYTHON Un sondage est effectué dans une école primaire pour connaître l'animal que chaque enfant aimerait avoir chez lui. On résume cette étude dans le tableau suivant.

	Chien	Chat	Tortue	Autre	Aucun
CM1	10	8	2	5	2
CM2	6	7	3	8	3

a. Recopier et compléter l'affectation suivante, en Python, de la variable `donnees` pour qu'elle corresponde à ce tableau :

`donnees = [[10, 8, ...`

b. Écrire un programme permettant de calculer, pour chaque animal, le pourcentage d'élèves l'ayant choisi comme animal favori.



4 Calculer et interpréter une probabilité conditionnelle

Pour calculer une probabilité conditionnelle de B sachant A , on détermine la probabilité de l'événement A et celle de l'intersection des événements A et B . On applique ensuite l'égalité $P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$.

Exercice résolu ①

Un magasin de sport à la montagne dispose de 400 matériaux de glisse. Il propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée. Son matériel est constitué de 45 % de skis de piste, 36 % de snowboards et le reste de skis de randonnée. Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée ont été abîmés pendant la journée.

Chaque paire de skis et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise leur suivi.

On considère les événements suivants :

- P : « La fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;
- S : « La fiche est celle d'un snowboard » ;
- R : « La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;
- A : « Le matériel a été abîmé et nécessite une réparation ».

- 1 Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs ci-contre.
- 2 On tire au hasard une fiche. Calculer $p_A(S)$. Arrondir au centième.
- 3 Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Matériel	P	S	R	TOTAL
Résultat du contrôle				
A				
\bar{A}				
TOTAL				

SOLUTION

1. Tableau croisé d'effectifs.

Matériel	P	S	R	TOTAL
Résultat du contrôle				
A	90	96	19	205
\bar{A}	90	48	57	195
TOTAL	180	144	76	400

2. $p_{\bar{A}}(S) = \frac{\text{Card}(S \cap \bar{A})}{\text{Card}(\bar{A})} = \frac{48}{195} \approx 0,25$.

3. Un quart des matériaux ayant nécessité une réparation sont des snowboards.

Exercices d'application directe

- 28 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $\text{Card}(A \cap B) = 35$, $\text{Card}(A) = 50$ et $\text{Card}(B) = 70$. Calculer $p_A(B)$ et $p_B(A)$.

- 29 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $\text{Card}(A \cap B) = 70$, $\text{Card}(A) = 100$ et $\text{Card}(B) = 140$. Calculer $p_A(B)$ et $p_B(A)$.

Cours et méthodes

30 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $p_B(A) = 0,7$ et $\text{Card}(B) = 50$. Calculer $\text{Card}(A \cap B)$.

31 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $p_B(A) = 0,1$ et $\text{Card}(B) = 8\,510$. Calculer $\text{Card}(A \cap B)$.

32 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $p_B(A) = 0,5$ et $\text{Card}(A \cap B) = 14$. Calculer $\text{Card}(B)$.

33 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $p_B(A) = 0,3$ et $\text{Card}(A \cap B) = 21$. Calculer $\text{Card}(B)$.

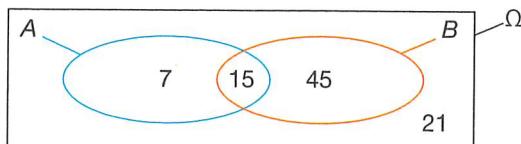
34 Pour le baptême de son fils, Camille a confectionné des paquets de dragées. La répartition des dragées est donnée dans le tableau ci-dessous. On choisit une dragée au hasard.

$X = \text{couleur des paquets}$	$Y = \text{dragées}$	Chocolat	Amandes	TOTAL
Bleu		45	30	75
Rose		35	30	65
TOTAL		80	60	140

a. Déterminer la probabilité d'avoir des dragées au chocolat parmi les paquets bleus.

b. Déterminer la probabilité d'avoir des paquets roses parmi les dragées aux amandes.

35 On donne le diagramme de Venn ci-dessous.



a. Calculer $\text{Card}(A \cup B)$.

b. Calculer $p_B(A)$.

36 On donne ci-dessous le tableau croisé d'effectifs des variables X et Y.

X	Y	y_1	y_2
x_1		12	8
x_2		3	2

a. Donner $\text{Card}(x_1 \cap y_2)$ et $\text{Card}(x_1)$.

b. Calculer $p_{x_1}(y_2)$.

c. Calculer $p_{y_1}(x_2)$.

- 37 On considère deux événements A et B d'une expérience aléatoire. L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau ci-après.

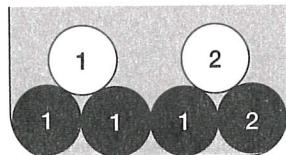
	A	\bar{A}	TOTAL
B	45		
\bar{B}		15	37
TOTAL		21	

- a. Compléter le tableau. Arrondir les résultats au millième.
b. Donner $\text{Card}(\bar{A})$, $\text{Card}(\bar{A} \cap \bar{B})$ et $\text{Card}(\bar{A} \cap B)$.

- c. Calculer $p_A(\bar{B})$. Interpréter les résultats.

- 38  a. On considère deux événements A et B d'une expérience aléatoire. Écrire une fonction en Python qui prend comme paramètre en entrée la liste $[\text{Card}(A \cap B), (A \cap \bar{B}), (\bar{A} \cap B), (\bar{A} \cap \bar{B})]$ et qui renvoie la liste $[p_A(B), p_B(A)]$.

- b. Une boîte contient les boules suivantes.



On prend une boule au hasard et on s'intéresse aux événements suivants :

- A : « La boule est blanche » ;
– B : « La boule porte le numéro 1 ».

Donner $\text{Card}(A \cap B)$, $(A \cap \bar{B})$, $(\bar{A} \cap B)$, $(\bar{A} \cap \bar{B})$.

c. Utiliser la fonction précédente, écrite en Python, pour répondre aux questions suivantes.

- La boule est blanche. Quelle est la probabilité qu'elle porte le numéro 1 ?
– La boule porte le numéro 1. Quelle est la probabilité qu'elle soit blanche ?

- 39 Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs, 30 sont considérés comme neufs ; 90 sont considérés comme récents et les autres sont considérés comme anciens. Une étude statistique indique qu'aucun ordinateur neuf n'est défaillant ; 10 % des ordinateurs récents sont défaillants et 25 % des ordinateurs anciens sont défaillants.

- a. Traduire l'énoncé par un tableau croisé d'effectifs.

- b. On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. Déterminer la probabilité que l'ordinateur soit ancien sachant qu'il est défaillant. Donner le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

Exercices d'approfondissement

40 Lorsqu'on quitte le lycée, la pratique d'une activité sportive diminue. Une étude est réalisée auprès de 1 400 adultes. Lorsqu'ils pratiquent une activité sportive, ils mentionnent trois raisons :

- se détendre en famille ou entre amis ;
- prendre soin de sa santé ;
- faire de la compétition.



1. On a obtenu les tableaux des fréquences conditionnelles suivants.

	Aucune	Détente	Santé	Compétition	TOTAL
Femmes	0,5	0,32		0,03	

	Aucune	Détente	Santé	Compétition	TOTAL
Hommes	0,45	0,25		0,15	

a. Recopier et compléter les tableaux précédents.

b. Comparer et interpréter les fréquences des hommes et des femmes pratiquant une activité sportive pour prendre soin de leur santé.

c. Comparer et interpréter les fréquences des hommes et des femmes pratiquant une activité sportive pour se détendre.

d. Interpréter la fréquence conditionnelle des hommes pratiquant une activité sportive pour se détendre.

2. On souhaiterait avoir le tableau croisé d'effectifs.

a. Sachant qu'il y a 42 % de femmes dans la population sondée, établir le tableau croisé d'effectifs (arrondir à l'unité).

b. Comparer les effectifs des hommes et des femmes prenant soin de leur santé. Confronter les résultats obtenus avec la question 1.b.

c. Comparer les effectifs des hommes et des femmes pratiquant un sport pour se détendre. Confronter les résultats obtenus avec la question 1.c.

41 Un commerçant vend deux types de guirlandes électriques pour Noël, des guirlandes d'intérieur et des guirlandes d'extérieur. Certaines guirlandes se révèlent défectueuses. Il possède un stock de 400 guirlandes. Arrondir à 10^{-3} près.

On admet que :

- 6 % des guirlandes proposées à la vente sont défectueuses ;
- 30 % de toutes les guirlandes sont d'extérieur ;
- 5 % des guirlandes d'extérieur sont défectueuses.



a. Établir le tableau croisé d'effectifs.

b. Déterminer le cardinal de l'événement : « Les guirlandes sont d'intérieur et non défectueuses ».

c. Calculer puis interpréter $p_{\text{Intérieur}}(\text{Défectueuses})$.

42 Rentabilité d'une serre

Représenter

Un maraîcher vend des fraises et des framboises. Il possède deux serres A et B. Il vend 340 kg de framboises et 770 kg de fraises. 55 % de ses framboises proviennent de la serre A et 70 % des fraises proviennent de la serre B. Arrondir, si besoin, à 10^{-4} près.



a. Établir un tableau croisé d'effectifs.

b. On choisit un fruit au hasard dans cette exploitation. Sachant qu'il provient de la serre A, calculer la probabilité que ce soit une fraise.

c. Établir un tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

d. En déduire le pourcentage de framboises vendues par le maraîcher.

e. Établir un tableau des fréquences conditionnelles des différentes serres par rapport aux framboises.

f. Sachant que le maraîcher peut espérer vendre 5 € le kg de fraises et 7 € les 500 g de framboises, quelle recette peut-il espérer ?

43 Passer des fréquences aux effectifs

Représenter – Communiquer

Dans un lycée de 2 250 élèves, 60 % des élèves viennent en transport en commun. On donne ci-dessous le tableau des fréquences conditionnelles des élèves utilisant les transports en commun par rapport au temps de trajet et celui des fréquences conditionnelles des élèves n'utilisant pas les transports en commun par rapport au temps de trajet.

$Y = \text{temps de trajet}$ $X = \text{moyen de transport}$	Tps : « Trajet inférieur à 15 minutes »	Tps : « Trajet supérieur à 15 minutes »	TOTAL
Tr : « Élèves utilisant les transports en commun »	0,08		1

$Y = \text{temps de trajet}$ $X = \text{moyen de transport}$	Tps : « Trajet inférieur à 15 minutes »	Tps : « Trajet supérieur à 15 minutes »	TOTAL
Tr : « Élèves n'utilisant pas les transports en commun »	0,28		1

a. Établir le tableau croisé des effectifs.

b. Donner Card (Tr \cap Tps). En donner une interprétation.

c. Montrer que le pourcentage des élèves ayant un trajet inférieur à 15 minutes est 16 %.

d. On choisit, au hasard, un élève du lycée. Sachant que son trajet est supérieur à 15 minutes, quelle est la probabilité qu'il utilise les transports en commun ?

44 Calcul d'un coût moyen

Modéliser

Lors de l'inscription à l'université, les étudiants doivent souscrire une assurance. Deux types de contrats sont proposés. Sur 100 étudiants inscrits à l'université, 70 choisissent le contrat A. De plus, l'université propose une adhésion au foyer et on sait que 40 % des étudiants ayant pris le contrat A prennent une carte d'adhérent du foyer alors que 70 % des étudiants ayant pris le contrat B y adhèrent.

a. Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

$Y = \text{contrat}$	$y_1 = \text{contrat A}$	$y_2 = \text{contrat B}$	TOTAL
$X = \text{foyer}$			
$x_1 = \text{adhère au foyer}$			
$x_2 = \text{n'adhère pas au foyer}$			
TOTAL			

b. Donner l'effectif des étudiants ayant pris le contrat A et adhérant au foyer.

c. On prend au hasard un étudiant. Sachant qu'il souscrit le contrat A, quelle est la probabilité qu'il n'adhère pas au foyer ?

d. Sachant qu'un étudiant a pris une adhésion au foyer, quelle est la probabilité qu'il ait choisi le contrat A ? Arrondir à 0,001 près.

e. Le contrat A coûte 45 € alors que le contrat B coûte 60 €. L'adhésion au foyer, elle, revient à 20 €. Quelle somme vont devoir payer les 100 étudiants inscrits ?

f. Combien, en moyenne, va devoir payer chaque étudiant ?

45 Encore des variables

Calculer – Modéliser

Un magasin de décoration vend des tables et des chaises. Une enquête statistique a montré que :

- 10 % des clients achètent une table ;
- parmi les personnes qui achètent une table, 80 % achètent un lot de chaises ;
- parmi les personnes qui n'achètent pas de table, $\frac{1}{9}$ achètent un lot de chaises.

a. 350 clients entrent dans le magasin. Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs des clients achetant des tables.

	Achète une table	N'achète pas de table	TOTAL
Achète un lot de chaises			
N'achète pas un lot de chaises			
TOTAL			

b. Quelle est la fréquence des clients n'achetant ni table, ni chaise ?

c. Une personne entre dans le magasin. Quelle est la probabilité que la personne n'achète pas de table sachant qu'elle a acheté un lot de chaises ? Arrondir à 10^{-2} près.

d. À la fin de la journée, le directeur du magasin constate qu'il a réalisé en moyenne un bénéfice de 15 € par personne entrant dans le magasin. Chaque table s'est vendue avec un bénéfice de 70 €. Soit x le bénéfice, exprimé en euros, réalisé à chaque vente de lots de chaises. Calculer x .

46 Contrôle antidopage

Raisonner – Calculer

Lors d'un contrôle antidopage à l'issue d'une compétition sportive, les sportifs peuvent être déclarés positifs (qu'ils soient dopés ou non) ou négatifs (qu'ils soient dopés ou non). L'étude porte sur 50 personnes.



Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés.

On sait que :

- 95 % des sportifs dopés sont déclarés positifs ;
- 10 % des sportifs non dopés sont déclarés positifs.

1. Établir le tableau croisé d'effectifs correspondant à la situation.

2. Calculer, en fonction de n , l'effectif de l'événement : « Le comité a commis une erreur ».

3. On choisit au hasard un sportif ayant été contrôlé.

a. Montrer que la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé est de :

$$P_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{0,95n}{5 + 0,85n}.$$

b. Résoudre $P_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) > 0,95$.

c. Interpréter ce résultat.

Travaux pratiques

TABLEUR

1 Évolution du niveau d'études depuis 40 ans

SITUATION

L'Insee publie chaque année des données statistiques portant sur le diplôme le plus élevé obtenu selon l'âge. Les effectifs sont donnés en milliers d'habitants.

→ Comment peut-on exploiter les informations obtenues en 2017 ?



A Tableau croisé d'effectifs

 Feuille de calculs
liennathan.fr/v6h5ju


On considère les informations obtenues en 2017.

	A Âge	B 25-34 ans	C 35-44 ans	D 45-54 ans	E 55-64 ans	F Effectif total
1 Diplôme						
2 Sans diplôme		1106	1345	2042	2791	
3 CAP, BEP		1512	1658	3122	2556	
4 Bac		1798	1742	1216	1106	
5 Bac+2		1122	1539	1125	888	
6 Diplôme supérieur à Bac+2		2427	2309	1570	1048	
7 Effectif total						

- Ouvrir une feuille de calculs et recopier les données du tableau ci-dessus (ou le télécharger).
- Quelle formule doit-on entrer dans la cellule F2 puis étirer vers le bas jusqu'à la cellule F7 afin de compléter le tableau croisé des effectifs ?
- Quelle formule doit-on entrer dans la cellule B7 puis étirer vers la droite jusqu'à la cellule E7 afin de compléter le tableau croisé des effectifs ?

- Quel est l'effectif de la population des personnes âgées de 45 à 54 ans, et ayant au moins le baccalauréat ?
- Si on choisit au hasard une personne âgée entre 25 et 64 ans, quelle est la probabilité qu'elle ait un diplôme supérieur ou égal à Bac+2 ?
- Si on choisit au hasard une personne ayant un CAP ou un BEP, quelle est la probabilité qu'elle soit âgée entre 35 et 44 ans ?

B Tableau des fréquences conditionnelles

On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide de formules.

	Âge	25-34 ans	35-44 ans	45-54 ans	55-64 ans
9 Diplôme					
10 Sans diplôme					
11 CAP, BEP					
12 Bac					
13 Bac+2					
14 Diplôme supérieur à Bac+2					
15 Total		1	1	1	1



Aide

→ Pour la question 2, il faut placer le \$ au bon endroit pour pouvoir copier cette formule.

- Recopier le tableau à la suite du tableau précédent (ou le télécharger).
- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B10 ? Arrondir à 0,01 près.
- Compléter le tableau à l'aide de la formule précédente.
- Parmi les personnes âgées de 35 à 44 ans, quel est le pourcentage de personnes ayant le baccalauréat ?

- Quel diplôme ont majoritairement obtenu les personnes âgées de 25 à 34 ans ? Et les 35-44 ans ? Les 45-54 ans ? Les 55-64 ans ?
- Comparer les pourcentages des niveaux d'études des personnes âgées entre 25 et 34 ans, et de celles situées entre 55 et 64 ans. Que peut-on conclure ?

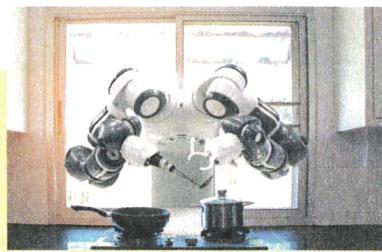


2 Calculs avec des listes en Python

SITUATION

Les robots de cuisine du futur sont fabriqués dans trois usines : une est située en Aquitaine (usine A), une deuxième en Bourgogne (usine B) et une troisième en Corse (usine C).

→ Comment utiliser le langage Python pour comparer les résultats de chacune des usines ?



A La production de chaque usine

Le nombre de robots fabriqués par chaque usine est indiqué dans le tableau ci-contre.

Usine A	Usine B	Usine C
1 713	984	1 051

1 En Python, le module `pyplot` de la bibliothèque `matplotlib` permet de dessiner des diagrammes circulaires. Si ce n'est déjà fait, il faut télécharger cette bibliothèque. Recopier et compléter le programme ci-contre pour qu'il représente la part de chaque usine dans la fabrication des robots ménagers.

```
from matplotlib import pyplot as plt
usines = ['Usine A',.....]
production = [1713,.....]
plt. pie(production, labels = usines)
plt. show()
```

2 Écrire un programme en Python permettant d'afficher la part, en pourcentage, de chaque usine par rapport à la production totale.

3 J'achète un robot de cuisine. Quelle est la probabilité qu'il ait été fabriqué en Aquitaine ?

B Les coûts de production

1 La fabrication d'un robot coûte 12 € au fabricant. Parmi les quatre programmes suivants, écrits en Python, il y en a deux qui affichent une liste indiquant les coûts de production de chaque usine. Préciser quels sont ces deux programmes et expliquer ce que font les deux autres.

```
prod = [1713, 984, 1051]
couts = 12*prod
print( couts )
```

```
prod = [1713, 984, 1051]
couts = [12*p for p in prod]
print( couts )
```

```
prod = [1713, 984, 1051]
couts = 12*[prod]
print( couts )
```

```
prod = [1713, 984, 1051]
couts = []
for i in range(len(prod)) :
    couts.append(12*prod[i])
print( couts )
```

2 Utiliser la fonction `sum` en Python pour afficher le coût total pour l'entreprise.

C Des robots défectueux

En fait, chaque usine fabrique davantage de robots, mais certains sont défectueux. Le nombre de robots réellement fabriqués est indiqué dans le tableau suivant.

Usine	Usine A	Usine B	Usine C
Nombre de robots en bon état	1 713	984	1 051
Nombre de robots défectueux	87	51	56

1 Écrire une fonction en langage Python appelée `pcent_defect(nb_bons, nb_defects)` qui retourne la liste des pourcentages, pour chaque usine, de robots défectueux par rapport au nombre de robots fabriqués. Cette fonction sera appelée par l'instruction `pcent_defect ([1713,684,1051],[87,51,56]).`

2 Appliquer cette fonction à la situation et préciser laquelle des trois usines a le plus faible taux de perte.